

Найма Гахраманова  
Магомед Керимов  
Ильгам Гусейнов

# МАТЕМАТИКА 8

Методическое пособие для учителя

Утверждено Министерством  
образования Азербайджанской Республики  
(приказ № 645 от 08.06.2015 )



**Radius**  
**Баку - 2015**

**Найма Гахраманова, Магомед Керимов, Ильгам Гусейнов.**  
Математика 8. Методическое пособие для учителя - 224 стр.  
“Radius”, Баку, 2015.

**Консультант:**

**Чингиз Гаджар**

действительный член Национальной  
Академии Наук Азербайджана,  
доктор физико-математических наук

**Научный редактор:**

**Ильгам Гусейнов**

доктор философии по физико-  
математическим наукам

**Перевод:**

**Виктория Абдуллаева**

преподаватель математики и  
информатики школы-лицея  
№6 г. Баку

Авторские права защищены. Перепечатывать это издание или какую-либо его часть, копировать и распространять в электронных средствах информации без специального разрешения противозаконно.

© Министерство образования Азербайджанской Республики, 2015

# Оглавление

## Раздел I

Введение.....	5
Результаты обучения и интернет адреса.....	9
Рациональные выражения.....	13
Эквивалентные рациональные выражения.....	
Упрощение рациональных выражений.....	15
Умножение, деление и возведение в степень рациональных выражений.....	22
Сложение и вычитание рациональных выражений.....	25
Действия над рациональными выражениями.....	28
Степень с целым показателем.....	30
Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график.....	34
Задания для суммативного оценивания по разделу.....	39
Четырехугольники. Внутренние и внешние углы четырёхугольников.....	41
Параллелограмм.....	44
Прямоугольник.....	51
Ромб, квадрат.....	52
Трапеция. Средняя линия треугольника и трапеции.....	56
Координаты середины отрезка.....	58
Задания для суммативного оценивания по разделу.....	61

## Раздел II

Функция $y = x^2$ и ее график.....	64
Квадратный корень. Арифметический квадратный корень.....	64
Иррациональные числа.....	66
Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график.....	67
Приближенное значение квадратного корня. Решение задач.....	68
Квадратный корень из произведения и частного.....	69
Квадратный корень из степени.....	69
Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня.....	70
Преобразование выражений, содержащих квадратный корень.....	71
Освобождение знаменателя от иррациональности.....	71
Задания для суммативного оценивания по разделу.....	75
Теорема Пифагора.....	77

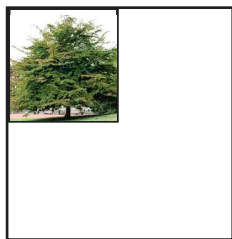
Применение теоремы Пифагора.....	78
Обобщающие задания.....	81
Задания для суммативного оценивания по разделу.....	84
Большое суммативное оценивание (за полугодие).....	85

## Раздел III

Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения.....	89
Решение квадратных уравнений мето- дом разложения на множители.....	90
Решение квадратных уравнений мето- дом выделения полного квадрата.....	94
Графический метод решения квадратных уравнений.....	95
Формула корней квадратного уравнения.....	96
Теорема Виета.....	98
Уравнения, приводящиеся к квадратным уравнениям. Применение квадратных уравнений при решении задач.....	102
Задания для суммативного оценивания по разделу.....	105
Площадь параллелограмма.....	107
Площадь треугольника.....	111
Вычисление площади при помощи деления на треугольники.....	114
Площадь трапеции.....	117
Площадь ромба.....	121
Обобщающие задания.....	124
Задания для суммативного оценивания по разделу.....	129

## Раздел IV

Рациональные уравнения. Решение задач с помощью рациональных уравнений.....	132
Преобразование фигур. Поворот.....	133
Отношение. Пропорция.....	134
Масштаб.....	136
Пропорциональные отрезки.....	136
Подобные четырехугольники. Подобные треугольники.....	138
Признаки подобия треугольников.....	140
Признаки подобия прямоугольных треугольников.....	143



Применение подобия	
треугольников .....	145
Задачи на построение.	
Свойство медианы.....	148
Преобразование подобия.	
Гомотетия.....	149
Площади подобных фигур.....	152
Обобщающие задания.....	154
Задания для суммативного	
оценивания по разделу.....	157

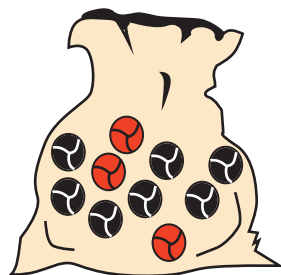
## Раздел V

Неравенства .....	160
Свойства неравенств .....	162
Сложение и умножение неравенств. ..	164
Числовые промежутки .....	167
Решение линейных неравенств.....	168
Решение двойных неравенств .....	172
Простые неравенства с переменной	
входящей под знак модуля.....	175
Обобщающие задания.....	176
Задания для суммативного	
оценивания по разделу.....	179



Прямоугольный треугольник и	
тригонометрические отношения.....	181
Уравнение прямой, проходящей	
через две точки .....	189
Обобщающие задания.....	191

Действия над множествами.....	194
Сбор информации .....	195
Сбор информации.....	201
Сбор и представление информации.	
Диаграмма рассеивания.....	204
Меры центральных тенденций	
и наибольшая разность .....	207
Вычисление вероятности.....	209
Число возможных событий .....	210
Зависимые и независимые события ...	211
Обобщающие задания .....	214
Обобщающие задания по разделам ...	215
Задания для суммативного	
оценивания по разделу.....	219
Большое суммативное	
оценивание (годовое) .....	221



# Введение

## Структура учебника

Учебник состоит из 5 разделов. В I разделе изучаются рациональные выражения, степень с целым показателем и классификация четырехугольников.

1.1. В подразделе рациональные выражения формируются навыки умножения и деления, сложения и вычитания рациональных выражений, а также выполнение различных действий над рациональными выражениями.

1.2. В подразделе четырехугольники представлена классификация четырехугольников. В этом разделе реализованы следующие содержательные стандарты:

1.2.2. Применяет свойства степени с целым показателем.

1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении задач.

2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

2.3. Выражает зависимость между величинами, встречаемыми в повседневной жизни, в виде функциональной зависимости.

3.1.1. Знает и геометрически представляет основные элементы четырёхугольника, связь между ними.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

3.2.3. Находит координаты середины отрезка по координатам точек, являющихся концами, записывает уравнение прямой по двум заданным точкам.

4.1.1. Распознает наиболее используемые международные единицы измерения (баррель, мила, фаренгейт) и может использовать их.

Во II разделе выполняются задания, формирующие навыки записи, чтения и сравнения иррациональных чисел, вычисления квадратного корня из произведения, отношения и степени, освобождения от иррациональности в знаменателе. В специальном блоке представлены прикладные задачи, при решении которых возникает необходимость извлечения квадратного корня, что позволяет представить где в реальной жизни можно столкнуться с данным понятием.

Также в этом разделе развиваются навыки построения графиков функций  $y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$ . Изучается теорема Пифагора, ее применение при решении различных задач в жизни, формируется умение решать различные задачи при помощи прямоугольных треугольников. Многие из представленных задач отражают реальные жизненные ситуации и, на основе стандартов, требуют умения нарисовать соответствующий рисунок, а также связывать представленную информацию с геометрическими элементами. В этом разделе реализованы следующие содержательные стандарты.

1.1.1. Читает и записывает иррациональные (определённые для квадратного корня) числа.

1.1.2. Сравнивает и упорядочивает иррациональные числа.

1.1.3. Показывает приблизительное расположение точки на координатной прямой, соответствующей иррациональному числу.

1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства.

1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойство арифметических корней для неотрицательных чисел.

1.2.3. Упрощает выражения, содержащие квадратные корни.

1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни при помощи формул сокращённого умножения.

1.3.1. Оценивает приближенное значение численного выражения, стоящего под знаком квадратного корня и сравнивает его со значением, полученным при использовании вычислительной техники.

2.1.3. Определяет находится ли пара координат в квадратичной зависимости на множестве действительных чисел или нет.

2.3.1. Выражает зависимость между пройденным путем и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции.

3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов.

III раздел охватывает навыки решения квадратного уравнения и нахождения площади фигур. Решение квадратных уравнений последовательно представлено различными методами.

1) решение неполных квадратных уравнений:

- используя условие равенства нулю произведения при вынесении общего множителя;
- используя извлечение квадратного корня.

2) решение квадратных уравнений:

- разложением на множители;
- выделением полного квадрата;
- графическим методом;
- применяя формулу корней квадратного уравнения.

Содержательные стандарты, охватывающие данный раздел:

2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации.

2.2.2. Решает квадратное уравнение.

2.3.1. Выражает зависимость между пройденным путём и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции.

3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

4.1. Понимает смысл единиц измерения, использует определённые инструменты для измерения.

4.2.1. Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его.

IV раздел охватывает рациональные уравнения, движение фигур и признаки подобия треугольников.

Наряду с решением рациональных уравнений и классических задач (работа, объем, скорость), приводимых к рациональным уравнениям, ввод задач нового типа - определение пройденного пути свободно падающего тела в зависимости от времени, путь, проходимый брошенным вверх предметом до точки приземления в зависимости от времени, в том числе ряд простых задач, отражающих изменение физических величин. Представлены различные подходы при доказательстве признаков подобия. В учебнике приводятся задачи, которые показывают, как пройденное может применяться в реальных жизненных ситуациях и это мотивирует учеников к изучению данной темы с еще большим удовольствием. В этом разделе также представлены задачи на преобразование движения и преобразование подобия различных фигур, охватывающих следующие содержательные стандарты:

1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении задач.

2.1.1. Составляет квадратные уравнения, соответствующие реальной жизненной ситуации.

2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

2.2.2. Решает квадратные уравнения.

3.1. Знает признаки и свойства фигур, при помощи геометрического представления, воображения и логического умозаключения, применяет признаки параллелограмма.

3.1.2. Строит медиану заданного треугольника, строит перпендикуляр от заданной точки до заданной прямой.

3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

3.2.1. Знает понятие поворота и может применить для преобразования фигур.

3.2.2. Строит конгруэнтную фигуру, используя симметрию и поворот.

4.2.1. Составляет проект в соответствии с масштабом заданной задачи и реализует его.

Для формирования умения и оценивания по разделу предусмотрены специальные рабочие листы.

V раздел охватывает ряд тем по Алгебре и функциям, Геометрии, Статистике и вероятности. Здесь вырабатываются навыки решения неравенств, вычисления тригонометрических соотношений, сбора и представления информации и прогнозирования.

Решение неравенств исследуется на примерах реальных жизненных ситуаций и охватывает решение простых линейных неравенств. Особое внимание уделяется применению свойств неравенств и решению двойных неравенств. На передний план деятельности учащихся при решении задач с помощью неравенств и составления задач, ставится умение учащихся мыслить и сопоставлять. Стандарты содержательной линии Алгебра и функции:

2.1.2. Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

2.2.3. Решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля и неравенства, приводимые к линейным неравенствам.

1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства.

Также вырабатывается умение находить неизвестные элементы прямоугольного треугольника, используя тригонометрические отношения. Связь данных понятий с реальными жизненными ситуациями помогает более четко понять и решать задачи, в которых надо найти высоту объекта или расстояние до него.

На основе содержательной линии Геометрия изучаются темы, отражающие следующие стандарты:

3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций для острого угла и находит их значение для некоторых углов.

Содержательные стандарты, охватывающие содержательную линию Статистика и вероятность:

5.1.1. Собирает информацию, определенную для двух параметров (например, информацию о росте и весе человека).

5.1.2. Систематизирует собранную информацию по определённому признаку.

5.1.3. Находит границы, характеризующие численное значение информации.

5.1.4. Определяет, в простых случаях, связь между информацией, зависящей от двух параметров, и параметром.

5.2.1. Понимает является ли событие случайным или нет, находит вероятность произведения двух независимых событий.

5.2.2. Находит вероятность произведения двух зависимых событий (условная вероятность).

5.2.3. Применяет правило умножения при решении задач на вычисление вероятности.

## Факторы, оказывающие положительное влияние на достижение высоких результатов обучения:

В большинстве случаев мотивация ученика для знакомства с новыми понятиями происходит посредством заданий исследовательского характера. Данные задачи имеют большое практическое применение, позволяют понять природу изучаемого материала и дают возможность наглядного представления. Таким образом важно:

1. Обеспечение организации урока и максимального участия всех учащихся на уроке.
2. Создание виртуальных или бумажных плакатов с объяснением новых понятий и размещение их в поле зрения учащегося на протяжении всего урока.
3. Вывод теоретического материала на классное обсуждение и объяснение на примерах.
4. Обращение внимания на то, как выполняют обучающие задания все учащиеся в классе и проведение формативного оценивания путём наблюдения.
5. В результате наблюдения выявление учащихся со слабыми способностями к обучению и подготовка для них простых заданий из учебника или при помощи программ-генераторов рабочих листов (worksheetgenerator), которые упоминаются в методическом пособии для учителя.
6. Объяснение заданий прикладного и творческого характера в классе и их частичное выполнение дома. Использование некоторых заданий как продолжительное домашнее задание в форме реферата.
7. Обеспечение самостоятельного обучения учеников и активного привлечения родителей в данный процесс при помощи интернет ресурсов.

## Оценивание

**Формативное оценивание.** Одним из главных факторов повышения результатов обучения является организация регулярного и правильного формативного оценивания. Формативное оценивание является “дорожной картой” обучающегося, которая показывает насколько правильно организовано обучение.

При помощи этой карты можно вовремя “вмешаться” или “сойти с неправильного пути, вновь выбрать правильное направление и двигаться вперёд”. Для этого на пути необходимо правильно расставить направляющие метки. 1. В качестве “направляющих меток” можно использовать следующие средства и методы.

4-ый уровень	3-ий уровень	2-ой уровень	1-ый уровень
Легко находит значение переменной, которая обращает выражение в знаменателе в нуль: - вынося общий множитель в знаменателе за скобку; - применяя формулы сокращенного умножения; - при необходимости, разложив трехчлен на множители	Находит значение переменной, которая обращает выражение в знаменателе в нуль: - вынося общий множитель в знаменателе за скобку; - применяя формулы сокращенного умножения - Затрудняется, если нужно разложить трехчлен на множители	Определяет простые случаи, при которых выражение в знаменателе является двухчленом и для нахождения ОДЗ необходимо вынести общий множитель за скобку	Понимает, что ОДЗ - все числа, кроме тех, которые обращают выражение в знаменателе в нуль



2. Для определения начальных навыков в конкретном случае применяются рабочие листы и оценочные таблицы.

Пример: пособие для учителя стр.18-19.

3. Для определения навыков по определенному стандарту предусмотрены рабочие листы Самооценивания.

Пример: пособие для учителя стр.18-19.

**Суммативное оценивание:** Проводится в конце основного раздела, не позже чем через каждые 6 недель. Для проведения суммативного оценивания в методическом пособии представлены задания и критерии. Эти задания можно использовать без изменений, сделав копию, изменить их количество или на основе критерий суммативного оценивания изменить сами задания.

### Результаты обучения и интернет адреса

Следующие игры можно загрузить на планшет или компьютер по указанным адресам. Там же можно найти математические игры по различным темам.

**Math Play:** [www.math-play.com/Pythagorean-Theorem-Game.html](http://www.math-play.com/Pythagorean-Theorem-Game.html)

**Kids Numbers:** [www.kidsnumbers.com/pythagorean-theorem-game.php](http://www.kidsnumbers.com/pythagorean-theorem-game.php)

**Quia Jeopardy:** [www.quia.com/cb/278769.html?AP\\_rand=1099674677](http://www.quia.com/cb/278769.html?AP_rand=1099674677)

**Game Pro Video:** [www.mathplayground.com/MathApprentice/GamePro.html](http://www.mathplayground.com/MathApprentice/GamePro.html)

Эта информация была рекомендована для формирования навыков некоторых стандартов курикулума для 8-го класса в Канаде.

Будет интересно сравнить навыки стандартов курикулума для 8-го класса нашей Республики с оценочными стандартами курикулума Канады. Наиболее важные навыки для наших восьмиклассников переведены дословно, чтобы учитывать это при оценивании. (Внимание! Приведенное здесь - не стандарты содержательных линий).

Используя ссылку [www.hzsd.ca/learningcenter/Library/Math+Resources/-Grade+8+Math+Websites](http://www.hzsd.ca/learningcenter/Library/Math+Resources/-Grade+8+Math+Websites) вы можете подключиться к вебсайту напрямую.

№ 8.1. Представляет манипулятивное (действиями с помощью рук над конкретными предметами), пикториальное (при помощи рисунка) и абстрактное (при помощи математических символов) понимание квадрата и квадратного корня.

№ 8.2. Расширяет понятие процента. Манипулятивно, пикториально и абстрактно представляет проценты больше 0% (выраженные обыкновенными или десятичными дробями) или случаи их равенства.

№ 8.3. Представляет манипулятивное, пикториальное и абстрактное понимание понятий отношения и пропорции.

Интернет адреса:

[http://www.thinkingblocks.com/TB\\_Ratio/tb\\_ratio1.html](http://www.thinkingblocks.com/TB_Ratio/tb_ratio1.html)

“Thinking Blocks 1” Моделирует и представляет отношения.

[http://www.thinkingblocks.com/TB\\_Ratio/tb\\_ratio2.html](http://www.thinkingblocks.com/TB_Ratio/tb_ratio2.html)

“Thinking Blocks 2” Моделирует и представляет деление заданных величин в заданном отношении.

[http://www.thinkingblocks.com/TB\\_Ratio/tb\\_ratio3.html](http://www.thinkingblocks.com/TB_Ratio/tb_ratio3.html)

“Thinking Blocks 3” Model and solve ratios with the difference is known.

**[http://www.thinkingblocks.com/TB\\_Ratio/tb\\_ratio4.html](http://www.thinkingblocks.com/TB_Ratio/tb_ratio4.html)**

“Thinking Blocks 4” Ratios with three quantities.

**[http://www.thinkingblocks.com/TB\\_Ratio/tb\\_ratio5.html](http://www.thinkingblocks.com/TB_Ratio/tb_ratio5.html)**

“Thinking Blocks 5” Whole-part ratios.

**<http://illuminations.nctm.org/ActivityDetail.aspx?ID=178>**

“Gear Ratios” Find the ratios between gears in a bike.

[www.bbc.co.uk/skillswise/numbers/wholenumbers/ratioandproportion/ratio/games.html](http://www.bbc.co.uk/skillswise/numbers/wholenumbers/ratioandproportion/ratio/games.html)

“Ratio and proportion game” Use marbles to see ratio.

**<http://arcademicskillbuilders.com/games/ratio-stadium/ratio-stadium.html>**

“Race against the clock” Find equivalent ratios to win bike race.

№ 8.4 Демонстрирует умение находить произведение и частное положительных обыкновенных дробей и смешанных чисел манипулятивно, пикториально и абстрактно.

**<http://www.visualfractions.com/MultEasy.html>**

№ 8.4 . Манипулятивно, пикториально и абстрактно демонстрирует умение находить произведение и частное целых чисел

№ 8.4 . Разъясняет манипулятивно, пикториально (при помощи графика) и абстрактно на примере физических явлений линейную зависимость.

Р 8.2. Демонстрирует манипулятивно, пикториально и абстрактно умение решать линейные уравнения и конкретные задачи, сводящиеся к решению линейных уравнений.

- $ax = b$
- $x = b,$
- $ax + b = c$
- $x + b = c,$
- $a(x + b) = c$   $a, b,$  и  $c$  целые числа.

SS 8.1. Манипулятивно, пикториально и абстрактно демонстрирует конкретное понимание теоремы Пифагора и решает задачи.

**[http://www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.PYTH&lesson=html/video\\_interactives/pythagoras/pythagorasSmall.html](http://www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.PYTH&lesson=html/video_interactives/pythagoras/pythagorasSmall.html)** “Exploring Pythagoras” (video interactive)

SS8. 2 Манипулятивно, пикториально и абстрактно демонстрирует понимание площади поверхности 3-D объектов на примере прямой призмы и цилиндра.

**[http://www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.SURF&lesson=html/object\\_interactives/surfaceArea/use\\_it.html](http://www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.SURF&lesson=html/object_interactives/surfaceArea/use_it.html)**

- обобщать и управлять результатами;
- анализировать различные положения объекта;
- решать задания.

**<http://www.figurethis.org/challenges/c03/challenge.htm>**

“Figure This-which cylinder is bigger?” Use knowledge of volume to solve puzzle.

SSS 8.4 Создает модели (паркеты) новых фигур повторением одинаковой фигуры без пустот и демонстрирует навыки анализа этих фигур.

- в соответствии со свойством фигуры объясняет отсутствие пустот;
- создаёт соответствующие фигурам модели;

- определяет элементы - модули готовых моделей.

[http://www.shodor.org/interactivate/activities/Tessellate/?version=1.5.0\\_13&browser=safari&vendor=Apple\\_Inc.&flash=9.0.115](http://www.shodor.org/interactivate/activities/Tessellate/?version=1.5.0_13&browser=safari&vendor=Apple_Inc.&flash=9.0.115)

**“Пакетом”.** Создайте модели при помощи правильных фигур:

<http://gwydir.demon.co.uk/jo/tess/tri.htm>

При помощи интерактива “Развёртки и изображения” рассмотрите объект со всех сторон и выскажите мнение по поводу развёрток.

[http://www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.SURF&lesson=html/video\\_interactives/reavolume/areaVolumeSmall.html](http://www.learnalberta.ca/content/mejhm/index.html?l=0&ID1=AB.MATH.JR.SHAP&ID2=AB.MATH.JR.SHAP.SURF&lesson=html/video_interactives/reavolume/areaVolumeSmall.html)

При помощи видео “Площадь поверхности и объем” можно:

- рассмотреть 3-D объекты, их развёртки, вид сверху, вид сбоку и вид спереди;
- обобщать и управлять результатами;
- анализировать различные положения объекта;
- решать задания.

При помощи интерактива “Построение пространственных фигур” начертите развёртку пространственной фигуры.

SS 8.3. Понимает, что такое объём прямой призмы и цилиндра и демонстрирует следующие навыки:

- строит связь между площадью и объемом;

- **“Создайте дизайн при помощи паркета”.** При помощи узоров создайте ромб и треугольник (без пустот).

[http://ejad.best.vwh.net/java/patterns/patterns\\_j.shtml](http://ejad.best.vwh.net/java/patterns/patterns_j.shtml)

**“Последовательность паркетных блоков”.** Создайте последовательность при помощи виртуальных блоков.

SP 8.1 Находит моду, соответствующую данным и формирует логический прогноз.

<http://www.bbc.co.uk/schools/ks2bitesize/maths/activities/probability.shtml>

По “Данным” выразите мнение по поводу “возможных” и “невозможных” событий.

SP 8. 2. Понимает вероятность независимых событий и представляет её манипулятивно, пикториально и абстрактно.

Эти ресурсы имеют важное значение для формирования навыков в соответствии с содержательными линиями курса математики 8-го класса. Как видно, в соответствии с критериями стандартов содержательных линий особое место занимает систематическая деятельность, формирующая манипулятивные, пикторальные и абстрактные навыки учащихся.

## Раздел I

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часов	Стр. учебника
<p>1.2.2. Применяет свойства степени с целым показателем.</p> <p>1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении задач.</p> <p>2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.</p> <p>2.3. Выражает зависимость между величинами, с которыми ежедневно встречается в жизни, в виде функциональной зависимости.</p> <p>3.1.1. Знает основные элементы четырехугольника, связь между ними и представляет их геометрически.</p> <p>3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.</p> <p>3.2.3. Находит координаты середины отрезка по координатам точек, являющихся концами, записывает уравнение прямой по двум заданным точкам.</p> <p>4.1.1. Распознает наиболее используемые международные единицы измерения (баррель, миля, фаренгейт) и может использовать их.</p>	1-2	Рациональные выражения	2	8-9
	3-5	Эквивалентные рациональные выражения. Упрощение рациональных выражений	3	10-14
	6-8	Умножение, деление и возведение в степень рациональных выражений	3	15-17
	9-12	Сложение и вычитание рациональных выражений	4	18-23
	13-14	Действия над рациональными выражениями	2	24-25
	15-17	Степень с целым показателем	3	26-29
	18,19	Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график	2	30, 32
	20	Обобщающие задания	1	33, 34
	21	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
	22, 23	Четырехугольники. Внутренние и внешние углы четырехугольников	2	35-37
	24-26	Параллелограмм	3	38-40
	27	Прямоугольник	1	41
	28-29	Ромб. Квадрат	2	42-44
	30-32	Трапеция. Средняя линия треугольника. Средняя линия трапеции	3	45-48
	33	Координаты середины отрезка	1	49
	34	Обобщающие задания	1	50, 51
	35	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
Всего			35	

## Урок 1-2. Стр. 8-9 учебника. Рациональные выражения. 2 часа

**Содержательный стандарт:** 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

### Навыки учащегося:

- различает многочлены от остальных рациональных выражений;
- определяет значение переменной, при котором рациональное выражение не имеет смысла;
- решает задачи, которые требуют составления рациональных выражений и составляет задачи.

**Принадлежности для организации урока:** электронные (виртуальные) и бумажные алгебраические карты, рабочие листы, электронные или бумажные плакаты.

**Дополнительные ресурсы:** интернет адрес для создания рабочих листов:  
[www.math-aids.com/Algebra/Algebra\\_1/Rational\\_Expressions/Simplifying\\_Rationals](http://www.math-aids.com/Algebra/Algebra_1/Rational_Expressions/Simplifying_Rationals)  
[www.softschools.com/math/algebra/rational\\_expressions](http://www.softschools.com/math/algebra/rational_expressions)

**Мотивация.** Учащиеся читают информацию на странице 8 учебника и обсуждают ее. До сведения детей доводится, что в реальной жизни принцип работы многих приборов, финансовые планы, архитектурные проекты строятся с помощью конкретных математических моделей. В решении таких проблем широко применяются рациональные выражения. Так же рациональные выражения применяются при задании зависимостей величин в физике.

Рекомендуется провести диагностическое оценивание действий над дробями и упрощения выражений. Для этого отводится 7-8 минут. Осуществляется этот процесс при помощи заранее подготовленных рабочих листов.

**Обучение.** Обучающие материалы разбираются вместе с детьми на примере рациональных выражений.

Ученики записывают примеры рациональных выражений. Они должны понять сходство и различие многочленов и рациональных выражений.

После этого выполняются задания с рациональными выражениями. Внимание детей акцентируется на том, что в отличие от многочленов, рациональные выражения имеют смысл не всегда. При этом в центре внимания остаются дети, за которыми требуется наблюдение.

Упражнения У.1 - У.9 являются обучающими. Они предназначены для знакомства с рациональными выражениями и для того, чтобы выработать умение в простых случаях находить ОДЗ.

**У.3.** Ляtif утверждает, что выражение  $\frac{x+6}{3}$  не является рациональным выражением, а выражение  $\frac{3}{x+6}$  является рациональным. А что думаете вы?

На основании определения рациональных выражений, каждое из данных выражений является рациональным. Находится ОДЗ для каждого выражения.

Выражение  $\frac{x+6}{3}$  имеет смысл при всех значениях переменной, а выражение  $\frac{3}{x+6}$  - только при  $x \neq -6$ .

**Задания У.10 - У.12** охватывают навыки составления рациональных выражений для задач, соответствующих простым жизненным ситуациям. При решении такого типа задач деятельность учащегося заключается в формировании умения сопоставлять и представлять, что развивает творческие навыки. Формируется умение словесную информацию текстовой задачи представить в математическом виде, другими словами - составление математической модели реальной жизненной ситуации. Представим решение задачи **У.11**.

**У.11.** Автомобиль Мусы на каждые 12 км на магистральной дороге и на каждые 8 км в городе расходует 1 литр бензина. Автомобиль за день израсходовал  $a$  литров бензина на магистральной дороге и  $b$  литров бензина в городе. Запишите выражение, которое показывает, сколько в среднем километров можно проехать, используя 1 литр бензина?

**Что известно?**

1. Задача разбивается на фрагменты, определяется информационная последовательность.

- Автомобиль Мусы на каждые 12 км на магистральной дороге расходует 1 литр бензина.

- Автомобиль Мусы на каждые 8 км внутри города расходует 1 литр бензина

- За день израсходовали  $a$  литров бензина на магистральной дороге и  $b$  литров бензина при движении по городу.

**Что надо найти?**

Надо составить выражение, которое показывает, сколько в среднем километров можно проехать, используя 1 литр бензина.

**План:** Известно, что на магистральной дороге 1 л бензина тратится на 12 км, тогда  $a$  л бензина будет потрачено на  $12a$  км. Также известно, что на дорогу при движении внутри города 1 л бензина тратится на 8 км, тогда  $b$  л бензина будет потрачено на  $8b$  км. Если сложить эти расстояния и разделить их на общий объем, то можно найти сколько в среднем километров можно проехать, используя 1 литр бензина.

**Решение:** Расстояние, на которое тратится  $a$  л бензина на магистральной дороге:  $12a$

Расстояние, на которое тратится  $b$  л бензина внутри города:  $8b$

Общее расстояние:  $12a + 8b$

Объём израсходованного бензина:  $a + b$

Расстояние, которое можно проехать на 1 л бензина:  $\frac{12a + 8b}{a + b}$

**Ответ:**  $\frac{12a + 8b}{a + b}$

Аналогично рекомендуется решить задачу **У.12** и другие похожие задачи, в соответствии с принципом, предложенным Джоржем Поли (венгерским учёным, жившим в США). Суть принципа заключается в том, что решение любой задачи состоит из 4 этапов, выполнение которых играет важную роль в формировании у учащихся навыков выражения мыслей, рассуждений и презентации.

## Урок 3-5. Стр. 10-14 учебника. Эквивалентные рациональные выражения. Упрощение рациональных выражений. 4 часа

**Содержательный стандарт:** 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

**Навыки учащегося** - объясняет на примерах как получается эквивалентное рациональное выражение при умножении или делении числителя и знаменателя на одно и то же выражение;

- определяет значение переменной, при котором рациональное выражение не имеет смысла;

- объясняет на примерах как при помощи преобразований получить верное эквивалентное выражение на множестве значений переменных, при которых рациональное выражение имеет смысл;

- использует различные методы для сокращения рациональных выражений:

а) вынося общий множитель за скобку;

б) применяя формулы сокращенного умножения;

с) разлагая трёхчлен на множители (методом выбора и подстановки).

**Дополнительные ресурсы для организации урока:** электронные и бумажные плакаты, рабочие листы № 1, № 2, №3, №4.

**Мотивация.** Наиля говорит, что дробь  $\frac{4}{6}$  эквивалентна дроби  $\frac{2}{3}$ . Что вы думаете по этому поводу? Выслушайте мнение детей. Если числитель и знаменатель дроби разделить или умножить на одно и то же число, то можно записать дробь эквивалентную данной. Таким образом, можно сказать, что для дроби  $\frac{4}{6}$  можно записать бесконечное множество эквивалентных дробей. Можно ли то же самое сказать для рациональных выражений?

**Обучение.** Если числитель и знаменатель дроби  $\frac{4}{6x}$  можно умножить на одно и то же число или выражение, отличное от нуля, то это верно и для всех рациональных выражений. Обучающий блок разбирается вместе с учащимися.

Задания **У.1 - У.5** охватывают умение составления эквивалентных рациональных выражений.

В задании **У.2** рекомендуется, чтобы каждый ученик записал как из выражения  $\frac{10x}{15x^2}$  получается выражение  $\frac{2}{3x}$  и наоборот, как из выражения  $\frac{2}{3x}$  получается выражение  $\frac{10x}{15x^2}$ . Нужно акцентировать внимание учащихся на том, что рациональные выражения эквивалентны только на указанном множестве допустимых значений. А учащиеся в свою очередь при выполнении заданий должны продемонстрировать, как они умеют применять основное свойство дроби.

Задание **У.5** помогает проверить, как ученики поняли, что такое эквивалентные выражения. Для того, чтобы узнать как из выражения  $\frac{2x}{3}$  получилось выражение  $\frac{4x^3 - 2x^2}{6x^2 - 3x}$  сначала нужно числитель и знаменатель второй дроби разложить на множители.

Раскладываем знаменатель на множители  $6x^2 - 3x = 3x(2x - 1)$ .

Решаем уравнение  $3x(2x - 1) = 0$  и находим, что  $x = 0$  и  $x = \frac{1}{2}$  – это такие

значения, которые превращают знаменатель в нуль, т.е. при этих значениях выражение не имеет смысла.



Таким образом, равенство  $\frac{4x^3 - 2x^2}{6x^2 - 3x} = \frac{2}{3}x$  верно только при  $x \neq 0, x \neq \frac{1}{2}$

$$\frac{4x^3 - 2x^2}{6x^2 - 3x} = \frac{2x^2(2x - 1)}{3x(2x - 1)} = \frac{2x \cdot \cancel{x} \cdot (2x - 1)}{3 \cdot \cancel{x} \cdot (2x - 1)}$$

Как видно, при умножении числителя и знаменателя дроби  $\frac{2x}{3}$  на выражение  $x(2x - 1)$ , можно получить дробь  $\frac{4x^3 - 2x^2}{6x^2 - 3x}$ . Аналогичным образом учащиеся с легкостью смогут объяснить как из дроби  $\frac{2x}{3}$  получается дробь  $\frac{10x}{15}$ . Такого типа задания удобны для работы с учениками с разными способностями к обучению.

При сокращении или упрощении дробей, надо обратить внимание детей на то, что необходимо определить ОДЗ для переменной в данной дроби. Может быть, что ОДЗ упрощенной дроби не охватывает ОДЗ данной дроби. Например, рассмотрим следующее задание

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{x\cancel{(x+2)}} = \frac{x-2}{x}$$

Для упрощенной дроби ОДЗ была бы  $x \neq 0$ , на самом деле равенство  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} = \frac{x-2}{x}$  верно при выполнении условия  $x \neq 0, x \neq -2$ .

Ученикам рекомендуется при упрощении находить ОДЗ. Для этого необходимы навыки упрощения многочленов, разложения на множители, решения уравнений.

Умение разлагать трехчлен на множители имеет важное значение при действиях над дробями и упрощении дробей. Эти навыки играют большую роль при решении квадратных уравнений, поэтому на данном уроке необходимо обеспечить активное участие всех учащихся.

Разложение трехчлена вида  $x^2 + bx + c$  на множители рассматривается последовательно на примерах для различных случаев  $b > 0, c > 0$ ;  $b > 0, c < 0$ ;  $b < 0, c < 0$ ;  $b < 0, c > 0$ . Надо обратить внимание учеников, что  $m$  и  $n$  находятся среди двух делителей  $c$ .

Обучающие задания ученики должны выполнять под наблюдением. Для учащихся с низким уровнем обучения рекомендуется дать дополнительные задания на рабочих листах. Эти задания должны основываться на умении выполнять действия над дробями. Так, на данный момент эти знания могут быть пересмотрены. Должны создаваться новые возможности для обучения.

В уроке 1-2 был представлен генератор рабочих листов (worksheet). Учитель (или ученик) может создать рабочий лист, выбирая тему и уровень, соответствующие рациональным выражениям. Также можно задать ключевое слово "Simplifying Rational Expressions" "factoring trinomials - разложение трехчлена на множители" для поиска в Google и получить готовые рабочие листы в PDF формате.



**Прикладные задания.** Задания, прикладного типа, которые даны в учебнике, рекомендуется выполнять, проводя обсуждение со всем классом. В них последовательно разъясняется информация, которая дает возможность при помощи данных, представленных в задаче, решить ее.

**Задание У.31.** Учащиеся самостоятельно читают текст задания. Обсуждается что дано, а что требуется найти.

1. Обратите внимание детей на то, что рулон ковровина имеет форму цилиндра.

2. Основание цилиндра состоит из части ковровина, скатанного в рулон в виде круга и части, состоящей из полного цилиндрического картона.

Решение части 1: если  $R$  – радиус основания, а  $r$  – радиус картонной части, тогда площадь части ковровина равна:

$$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi(R^2 - r^2) = \pi(R - r)(R + r)$$

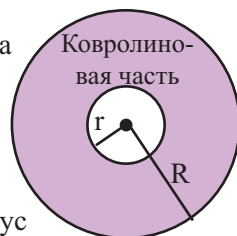
Решение части 2: если развернуть ковролин, то получим одинаково тонкий по толщине прямоугольник. Его длина равна длине ковровина, а ширина равна его толщине (Внимание! Здесь речь идёт не о ширине ковровина!). Площадь ковровиновой части равна площади прямоугольника. Здесь  $d$  – толщина,  $L$  – длина. Таким образом, площадь искомой части равна  $Ld$

Решение части 3: решением 1-ой части является выражение  $\pi(R - r)(R + r)$ , а 2-ой части – выражение  $Ld$ . Из равенства выражений имеем:

$$Ld = \pi(R - r)(R + r) \text{ и } L = \frac{\pi(R - r)(R + r)}{d}$$

Как видно, не разворачивая ковролин, можно приблизительно определить его длину при помощи рационального выражения, измерив только толщину  $d$ , радиус основания  $R$  и радиус внутреннего цилиндра из картона  $r$ .

Ученикам рекомендуется проверить данную формулу в магазинах, где продаются ковровины (или любой другой товар в рулонах).



**Оценивание.** Формативное оценивание, учитывающее основные умения учащихся, проводится на протяжении всего урока методом наблюдения, делаются соответствующие заметки. При этом в центре внимания находится умение учащихся упрощать рациональные выражения. Следует обратить особое внимание учеников на важность определения ОДЗ выражений.

# Рабочий лист № 1

## Рациональные выражения и нахождение ОДЗ

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Заполните таблицу

Выражение	Разложите знаменатель на множители	Запишите значения переменной, при которых выражение не имеет смысла
$\frac{3x - 12}{x^2 + 2x}$	$\frac{3x - 12}{x(x + 2)}$	$x(x + 2) = 0$ $x = 0, x = -2$ ОДЗ: $x \neq 0, x \neq -2$
$\frac{10v + 40}{8v + 32}$		
$\frac{2y^2 + 9y - 18}{4y^2 - 6y}$		
$\frac{x - 1}{x^2 - 1}$		
$\frac{h^2 - 9}{h^2 + 6h + 9}$		
$\frac{3x^2 - 8x - 3}{x^2 - 10x + 25}$		
$\frac{2f^2 - 8}{f^2 + 2f - 8}$		
$\frac{d^2 + 6d + 8}{d^2 - d - 20}$		



Не понял задания



Понимаю, что необходимо выполнить в задании, но решить не могу



Все примеры решил, но в решении некоторых не уверен



С легкостью решил все примеры

Навыки:				
Находит значения переменной, которые обращают знаменатель в нуль				
Записывает ОДЗ				

## Рабочий лист № 2

### Самооценивание

#### Эквивалентные рациональные выражения, упрощение рациональных выражений.

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Упростите выражения и запишите в ячейку соответствующую букву. Сопоставьте рациональные выражения с одинаковыми буквами. Если выражения эквивалентны, то около них запишите соответствующую букву или букву F, в случае, если “Ни одно из них”.

A) 1      B)  $-1$       C)  $x + 5$       D)  $\frac{x}{3}$       E)  $3x$       F) Ни одно из них.

$\frac{9x^3 + 15x}{3x^2 + 5}$	$\frac{x^2 - 25}{x - 5}$	<b>Пример:</b> $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{3x^2 + 6x + 3} = \frac{x(\cancel{x^2 + 2x + 1})}{3(\cancel{x^2 + 2x + 1})}$ $= \frac{x}{3}$ Ответ: D	
$\frac{x - 1}{1 - x}$	$\frac{x^2 + x}{x + 3}$		
$\frac{(3x + 2)(x + 1)}{3x^2 + 5x + 2}$	$\frac{x - 1}{1 + x}$	$\frac{3x^2 - 6x}{x - 2}$	$\frac{3x + 1}{1 + 3x}$
$\frac{3x^3 - 27x}{(x + 3)(x - 3)}$	<b>D</b> $\frac{x^3 + 2x^2 + x}{3x^2 + 6x + 3}$	$\frac{x^2 + 10x + 25}{x + 5}$	$\frac{3x - 1}{1 - 3x}$
$\frac{x^2 + 6x + 5}{x + 1}$	$\frac{x^2 + 25}{x^2 - 25}$	$\frac{x - 8}{-x + 8}$	$\frac{3x^3 + 6x^2}{x + 2}$



Не понимаю задания



Понимаю, что необходимо выполнить в задании, но решить не могу



Все примеры решил, но в решении некоторых не уверен



С легкостью решил все примеры

Навыки	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Упрощает рациональные выражения:				
- вынося общий множитель за скобку в знаменателе				
- применяя формулы сокращенного умножения				
- разложением трехчлена на множители				

## Рабочий лист № 3

### Задачи, в которых необходимо составлять рациональные выражения

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

- 1) Стоимость  $m$  книг  $n$  манат. Сколько стоит 100 таких книг?
  
- 2) На мероприятие неожиданно пришли 15 гостей. Какую часть новоявленные составляют от всех гостей?
  
- 3) Автомобиль прошел путь длиной  $x$  км за  $t$  часов. Составьте рациональное выражение, которое показывает какой путь пройдет автомобиль за 5 часов.
  
- 4) Придумайте задачу, для решения которой требуется составить рациональное выражение.



Не понимаю задания



Понимаю, что необходимо выполнить в задании, но решить не могу




Выполняю задание



Легко выполняю задание

Навыки	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Решает задачи, составляя рациональные выражения				
Составляет задачи, для решения которых записываются рациональные выражения.				

**Примечание.** В соответствии с выбранным ответом, поставьте знак  в ячейку с рисунком.

**Подумайте и запишите по каким причинам вы испытывали затруднения**

---



---



---



















---

## Рабочий лист № 4

### Самооценивание умения находить эквивалентные рациональные выражения и сокращать их

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Навыки	Объясняет заданные примеры и сам записывает их	Если есть трудности, можете посмотреть соответствующую страницу учебника и повторить обучающие задания	Результаты
Понимает определение рационального выражения и представляет соответствующие примеры	$\frac{a+1}{a+3}$	Стр.8-9, №1, 3	   
Определяет множество значений переменных, при котором рациональное выражение не имеет смысла. Объясняет деление на 0	$\frac{x+2}{x-1}$	Стр.8-9, №4, 5	   
Составляет рациональные выражения для решения задач и решает их	<i>если n карандашей стоят t манат, то сколько манат стоят n+2 карандаша?</i>	Стр.8-9, №9, 10,11,12	   
Преобразует рациональные выражения: -вынося общий множитель за скобку; -применяя формулы сокращенного умножения; - разложением трехчлена на множители	$\frac{6x+3}{2x^2+x}$ $\frac{7x-49}{x^2-49}$ $\frac{x^2-3x-4}{x^2-2x-3}$	Стр.10-13, № 6-25	   

## Урок 6-8. Стр. 15-17 учебника. Умножение, деление и возведение в степень рациональных выражений. 3 часа

**Содержательный стандарт.** 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

### Навыки учащегося:

- выполняет умножение, деление и возведение в степень рациональных выражений
- решает задачи, применяя умножение и деление рациональных выражений

**Дополнительные ресурсы:** Рабочий лист №5

**Обучение.** Информация данного блока обсуждается вместе с учащимися. До их сведения необходимо довести, что умножение и деление рациональных выражений осуществляется по тем же правилам, что и умножение и деление обыкновенных дробей. При этом акцент делается на то, что для упрощения рациональных выражений важную роль играют навыки вынесения общего множителя и применение формул сокращенного умножения. Особое внимание уделяется умению учащихся, находящихся под особым наблюдением, умножать и упрощать дроби как в простых случаях, так и в случаях с несколькими переменными. В случае необходимости, подготавливаются дополнительные рабочие листы с рациональными числами и простыми случаями умножения, деления и возведения в степень рациональных выражений.

### Прикладные задания.

**У.15.** Просматривается рисунок, соответствующий задаче и согласно тексту определяются данные.

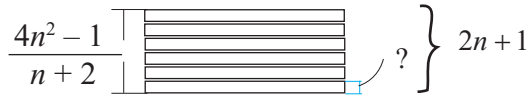
1) общая высота деревянного блока:  $\frac{4n^2 - 1}{n + 2}$

2) количество досок:  $2n + 1$

Необходимо определить: толщину одной доски.

Понятно, что толщину одной доски можно

определить в виде отношения общей высоты блока к количеству досок в нем. Рекомендуется представить схематическое изображение, соответствующее задаче.



$$\frac{4n^2 - 1}{n + 2} : (2n + 1) = \frac{4n^2 - 1}{n + 2} \cdot \frac{1}{2n + 1} = \frac{(2n - 1)(2n + 1)}{(n + 2)(2n + 1)} = \frac{2n - 1}{n + 2}$$

**У.17.** Последовательно записываются данные, представленные в задаче.

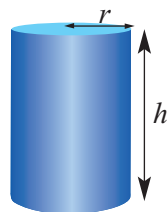
Дано:

$$S_{\text{п.п.}} = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

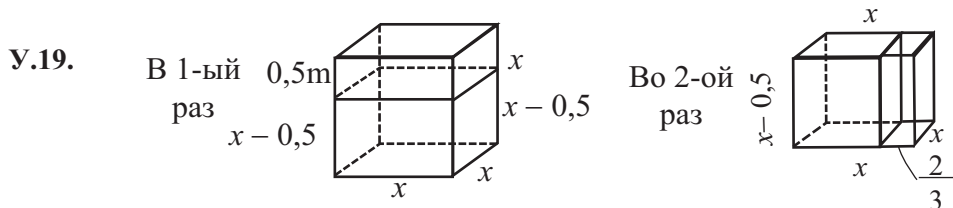
$$V_{\text{цилиндра}} = \pi r^2 \cdot h$$

а)  $r = 12$  см,  $h = 16$  см

б)  $r = 16$  см,  $h = 5$  см



Определяется количество листов железа, затраченное на изготовление каждого из двух сосудов. Для этого вычисляется площадь полной поверхности сосуда в форме цилиндра. При  $r = 12$  см и  $h = 16$  см,  $S_1 = 672\pi$  см<sup>2</sup>, при  $r = 16$  см и  $h = 5$  см, получаем  $S_2 = 672\pi$  см<sup>2</sup>. Т.е., для изготовления обоих сосудов используется одинаковое количество листов железа. По формуле.  $V = \pi r^2 h$  объем первого сосуда  $V_1 = 2304\pi$  см<sup>3</sup>, а второго -  $V_2 = 1280\pi$  см<sup>3</sup>. Таким образом первый сосуд выгодней второго.



Понятно, что, если объём куба вначале  $V = x^3$ , то после первого сечения его объем станет  $V_1 = x \cdot x \cdot (x - 0,5)$ , а после второго -  $V_2 = x \cdot (x - \frac{2}{3}) \cdot (x - 0,5)$ .

Зная, что масса куба объемом  $V_2 = 65$  кг, составим выражение для нахождения массы куба до того, как его обтесали.

$$\frac{65 x^3}{x(x - \frac{2}{3})(x - \frac{1}{2})} = \frac{390x^2}{(3x - 2)(2x - 1)}$$

Творческие задания такого типа после обсуждения в классе можно задавать в качестве долгосрочного домашнего задания. Они могут быть применены для более тщательной оценки навыков ученика. В методической литературе этот вид оценивания называется **performans оценивание** и имеет широкое применение.

**У.20.** Ученики перед выполнением задания должны представить в письменном виде последовательность действий, которые они будут выполнять при упрощении выражений. Например, таким образом:

1) Действие деление представляется в виде умножения. Для этого дробь

$$\frac{x^2 - 11x + 30}{x^2 + 7x + 12} \text{ нужно заменить на обратную дробь } \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 11x + 30}$$

2) Разложим числитель и знаменатель дроби  $\frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 11x + 30}$  на множители:

$$\frac{(x + 3)(x + 4)}{(x - 5)(x - 6)}$$

3) Сократим дробь и выполним упрощение.

$$\begin{aligned} 1) (x - 5) : \frac{x^2 - 11x + 30}{x^2 + 7x + 12} \cdot \frac{(x - 6)}{(x + 4)} &= (x - 5) \cdot \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 - 11x + 30} \cdot \frac{(x - 6)}{(x + 4)} = \\ &= (x - 5) \cdot \frac{(x + 3)(x + 4)}{(x - 5)(x - 6)} \cdot \frac{(x - 6)}{(x + 4)} = x + 3 \end{aligned}$$

## Рабочий лист № 5

### Умножение и деление рациональных выражений

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

$$1) \frac{5xy^2}{6x^3y^2} \cdot \frac{12x^3y}{10x^9y} =$$

$$9) \frac{x^2+x-2}{x^2+2+x} \cdot \frac{x^2+x+2}{3x^2-3x} =$$

$$2) \frac{12ab^3}{5a} \cdot \frac{6ab^2}{8b^2} : \frac{5a^2}{6b} =$$

$$10) \frac{2x^2+4x}{x^2-16} \cdot \frac{x^2-3x-4}{2x^2+6x+4} =$$

$$3) 2xy^2z^2 \cdot \frac{x^4y^3}{6x^3y^2z} =$$

$$11) \frac{3x^3-3x^2}{x^2+2x-3} \cdot \frac{15x^2+45x}{6x^2+12x} =$$

$$4) (2x+4) \cdot \frac{3x}{3x+6} =$$

$$12) \frac{12x+8}{x^2-2x-3} \cdot \frac{15x^2-45x}{6x^2+4x} =$$

$$5) (3y+6) \cdot \frac{2y}{2y+4} =$$

$$13) \frac{4x^2-1}{2x^2-x-1} : \frac{4x^2-4x+1}{x^2-2x+1} =$$

$$6) \frac{2x+2}{3x-5} : \frac{x+1}{6x-10} =$$

$$14) \frac{2x^2+x}{12x+8} : \frac{2x^2+15x+7}{36x^2+42x+12} =$$

$$7) \frac{3a^2b}{14a^5b^2} \cdot \frac{56a^3b^2}{21ab^2} =$$

$$15) \frac{s^2+6s+8}{12} : \frac{2s^3-8s}{3s} =$$

$$8) \frac{x^2-8x-9}{y^2-y-12} \cdot \frac{3y-12}{2x-18} =$$



## Урок 9 -12. Стр. 18-23 учебника.

### Сложение и вычитание рациональных выражений. 4 часа

**Содержательный стандарт:** 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

#### Навыки учащегося:

- складывает и вычитает рациональные выражения;
- решает задачи, применяя сложение и вычитание рациональных выражений.

**Дополнительные ресурсы:** Рабочий лист № 6

#### Обучающие задания.

Обучающая часть исследуется вместе с детьми. Повторяются правила сложения и вычитания рациональных чисел. Ещё раз повторяется правило нахождения наименьшего общего кратного. Например, как найти НОК(16;24)? При разложении чисел на простые множители, для нахождения наименьшего общего кратного важно, чтобы ученик мог находить общие и различные простые множители.

Так как  $16 = 2 \cdot 8$  и  $24 = 3 \cdot 8$ , то  $\text{НОК}(16;24) = 2 \cdot 3 \cdot 8 = 48$ .

Повторяются правила сложения и вычитания различных простых дробей с общими знаменателями. Отмечается, что соответствующие действия над рациональными выражениями выполняются по тем же правилам.

При сложении или вычитании дробей с одинаковыми знаменателями, их числители складываются (вычитаются), знаменатели при этом остаются без изменения, для дробей с разными знаменателями надо сначала привести их к общему знаменателю, а затем выполнять действия над ними.

Для определения общего знаменателя особое внимание надо обращать на правильное разложение многочленов в числителе и знаменателе дроби на множители. Разложение на множители более эффективными способами отражает умение учеников мыслить логически и творчески.

#### Прикладные задания.

**У.24.** Фермера беспокоит малый вес новорожденных телят. Для того, чтобы увеличить вес теленка на  $m$  кг за каждую неделю, он перевел телят на особый режим кормления. В результате фермер заметил, что вес за каждую неделю увеличивается на  $(m + 2)$  кг. Решите следующие задачи, зная, что прибавка в весе у телёнка в среднем должна составить 20 кг. По данным задачи найдите следующее:

1) Какую информацию содержат выражения  $\frac{20}{m}$  и  $\frac{20}{m + 2}$ ?

2) Запишите и упростите выражение, которое показывает разность между запланированным и фактическим временем (количеством недель).

Если вес теленка за неделю увеличивается на  $m$  кг, то для того, чтобы в среднем прибавка в весе составила 20 кг потребуется  $\frac{20}{m}$  недель, однако, если увеличение веса составляет  $(m + 2)$  кг, тогда достаточно  $\frac{20}{m + 2}$  недель.

В таком случае, фактическое количество недель равно  $\frac{20}{m+2}$ , а запланированное количество  $\frac{20}{m}$ .

Разность между фактическим количеством недель и запланированным:

$$\frac{20}{m} - \frac{20}{m+2} = 20 \left( \frac{1}{m} - \frac{1}{m+2} \right) = 20 \cdot \frac{2}{m(m+2)} = \frac{40}{m(m+2)}$$

**У.30.** 1) В паре  $\frac{A}{B} + \frac{C}{D}$  и  $\frac{\frac{AD}{B} + C}{D}$  покажем эквивалентность второго

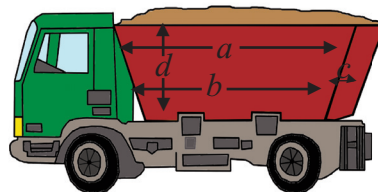
выражения первому.

$$\begin{aligned} \frac{\frac{AD}{B} + C}{D} &= \frac{\frac{A \cdot D}{B} + \frac{C \cdot B}{B}}{D} = \frac{\frac{A \cdot D + C \cdot B}{B}}{D} = \frac{A \cdot D + B \cdot C}{B \cdot D} = \frac{AD}{BD} + \frac{BC}{BD} = \\ &= \frac{A}{B} + \frac{C}{D} \end{aligned}$$

Таким образом,  $\frac{\frac{A \cdot D}{B} + C}{D} = \frac{A}{B} + \frac{C}{D}$

**У.33.** Для закладки фундамента при строительстве нового дома строительная площадка должна быть очищена от мусора. Мусор должен вывозиться на грузовой машине, изображенной на рисунке. Вместимость грузовой машины можно вычислить по формуле  $V = \frac{d(a+b)}{2} \cdot c$ .

1) Выразите вместимость грузовой машины в кубических метрах, если размеры грузовой машины по технической документации равны  $a = 10$  футов,  $b = 17$  футов,  $c = 4$  фута,  $d = 3,5$  фута. 1 фут  $\approx 0,3$  м (фут единица измерения длины, которая используется в некоторых странах Европы и США).



2) Если на стройплощадке  $40 \text{ м}^3$  мусора, то сколько рейсов должна совершить грузовая машина?

$$V = \frac{d(a+b)}{2} \cdot c$$

$$a = 10 \cdot 0,3 \text{ м} \approx 3 \text{ м}$$

$$b = 17 \cdot 0,3 \approx 5,1 \text{ м}$$

$$c = 4 \cdot 0,3 \text{ м} \approx 1,2 \text{ м}$$

$$d = 3,5 \cdot 0,3 \approx 1,05 \text{ м}$$

$$V = 5,103 \text{ м}^3$$

1) Вместимость грузовой машины:

$$V \approx \frac{1,05 \cdot (3 + 5,1)}{2} \cdot 1,2 = 1,05 \cdot 8,1 \cdot 0,6 = 5,103 \text{ м}^3$$

2) Для  $40 \text{ м}^3$  мусора,  $\frac{40}{5,103} \approx 7,8$

Ответ: 8 рейсов

## Рабочий лист № 6

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Выполните действия над рациональными выражениями.



**Хоть бы дали  
задание на приведе-  
ние обыкновенных дробей  
к общему  
знаменателю!!!**

1)  $\frac{x}{7} + \frac{x}{3} =$

2)  $5 - \frac{1}{2y} =$

3)  $a - \frac{3}{2a} =$

4)  $\frac{1}{x} + 1 =$

5)  $\frac{a-1}{5} - \frac{a+1}{4} =$

6)  $\frac{2x+3}{5x} - \frac{7x^2-1}{5x} =$

7)  $\frac{a+1}{3a} + \frac{3}{2} =$

8)  $\frac{a+5}{5a} - \frac{a-8}{8a} =$

9)  $\frac{2x-3}{6x} - \frac{x-2}{4x} =$

10)  $\frac{3}{x+2} + \frac{x-2}{x} =$

11)  $\frac{1}{2-x} + \frac{2}{x-2} =$

12)  $\frac{b}{b-1} + \frac{1}{2-2b} =$

13)  $\frac{1}{a^2-a-6} - \frac{1}{a^2+2a} =$

14)  $\frac{2}{a^2-4} - \frac{1}{a^2+2a} =$

15)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x^2-2x} =$

## Урок 13-14. Стр. 24-25 учебника.

### Действия над рациональными дробями. 2 часа

**Содержательный стандарт:** 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.

#### Навыки учащегося:

- заменяет дроби с рациональными выражениями в числителе и знаменателе делением и упрощает их;
- упрощает выражения, содержащие действия сложения, вычитания, умножения и деления рациональных выражений.

#### Дополнительные ресурсы: Рабочий лист №7.

Отмечается, что последовательность действий сложения, вычитания, умножения и деления над рациональными выражениями при упрощении аналогично этим же действиям над рациональными числами. Здесь требуется упрощать более сложные дроби, в числителе и знаменателе которых содержатся рациональные выражения. Задания, представленные в учебнике, разбираются вместе с учащимися.

Для примера рассматриваются две следующие дроби. В первом случае выражение записано в виде деления двух выражений, во втором примере это действие представлено в виде сложной дроби. В этом случае рекомендуется отдельно выписать числитель и знаменатель, а затем выполнить упрощение. В этом случае уменьшается вероятность случайных ошибок, а также увеличивается шанс выявить их.

**У.3-с.** Данное задание может быть рекомендовано для работы в парах. Один может выполнить упрощение, приводя к общему знаменателю, а другой - умножив числитель и знаменатель на одно и то же выражение.

$$\frac{\frac{2a-b}{b} + 1}{\frac{2a+b}{b} - 1} = \frac{\left(\frac{2a-b}{b} + 1\right) \cdot b}{\left(\frac{2a+b}{b} - 1\right) \cdot b} = \frac{2a-b+b}{2a+b-b} = \frac{2a}{2a} = 1$$

**Оценивание.** Предлагается провести формативное оценивание навыков учащихся. Особое внимание уделяется умению раскладывать многочлен на множитель и приводить к общему знаменателю при сложении и вычитании рациональных выражений.

## Рабочий лист № 7

### Умножение и деление, сложение и вычитание рациональных выражений

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Навыки	Понимает и объясняет заданный пример, сам составляет пример	При затруднении обратесь к повторению, а также используйте рабочие листы №5 и №6
1. Выполняет умножение и деление рациональных выражений.	$\frac{a+1}{a-3} : \frac{a^2-1}{3a-9}$	стр. 15-16 №1, 2, 3, 4
2. Складывает и вычитает рациональные выражения с одинаковыми знаменателями. Складывает и вычитает рациональные выражения с разными знаменателями.	$\frac{x}{x^2-1} + \frac{1}{1-x^2}$ $\frac{c}{2c+6} - \frac{c}{3c+9}$	стр. 18-21 № 5, 6, 7, 8
3. Упрощает рациональные выражения.	$(x - \frac{5x}{x+2}) : \frac{x-3}{x+2}$	стр. 24-25 № 1, 2, 3, 4
4. Решает задачи, составляя рациональные выражения.	Автомобиль проехал по просёлочной дороге 60 км, после чего, увеличив скорость на 15 км, проехал ещё 80 км по асфальтированной дороге. Составьте рациональное выражение, которое показывает разницу между временем, которое автомобиль потратил на путь по просёлочной дороге и временем, потраченным на асфальтированной дороге.	стр. 9 №10, 11, 12, стр.14 №27, 28, 29, 30

## Урок 15-17. Стр. 26-29 учебника. Степень с целым показателем. 3 часа

### Содержательный стандарт.

1.2.2. Применяет свойства степени с целым показателем.

4.1.1. Распознаёт наиболее используемые международные единицы измерения (баррель, миля, фаренгейт) и может использовать их.

### Навыки учащегося:

- находит значение числового выражения, применяя свойства степени с целым показателем;
- упрощает выражение с переменной, применяя свойства степени с целым показателем;
- записывает в стандартном виде очень большие и очень маленькие положительные числа, применяя свойства степени с целым показателем;
- решает задачи с числовыми данными в виде степени с целым показателем.

**Дополнительные ресурсы:** Рабочие листы № 8, № 9, № 10.

### Обучающие задания.

**1-ый час.** Объяснения, представленные в обучающем блоке, рассматриваются вместе с учениками. В центре внимания остается умение записывать степень с отрицательным показателем в виде дроби и наоборот, представлять дроби в виде степени с отрицательным показателем. Применение таких же навыков формируется на выражениях, содержащих переменную (У.7, У.8, У.10).

В задании **У.6.** ученик объясняет на примерах, верно ли условие или нет. Проверить, что а) если  $a > 0$  и  $n$ -целое число, то  $a^n < 0$  **неверно**.

Например, при  $a = 5, n = 2$  имеем  $5^2 = 25$ , при  $a = 5, n = -2$  имеем  $5^{-2} = 1/25 = 0,04$ . В каждом из двух случаев  $a^n > 0$ .

Проверку других пунктов ученик должен выполнить аналогичным образом.

**2-ой, 3-ий часы. Стр. 27, 28, 29 учебника. Свойства степени с целым показателем.**

**Стандартный вид числа.** Свойство степени с отрицательным целым показателем изучается вместе с учащимися на конкретных примерах. Уровень выполнения обучающих заданий проводится при помощи наблюдения. В итоге приходим к пониманию, что числа в стандартном виде наиболее часто используются для записи научной информации. Для того, чтобы проверить умение распознавать число, записанное в стандартном виде среди записей одного и того же числа, можно задать следующие вопросы “Покажите, что числа  $225 \cdot 10^{-6}$ ,  $2,25 \cdot 10^{-4}$ ,  $2250 \cdot 10^{-7}$  являются различными видами записи одного и того же числа”, “Какую из записей можно считать записью числа в стандартном виде?”

Рабочие листы можно загрузить с сайта <http://www.mathworksheets4kids.com/scientific-notations.html> в формате PDF или самостоятельно с сайта [http://www.math-aids.com/Radicals/Scientific\\_Notation.html](http://www.math-aids.com/Radicals/Scientific_Notation.html)

**Примечание.** В иностранной литературе запись вида  $a \cdot 10^n$  при  $1 \leq a < 10$  не считается “стандартным видом числа” как это принято, а используется термин “научный вид числа”. Стандартный вид числа - это цифровая запись. Поэтому для поиска ресурсов по данной теме используйте ключевое слово **scientific notation worksheets**.

3-ий час предусмотрен для решения задач со степенью с целым показателем и стандартным видом числа. Ученик наглядно понимает, что очень большие и очень маленькие положительные числа используются в различных направлениях науки.

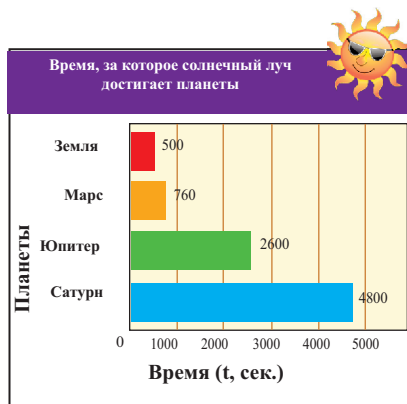
Сначала каждая задача читается в классе, после чего учащиеся демонстрируют знания по заданной теме. Проводится исследование где были получены данные знания - на уроках или самостоятельно. Создается мотивация для самостоятельного обучения.

Подчеркивается важность самостоятельного обучения для формирования мировоззренческих и творческих качеств личности.

**У.14** При выполнении данного задания рекомендуется подготовить таблицу, отображающую расстояние между планетами, при помощи интерактивной доски или в виде плаката. Результаты, полученные при решении, сравниваются с фактическими данными.

### Расстояние от Солнца до планет

Планеты	Расстояние
Меркурий	57 910 000 км
Венера	108 200 000 км
Земля	149 600 000 км
Марс	227 940 000 км
Юпитер	778 330 000 км
Сатурн	1 424 600 000 км
Уран	2 873 550 000 км
Нептун	4 501 000 000 км
Плутон	5 945 900 000 км



## Рабочий лист № 8

### Степень с целым показателем

Навыки	Объясняет соответствующие навыки на заданных примерах. Самостоятельно записывает еще 2 примера	Если есть затруднения, обращается к повторению заданий
Выражает степень с отрицательным показателем в виде степени с натуральным показателем.	$(-0,5)^{-4} =$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} =$	Стр. 26, №1-10
При вычислении использует свойства степени с отрицательным целым показателем.	$\frac{4^{-3} \cdot 8^{-4}}{16^{-5}} =$	Стр. 27, №11-19
Записывает числа в стандартном виде.	$1590000 =$ $0,000032 =$	Стр. 28, №1-2
Выполняет действия над числами в стандартном виде.	$8 \cdot 10^{-3} \cdot 5,2 \cdot 10^{-4}$	Стр. 28, №3-6

## Рабочий лист №9

### Степень с отрицательным целым показателем

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Вычислите.

$$\begin{array}{ccccc} 6^{-2} = & 2^0 = & 3^0 = & 4^{-3} = & (-1)^{-90} = \\ 6^0 = & (-5)^{-2} = & 1^{-89} = & (-10)^{-5} = & 100^{-5} = \end{array}$$

$$0,3^{-2} = \quad 0,4^{-1} = \quad 0,6^{-2} = \quad 0,9^{-2} = \quad 0,7^{-2} =$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{-6} = \quad \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} = \quad \left(-\frac{1}{4}\right)^{-3} = \quad \left(-\frac{9}{7}\right)^{-2} =$$

2) Запишите выражение в виде дроби .

$$\begin{array}{ccccc} 6 n^{-3} = & 2 m^{-2} = & 3 x^{-3} = & 4 r^{-3} = & 6 m^{-4} n^{-2} = \\ 3 n^{-2} = & 2 v^{-3} = & p^{-3} = & 4 x^{-1} = & 7 b^{-1} = \\ x^{-2} = & 8 a^{-3} = & 2 n^{-4} = & (-6 x^{-2})^{-1} = & 2 x^{-4} y^2 = \\ 2 x^{-2} y^4 = & 4 yx^{-1} = & u^3 v^{-1} = & 5u^2 v^{-1} = & 7 x^{-2} y^{-2} = \end{array}$$

3) Упростите. Ответ запишите в виде выражения со степенью с натуральным показателем.

$$(2 b^4)^{-1} = \quad (3m)^{-2} = \quad (2x^4 y^{-3})^{-1} = \quad (x^2 y^{-1})^2 =$$

$$\frac{3m^{-4}}{m^3} = \quad \left(\frac{1}{2} r^{-3}\right) \cdot (2r^3)^{-2} = \quad \frac{x^{-1}}{4 x^4} \cdot x^{-3} = \quad \frac{n^{-2}}{2 n^4} =$$

$$\frac{4x^0 y^{-2} z^3}{4x} = \quad \frac{4m^4 n^3 p^3}{3m^2 n^2 p^4} = \quad \frac{2y^3 x^{-3} z^4}{3x^2 y^{-3} z^4} =$$

$$\frac{2m^{-2}}{3m^{-2} n^{-2} \cdot 5m^3 n^{-1}} = \quad \frac{6x^3 y^{-5} \cdot (-9 x^5 y^5)}{4x^4 y^5} =$$

$$\frac{(2a^0 \cdot 2a^{-1} b^{-2})^{-3}}{-2a^{-2} b^{-1}} = \quad \frac{(2c^{-4})^0 \cdot (6c^{-3} d^{-2})^{-1}}{-4c^{-2} d^{-1}} =$$



**Рабочий лист №10**  
**Стандартный вид числа**

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Запишите число в стандартном виде.

$$0,0000006 =$$

$$5400000 =$$

$$0,009 =$$

$$0,0000002 =$$

$$2000000 =$$

$$71 \cdot 10^3 =$$

$$48900 =$$

$$0,0000009 =$$

$$0,63 \cdot 10^{-4} =$$

$$33 \cdot 10^{-3} =$$

$$0,000216 =$$

$$0,15 \cdot 10^{-2} =$$

2) Запишите цифрами числа, представленные в стандартном виде.

$$8,9 \cdot 10^{-1}$$

$$2 \cdot 10^{-1}$$

$$2 \cdot 10^5$$

$$8,04 \cdot 10^2$$

$$2,66 \cdot 10^4$$

$$1,5 \cdot 10^{-2}$$

$$7,75 \cdot 10^{-1}$$

$$8,3 \cdot 10^7$$

$$9,5 \cdot 10^7$$

$$1,71 \cdot 10^7$$

$$4,9 \cdot 10^{-3}$$

$$3,8 \cdot 10^2$$

$$7,5 \cdot 10^{-5}$$

$$4 \cdot 10^0$$

$$8,4 \cdot 10^5$$

$$4 \cdot 10^{-5}$$

3) Выполните сложение и вычитание чисел, представленных в стандартном виде.

$$(1,2 \cdot 10^5) + (5,35 \cdot 10^6) =$$

$$(6,91 \cdot 10^2) + (2,4 \cdot 10^3) =$$

$$(9,70 \cdot 10^6) + (8,3 \cdot 10^5) =$$

$$(3,67 \cdot 10^2) - (1,6 \cdot 10^1) =$$

$$(8,41 \cdot 10^5) - (7,9 \cdot 10^6) =$$

$$(1,33 \cdot 10^5) - (4,9 \cdot 10^4) =$$

4) Выполните умножение и деление чисел, представленных в стандартном виде.

$$(4,3 \cdot 10^8) \cdot (2 \cdot 10^6) =$$

$$(1,5 \cdot 10^2) : (8 \cdot 10^{-1}) =$$

$$(6 \cdot 10^3) : (1,5 \cdot 10^{-2}) =$$

$$(1,2 \cdot 10^{-1}) \cdot (4,5 \cdot 10^{-3}) =$$

5) Вычислите.

$$a) \frac{7,8 \cdot 10^3}{1,2 \cdot 10^4} =$$

$$b) \frac{8,1 \cdot 10^{-2}}{9 \cdot 10^2} =$$

$$c) \frac{6,48 \cdot 10^5}{(2,4 \cdot 10^4) \cdot (1,8 \cdot 10^{-2})} =$$

## Урок 18, 19. Стр. 30-32 учебника. Функция $y = \frac{k}{x}$ и ее график 2 часа

**Содержательный стандарт 2.3.** Выражает зависимость между величинами, с которыми ежедневно встречается в жизни, в виде функциональной зависимости.

1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении задач.

### Навыки учащегося:

- демонстрирует понимание прямо и обратно пропорциональной зависимости;
- представляет обратно пропорциональную зависимость устно, в виде уравнения и графика;
- находит требуемые значения по данным и видам зависимости между ними;
- решает задачи на прямо и обратно пропорциональную зависимость.

### Дополнительные ресурсы: Рабочие листы № 11, №12

Обсуждения прямо и обратно пропорциональных зависимостей проводится на примерах.

**Эльнур за каждый час работы получает зарплату в размере 5 манат.** За 1 час Эльнур получает 5 манат, за 2 часа - 10 манат, за 3 часа - 15 манат и т.д.

**Самолет пролетел 4000 км со скоростью 800 км за час в течении 5 часов.** Самолёт преодолет это же расстояние за 8 часов со скоростью 500 км/ч, за 10 часов со скоростью 400 км/ч и т.д.

Сравните зависимости в первой задаче, между полученными Эльнуром деньгами и временем, и во второй задаче - между скоростью самолета и временем. Что можно сказать о произведении количества часов на количество полученных денег за один час в первой задаче? А что можно сказать о произведении скорости самолета на время во второй задаче?

Отмечается, что первая зависимость является прямо пропорциональной, а вторая - обратно пропорциональной, исследуются характерные черты этих зависимостей.

**Прямо пропорциональная зависимость:** при увеличении одной из двух зависимых величин в несколько раз, другая величина увеличивается во столько же раз.

**Обратно пропорциональная зависимость:** при увеличении одной из двух зависимых величин в несколько раз, другая величина уменьшается во столько же раз.

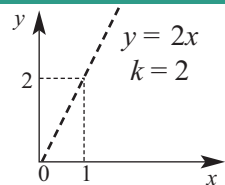
Рекомендуется подготовить электронные или бумажные плакаты, как показано ниже.

### Прямо пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости

#### Прямо пропорциональная зависимость:

**Задача.** В одном мешке 2 кг риса. Сколько килограммов риса в 3, 5, 6 и т.д. таких же мешках?  $y = 2x$ ,  $\frac{y}{x} = 2$

Если величины  $x$  и  $y$  изменяются в прямо пропорциональной зависимости, то их отношение остаётся постоянным  $\frac{y}{x} = k$  или  $y = kx$ .

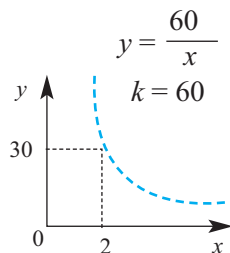


#### Обратно пропорциональная зависимость:

**Задача.** Сколько мешков вместимостью 2 кг, 3 кг, 4 кг и т.д. потребуется для того, чтобы расфасовать 60 кг риса?

$$y = \frac{60}{x}, \quad xy = 60$$

Если величины  $x$  и  $y$  изменяются в обратно пропорциональной зависимости, то их произведение остаётся постоянным  $xy = k$  или  $y = \frac{k}{x}$ , при  $k \neq 0$ .



Для того, чтобы проверить как учащиеся поняли прямо и обратно пропорциональную зависимости, рекомендуется выполнение следующих заданий:

Запишите в виде формулы следующие зависимости:

$x$  и  $y$  изменяются в обратно пропорциональной зависимости при  $x = 8, y = 16$ ;

$x$  и  $y$  изменяются в прямо пропорциональной зависимости при  $x = 56, y = 8$

**Обучающие задания:** Проконтролируйте, чтобы задания выполнялись всеми учащимися. Эти задания основываются на определении прямо и обратно пропорциональных зависимостей.

Прикладные задания в большинстве случаев построены на решении задач.

**Методические рекомендации.** 1. В каждой задаче определите зависимость изменения величины.

2. Определите происходит ли изменение величины в прямо или обратно пропорциональной зависимости.

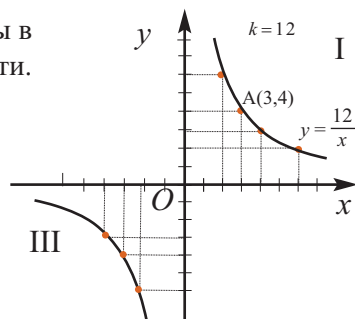
3. Запишите зависимость в виде выражения.

4. Выполните требуемые вычисления.

**У.4.** Определяет формулу обратно пропорциональной зависимости по заданным координатам.

Если  $xy = k$ , то  $xy = 12$ , т.е.,  $k = 12$

$$y = \frac{k}{x} \quad y = \frac{12}{x}$$



**У.9.** В этом задании расстояние от человека до центра равновесия и его масса находятся в обратно пропорциональной зависимости. Т.е. произведение этих двух величин должно оставаться постоянным и быть одинаковым для каждого из них.  $m_1 d_1 = m_2 d_2$ , здесь  $m$  - масса,  $d$  - расстояние между центром равновесия до человека.  $50 \cdot 1,5 = 60 d_2$   $d_2 = 75 : 60 = 1,25$  (м)

Если человек, масса которого 50 кг, стоит от центра равновесия на расстоянии 1,5 м, то человек с массой 60 кг должен стоять на расстоянии 1,25 м от центра равновесия. Как видите, с увеличением массы расстояние уменьшилось.

**У.13-б** Ученик должен понимать, что в равномерном движении при одинаковом расстоянии, скорость и время находятся в обратно пропорциональной зависимости, и решить задачу при помощи формулы  $s = vt$

Известно:

$$v_1 = 60 \text{ км/ч}$$

$$t_1 = 7 \text{ часов}$$

Если  $v_2 = 75$  км/ч то,

экономит ли он 1,5 ч?

Расстояние между двумя пунктами:  
с другой стороны:

$$s = v_1 \cdot t_1$$

$$s = v_2 \cdot t_2$$

$$s = v_1 \cdot t_1 = v_2 \cdot t_2$$

$$60 \cdot 7 = 75 \cdot t_2$$

$$t_2 = \frac{60 \cdot 7}{75} = \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5} = 5,6$$

$t_1 - t_2 = 7 - 5,6 = 1,4$  часа, предположение водителя неверно.

Задания прикладного характера охватывают умение составлять уравнение по графику, определять по условию задачи прямо и обратно пропорциональную зависимость и т.д. Ученик должен понимать, что в задачах на совместную работу, скорость, наполнение и опустошение бассейна, величины связаны обратно пропорциональной зависимостью. Главным условием в этих задачах является определение изменения за единицу времени. Это выполненная за единицу времени работа (за 1 час, за 1 день и т.д.), наполненная (опустошенная) часть бассейна, пройденный путь и т.д.

**Оценивание.** Проводится формативное оценивание основных навыков

**Рабочий лист № 11**  
**Обратно пропорциональная зависимость**

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Величины  $x$  и  $y$  изменяются в обратно пропорциональной зависимости. По данным запишите эту зависимость и найдите неизвестную величину.

- а) При  $x = 1, y = 8,5$ . Найдите  $x$ , если  $y = 1$
- б) При  $x = 1,55, y = 8$ . Найдите  $x$ , если  $y = 0,62$
- с) При  $x = 2, y = 7$ . Найдите  $y$ , если  $x = 7$
- д) При  $x = 4, y = 14$ . Найдите  $y$ , если  $x = 7$

2) 8 человек могут скосить траву на поле за 12 дней. За сколько дней скосят траву с этого же поля 6 человек, если будут работать с той же производительностью?

3) а) Запаса продуктов в лагере хватит 120 студентам на 15 дней. На сколько дней хватит этих же продуктов, если в лагерь придут еще 60 студентов?

б) Запаса продуктов в лагере хватит 125 студентам на 16 дней. Если через 2 дня придут еще 50 студентов, то на сколько дней хватит этих продуктов?

4) В больнице 70 пациентов и для них на 30 дней необходимо 1350 л молока. Сколько пациентов было в больнице, если 1710 л молока хватило на 28 дней?

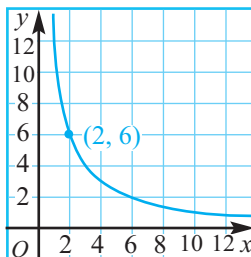
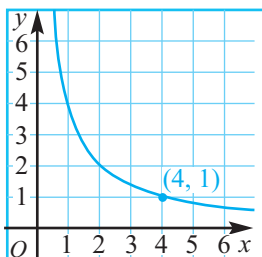
5) 30 работников выполняют определенную работу за 30 дней, работая ежедневно 7 часов с одинаковой производительностью труда. Сколько рабочих смогут выполнить эту же работу, работая 6 часов ежедневно?

6) Определенную работу 15 женщин и 12 мужчин могут совместно выполнить за 24 дня. За сколько дней выполнят эту же работу 5 женщин и 4 мужчин?

7) 10 человек могут построить забор длиной 120 м за 6 дней. Сколько метров забора могут построить 15 человек за 3 дня, работая с одинаковой производительностью труда?

8) 6 человек, работая 8 часов в день, за неделю могут заработать 1200 манат. Сколько манат смогут заработать 9 человек, работая 6 часов в день?

9) На графике изображена обратно пропорциональная зависимость между величинами  $x$  и  $y$ . Запишите формулу этой зависимости.



**Рабочий лист № 12**  
**Обратно пропорциональная зависимость**

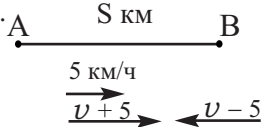
Навыки	Объясняет на заданных примерах. Записывает самостоятельно ещё 2 примера.	Если есть затруднения, обращается к повторению заданий, а также использует рабочий лист № 11
Приводит примеры из реальной жизни на прямо пропорциональную и обратно пропорциональную зависимости.	Если автомобиль со скоростью 60 км/ч путь от пункта А до пункта В проехал за 2 часа, то со скоростью 40 км/ч проедет за 3 часа	Стр. 30-31, № 3
Записывает формулу обратно пропорциональной зависимости, зная координату точки, принадлежащей графику обратно пропорциональной зависимости	Точка $C(3;5)$ принадлежит графику обратно пропорциональной зависимости. Найдите $k$ и задайте формулой данную зависимость	Стр. 30-31, № 4, 5
Решает задачи на обратно пропорциональную зависимость	8 комбайнов могут убрать поле за 9 часов. За сколько часов это же поле уберут 12 комбайнов?	Стр. 30-31, № 9, 13, 15

## Урок 20. Стр. 33-34 учебника. Обобщающие задания

Обобщающие задания можно предложить в качестве домашнего задания для подготовки к суммативному оцениванию.

**У.2.** Катеру при движении из пункта А в пункт В (по течению) потребуется

$$t_1 = \frac{s}{v+5} \text{ часов, а от пункта В в пункт А } t_2 = \frac{s}{v-5} \text{ часов.}$$



а) При  $s=50$ ,  $v=25$   $t_1 = \frac{50}{25+5} = \frac{50}{30} = \frac{5}{3}$  часа = 1 час 40 мин.

$$t_2 = \frac{50}{25-5} = \frac{50}{20} = \frac{5}{2} \text{ часа} = 2,5 \text{ часа} = 2 \text{ часа } 30 \text{ мин.}$$

**У.5.** Дано

$$V = x^3 + 5x^2 + 6x$$

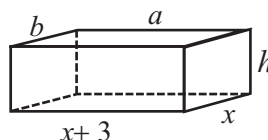
$$a = x + 3$$

$$b = x$$

$$V = a \cdot b \cdot h \quad h = \frac{V}{a \cdot b}$$

$$h = \frac{V}{a \cdot b} = \frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{(x+3)x} = \frac{\cancel{x}(x^2 + 5x + 6)}{(x+3)\cancel{x}} = \frac{(x+3)(x+2)}{\cancel{x+3}} = x+2$$

$$h = x + 2$$



### Критерии суммативного оценивания по разделу

Имя \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

№	Критерии оценивания	
1.	Упрощает рациональные выражения	
2.	Выполняет умножение и деление рациональных выражений	
3.	Выполняет сложение и вычитание рациональных выражений	
4.	Решает задачи на сложение и вычитание рациональных выражений	
5.	Находит значение числового выражения, применяя свойства степени с целым показателем	
6.	Записывает числа в стандартном виде	
7.	Решает задачи на прямо и обратно пропорциональную зависимости	
8.	Находит необходимую информацию по заданным значениям и видам зависимости	

## Урок 21. Задания для суммативного оценивания по разделу

1. Нариман собирает марки. Он купил 8 марок, которых не было в его коллекции с изображением вымирающих видов животных. Запишите рациональное выражение, которое показывает отношение новых марок ко всем маркам.

2. При каком значении переменного выражение  $\frac{x+1}{2x-9}$  не имеет смысла?

3. Выполните действия:  $\frac{5x^2}{4y^3} \cdot \frac{y^2}{10x} : \frac{xy}{8}$

A)  $\frac{x^2}{64y^2}$

B)  $\frac{x}{64y^2}$

C)  $\frac{x}{y}$

D)  $\frac{1}{y^2}$

4. Найдите  $\frac{1}{a}$ , если  $a = \frac{x+1}{x-4} - 2$  при  $x \neq 4$ .

A)  $\frac{x-4}{x-9}$

B)  $\frac{4-x}{x-9}$

C)  $\frac{9-x}{4-x}$

D)  $\frac{x-4}{9-x}$

5. Установите соответствие выражения для простейшего общего знаменателя.

1.  $\frac{1}{a^2-4} - \frac{2}{a+2}$

2.  $\frac{3}{a} + \frac{1}{a+2}$

3.  $\frac{1}{a^2-2a} + \frac{1}{a^2+2a}$

A)  $a^2+2a$

B)  $a^2-4$

C)  $a^2-2a$

D)  $a^3-4a$

6. При каких натуральных значениях  $a$  выражение  $\frac{6a-6}{a^2-a}$  принимает натуральные значения?

A) 2; 3; 6

B) 1; 6

C) 1; 2; 3; 6

D) 1; 3; 6

7. а) Съедена  $\frac{1}{n}$  часть сырника. Оставшуюся часть разрезали на  $m$  одинаковых кусков. Какую часть от всего сырника составляет каждый кусок? Найдите соответствующее рациональное выражение.

A)  $\frac{n}{m}$

B)  $\frac{n-1}{nm}$

C)  $\frac{m}{n-1}$

D)  $\frac{1}{m}$

б) Объясните правильность вашего выбора, приняв  $n = 2$  и  $m = 4$ .

8. Укажите выражение, эквивалентное выражению  $\frac{x+2y}{y} - \frac{2x+y}{x}$ .

A)  $\frac{x^2-y^2}{xy}$

B)  $\frac{(x+2y)^2}{xy}$

C)  $\frac{(x-2y)^2}{xy}$

D)  $\frac{x+2y}{x}$

9. Упростите:  $\frac{x^2-25}{x^2-10x+25} \cdot \frac{x-5}{x+5}$

A)  $x+5$

B)  $x-5$

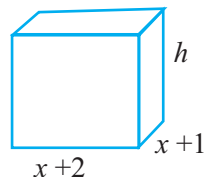
C)  $\frac{x-5}{x+5}$

D) 1

10. Найдите  $\frac{a-b}{b}$  если  $\frac{a+b}{b} = 9$ .

11. Автомобиль первую половину пути длиной  $2s$  км проехал со скоростью  $v$  км/ч, а вторую половину пути - со скоростью  $2v$  км/ч. Найдите среднюю скорость на данном пути.

12. На рисунке заданы стороны основания прямоугольного параллелепипеда, объем которого равен  $x^3 + 3x^2 + 2x$ . Найдите высоту параллелепипеда.



- A)  $2x + 1$       B)  $x - 1$       C)  $2x - 1$       D)  $x$

13. Упростите: 
$$\frac{\frac{a}{b} - \frac{25b}{a}}{\frac{a}{b} + \frac{25b}{a}} - 10$$

- A)  $\frac{a+5b}{a-5b}$       B)  $\frac{a+5b}{5a}$       C)  $a + 5b$       D)  $\frac{a-5b}{5b}$

14. При каком значении  $k$  точка  $A(k; 3)$  принадлежит графику функции  $y = \frac{9}{x}$  ?

- A) 1      B) 3      C) -3      D) 9

15. Величины  $x$  и  $y$  связаны обратно пропорциональной зависимостью так, что при  $x = 4, y = 3$ . Найдите  $y$  при  $x = 1,2$

- A) 0,3      B) 1,2      C) 1      D) 10

16. Найдите значение выражения  $\frac{3^{-5} \cdot (3^{-4})^3}{(3^5)^{-3} \cdot 3^{-3}}$ .

- A) 3      B) 27      C) 9      D)  $\frac{1}{3}$

17. Установите соответствие.

- |   |                       |
|---|-----------------------|
| 1. 0,00012                              | A) порядок - 4        |
| 2. 0,00008                              | B) порядок - 3        |
| 3. $5 \cdot 10^4 \cdot 8 \cdot 10^{-8}$ | C) значащая часть - 4 |
|   | D) порядок - 5        |

18. 1 миля приблизительно равна 1,6 км. Что из следующих не является выражением 4500 км в милях ?

- A)  $7,2 \cdot 10^4$       B)  $72 \cdot 10^3$       C) 72 000      D) 7 200

19. Найдите значение выражения  $(2 \cdot 10^{-16}) : (4 \cdot 10^{-12})$  и запишите его в стандартном виде.

- A)  $5 \cdot 10^{-4}$       B)  $5 \cdot 10^{-3}$       C)  $5 \cdot 10^4$       D)  $5 \cdot 10^{-5}$

20. Выберите выражение, эквивалентное выражению  $\frac{x^{-3} + y^{-3}}{x^{-2} - x^{-1} \cdot y^{-1} + y^{-2}}$ .

- A)  $\frac{x^2 - y^2}{xy}$       B)  $\frac{x - y}{xy}$       C)  $\frac{x + y}{xy}$       D)  $\frac{x + y}{x^2 y^2}$



## Урок 22, 23. Стр. 35-37 учебника. Четырехугольники. Внутренние и внешние углы четырехугольника. 2 часа

**Содержательный стандарт.** 3.1.1. Знает основные элементы четырехугольника, связь между ними и представляет их геометрически.

### Навыки учащегося:

- различает выпуклые и невыпуклые четырехугольники;
- представляет геометрически основные элементы четырехугольника;
- решает задачи, связанные с внутренними и внешними углами выпуклого четырехугольника;

**Дополнительные ресурсы и оборудование.** Выпуклые и невыпуклые четырехугольники, изображение с отличающимися элементами, слайды с изображением внутренних и внешних углов четырехугольника.

### 1-ый час

**Мотивация.** Учащимся предлагается начертить в тетради 4 точки, так, чтобы никакие три из них не были расположены на одной прямой, и последовательно соединить их. Проводится обсуждение. Какая фигура получилась? Сколько углов на рисунке? Если через одну из сторон этой фигуры провести прямую, то будут ли все точки четырехугольника расположены в одной плоскости относительно данной прямой?

**Обучение.** Рекомендуется, чтобы каждый ученик вырезал выпуклые и невыпуклые четырехугольники из бумаги. Основные элементы четырехугольника демонстрируются на этих моделях. Учащиеся наглядно демонстрируют, как они понимают такие элементы как вершина, сторона, диагональ и т.д. Объясняются различия между выпуклыми и невыпуклыми четырехугольниками.

Демонстрируются внешние и внутренние углы четырехугольника.

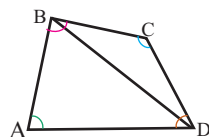
Ученикам предлагается начертить произвольный четырехугольник и провести в нем одну диагональ. После этого задаются вопросы:

Сколько треугольников получилось? Чему равна сумма внутренних углов каждого из полученных треугольников? Как можно найти сумму внутренних углов четырехугольника?

Учащимся рекомендуется регулярно создавать презентации доказательств различных предположений и задач, в которых используются данные предположения. Эти презентации подшиваются в портфолио ученика.

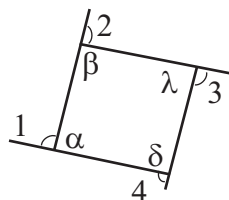
**Теорема.** Сумма внутренних углов выпуклого четырехугольника равна  $360^\circ$ .  $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

Доказательство теоремы рекомендуется проводить в виде двухстолбчатой таблицы.



Предположение	Обоснование
1. ABCD четырехугольник и BD диагональ	1. Дано
2. $\angle B = \angle ABD + \angle CBD$	2-3. Аксиома сложения углов
3. $\angle D = \angle ADB + \angle CDB$	4. Внутренние углы $\triangle ABD$
4. $\angle A + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ$	5. Внутренние углы $\triangle CBD$
5. $\angle CBD + \angle C + \angle CDB = 180^\circ$	6. Почленно складываются равенства
6. $\angle A + \angle ABD + \angle ADB + \angle CBD + \angle C + \angle CDB = 180^\circ + 180^\circ$	7. Сложение углов
7. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$	

**Теорема.** Сумма внешних углов выпуклого четырехугольника равна  $360^\circ$ . Обозначим внутренние углы четырехугольника через  $\alpha, \beta, \lambda, \delta$  и запишем доказательство в виде двухстолбчатой таблицы.



Предположение	Обоснование
1. $\alpha + \angle 1 = 180^\circ$ $\beta + \angle 2 = 180^\circ$ $\lambda + \angle 3 = 180^\circ$ $\delta + \angle 4 = 180^\circ$	1. Сумма смежных углов равна $180^\circ$ .
2. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \alpha + \beta + \lambda + \delta = 720^\circ$	2. Почленное сложение верных равенств
3. $360^\circ + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 720^\circ$	3. Сумма внутренних углов четырехугольника
4. $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$	4. Упрощение

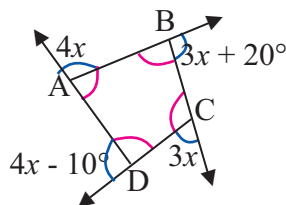
**Моменты, на которые нужно обратить внимание в задаче:** 1. Ученик должен перечертить рисунок в тетрадь и отметить данные на рисунке. 2. Правильно отметить внутренние и внешние углы на рисунке соответствующим цветом.

**У.4.** Сумма внешних углов  $360^\circ$ .

$$4x + 4x - 10^\circ + 3x + 3x + 20^\circ = 360^\circ$$

$$14x = 350^\circ$$

$$x = 25^\circ$$



Так как внешний угол при вершине А равен

$$4x = 4 \cdot 25 = 100^\circ, \text{ то внутренний угол равен } 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

Внешний угол при вершине В равен  $3x + 20 = 95^\circ$ , внутренний угол  $180^\circ - 95^\circ = 85^\circ$

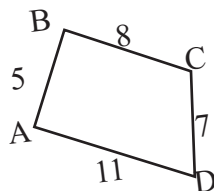
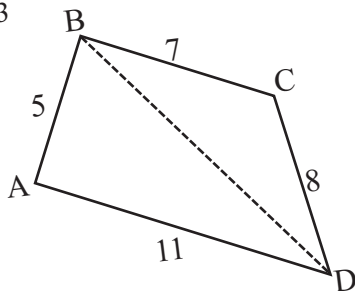
Внешний угол при вершине С равен  $3x = 3 \cdot 25 = 75^\circ$ , внутренний угол  $180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$

Внешний угол при вершине D равен  $4x - 10 = 90^\circ$ , внутренний угол  $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$

**У.5.** 1) Можно ли построить четырехугольник со сторонами 5 см, 7 см, 8 см, 11 см и диагональю 13 см?

Сначала рекомендуется допустить возможность существования такого четырехугольника. Предположим, что такой четырехугольник существует и представим его на рисунке. Может ли диагональ AC быть равной 13 см? Выполняется ли при этом неравенство треугольника?

Выполняется ли неравенство треугольника, если диагональ BD будет равна 13 см?

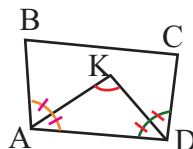


Ученики исследуют возможные случаи, представляя их на различных рисунках. Какая из диагоналей четырехугольника на рисунке может быть равна 13 см?

**2-ой час. У.8** Докажите, что градусная мера угла, образованного биссектрисами двух углов, прилежащих к одной стороне выпуклого четырехугольника, равна половине градусной меры суммы двух других внутренних углов.

Ученик чертит выпуклый четырехугольник и отмечает точку пересечения биссектрис, проведенных из двух углов, прилежащих к одной стороне.

Дается указание использовать факт, что половина суммы внутренних углов выпуклого четырехугольника равна  $180^\circ$  и предлагается записать доказательство предположения при помощи двухстолбчатой таблицы.



Предположение	Обоснование
1. $\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} + \frac{\angle D}{2} = 180^\circ$	1. Половина суммы внутренних углов четырехугольника
2. $\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle D}{2} + \angle K = 180^\circ$	2. Сумма внутренних углов $\triangle AKD$
3. $\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle D}{2} = 180^\circ - \angle K$	3. Упрощение
$180^\circ - \angle K + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} = 180^\circ$	
$\angle K = \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2}$	

## Урок 24-26. Стр. 38-40 учебника. Параллелограмм. 3 часа

**Содержательный стандарт.** 3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

**Навыки учащегося:** - представляет свойства параллелограмма и его признаки при помощи рисунка, математических символов и устно;  
- представляет доказательство свойств параллелограмма;  
- применяет свойства параллелограмма при решении задач.

**Дополнительные ресурсы и оборудование.** Плакаты, модели геометрических фигур. Рабочие листы № 1, № 2, № 3.

Представляются заранее подготовленные электронные и бумажные плакаты.

Учащиеся должны презентовать информацию, отмеченную на плакате. Здесь особое внимание уделяется умению представить классификации в виде диаграммы Венна или в алгоритмическом виде.

На первом плакате противоположные стороны и равные углы геометрической фигуры отмечены одинаковым цветом, а параллельность - цветными стрелками. Учащиеся по данным отметкам представляют признаки четырехугольника. Алгоритм со второго плаката ученики перечерчивают в тетрадь. Исследование проводится при помощи информации с третьего плаката. Полученную информацию ученики представляют при помощи диаграммы Венна. Они стараются высказать различные мнения. Например, по диаграмме Венна можно сказать, что квадрат является как ромбом, так и прямоугольником. Ученики объясняют связь между ромбом и прямоугольником:

- все стороны квадрата равны (ромб);
- противоположные стороны квадрата параллельны (прямоугольник, ромб);
- все углы квадрата прямые (прямоугольник).

Можно ли представить, что квадрат является частным случаем прямоугольника?

Можно ли представить, что квадрат является частным случаем ромба?

Можно ли представить, что квадрат является частным случаем параллелограмма?

### Практическая работа

Как можно построить параллелограмм?

**1. Построение.** Возьмите 2 пары трубочек для сока различной длины. Соедините их более тонкими трубочками. Создайте несколько моделей.



**2. Анализ.** 1. Измерьте расстояние между противоположными сторонами как минимум в трех различных точках.

2. По какому геометрическому свойству можно сказать, что они параллельны?

3. Измерьте противоположные стороны.

4. Измерьте углы.

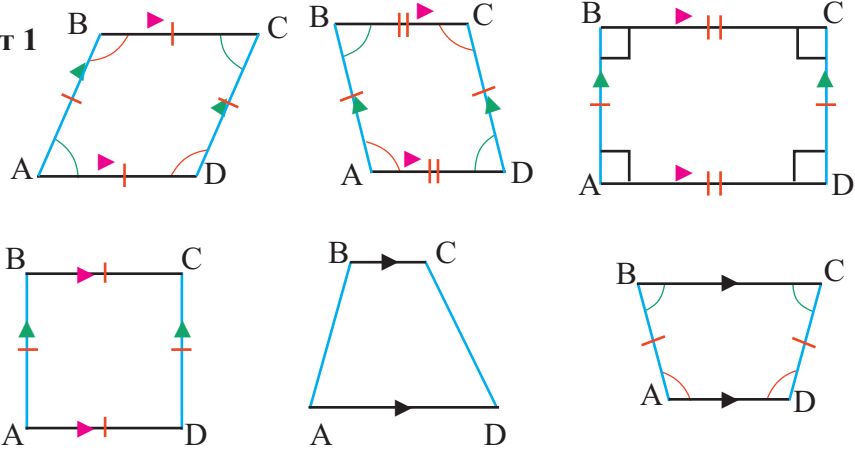
5. К какому четырехугольнику можно отнести данную фигуру?

**3. Результат.** По какому признаку эту фигуру можно назвать параллелограммом?

## Примеры плакатов

Может быть создан в виде слайда, при помощи доски прометан или в виде плаката.

Плакат 1



Плакат 2

## Четырехугольники

Фигура в виде  
воздушного змея

Параллелограмм

Трапеция

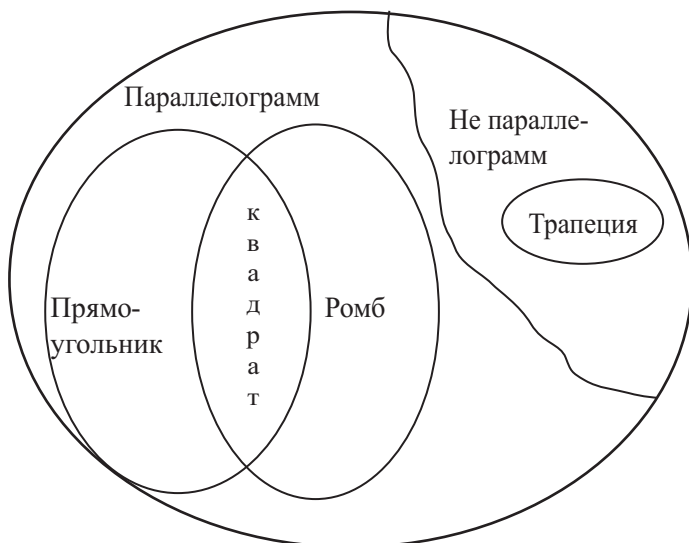
Ромб

Прямоугольник

Равнобедренная трапеция

Квадрат

Плакат 3

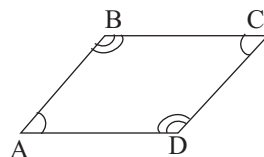



**Параллелограмм. 2-ой час.** Рекомендуется заранее приготовить слайды или плакаты с доказательством теоремы в представленной в учебнике форме, и продемонстрировать их в классе во время часов, отведенных для изучения данной темы. До учащихся доводятся следующие моменты:

1. Теорема записывается в виде текста. 2. Чертится рисунок, соответствующий теореме. 3. Условия теоремы записываются в математической форме.

Задания на доказательство теоремы и соответствующей обратной теоремы рекомендуется представлять в виде специального реферата. Эта деятельность формирует у учащегося навыки самостоятельной работы.

**У.3. Теорема 2.** Противоположные углы параллелограмма конгруэнтны.  $\angle A \cong \angle C$ ,  $\angle B \cong \angle D$



Предположение	Обоснование
1. ABCD 	1. Дано
2. $AB \parallel CD$ , $BC \parallel AD$	2. По определению параллелограмма
3. $\angle A + \angle B = 180^\circ$ $\angle B + \angle C = 180^\circ$ $\angle A + \angle D = 180^\circ$ $\angle C + \angle D = 180^\circ$	3. Внутренние односторонние углы
4. $\angle A \cong \angle C$ , $\angle B \cong \angle D$	4. По свойству равенства

Учащиеся должны самостоятельно сформулировать теоремы, обратные Теоремам 1, 2, 3 и записать их в тетрадь.

**Теорема 1.** Противоположные стороны параллелограмма конгруэнтны.

**Обратная теорема.** Четырехугольник, у которого противоположные стороны конгруэнтны, есть параллелограмм.

**Теорема 2.** Противоположные углы параллелограмма конгруэнтны.

**Обратная теорема.** Четырехугольник, у которого противоположные углы конгруэнтны, есть параллелограмм.

**Теорема 3.** Сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна  $180^\circ$ .

**Обратная теорема.** Четырехугольник, у которого сумма углов, прилежащих к одной стороне равна  $180^\circ$ , есть параллелограмм.

Доказательство обратных теорем может быть дано в качестве домашнего задания.

**У.9.** Биссектриса угла А параллелограмма ABCD пересекает сторону BC в точке E.  
1) Найдите длину отрезков BE и EC, если  $AB = 7$  см,  $AD = 12$  см.

Решение:

$\angle EAD \cong \angle EAB$ ; AE - биссектриса

$\angle AEB \cong \angle EAD$  внутренние накрест лежащие углы

$\angle EAB = \angle AEB$

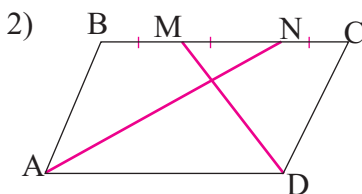
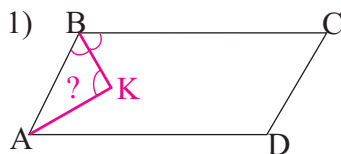
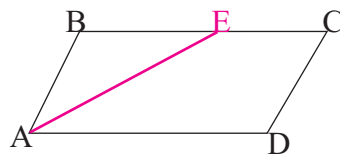
Значит  $\triangle ABE$  равнобедренный:  $EB = AB = 7$  см

Тогда  $EC = BC - BE = 12 - 7 = 5$  (см).

**Расширенный вопрос.**

1) Какой угол составляют биссектрисы углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма?

2) В параллелограмме проведены биссектрисы углов А и D. Найдите периметр параллелограмма, если  $BM = MN = NC = 3$  см.



**3-ий час.**

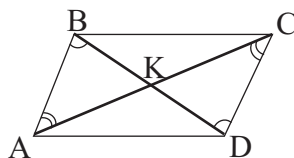
**У.13. Теорема 4.** Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся точкой пересечения пополам.

Учащиеся чертят в тетради параллелограмм и показывают его диагонали.

Ставятся вопросы:

1) Сколько на рисунке неналоженных друг на друга треугольников?

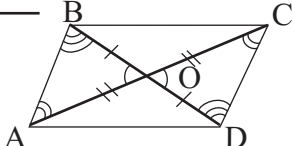

2) Есть ли среди этих треугольников конгруэнтные?



Предположение	Обоснование
1. $ABCD - \text{параллелограмм}$	1. Дано
2. $AB \parallel CD, AB \cong CD$	2. По определению и свойству параллелограмма
3. $\angle ABK \cong \angle CDK$ $\angle BAK \cong \angle DCK$	3. Внутренние накрест лежащие углы
4. $\triangle ABK \cong \triangle CDK$	4. По признаку УСУ
5. $BK \cong KD$ $AK \cong KC$	5. Соответствующие стороны конгруэнтных треугольников

Теоремы, отражающие свойства параллелограмма, исследуются вместе с учащимися. Выполняются соответствующие задания, где надо записать теоремы о признаках параллелограмма и доказать их.

**Теорема 3.** Если диагонали четырехугольника пересекаются и в точке пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник есть параллелограмм.

Предположение	Обоснование	
1. $BO = OD$ $AO = OC$ 2. $\angle AOB \cong \angle COD$ 3. $\triangle AOB \cong \triangle COD$ 4. $AB \cong CD$ $\angle BAO \cong \angle DCO$ $\angle ABO \cong \angle CDO$ 5. $AB \parallel CD, BC \parallel AD$ 6. $ABCD$ - 	1. Дано 2. Вертикальные углы 3. По признаку СУС 4. Соответствующие элементы конгруэнтных треугольников 5. По признаку параллельности прямых 6. По признаку параллелограмма	

#### Вопросы для оценивания.

- 1) Можно ли утверждать, что параллелограммы, у которых периметры равны, конгруэнтны?
- 2) Верно ли, что “Параллелограммы с конгруэнтными сторонами конгруэнтны” ?
- 3) Сколько неперекрывающихся друг друга треугольников получится, если провести диагонали параллелограмма? Что можно сказать по поводу конгруэнтности данных треугольников?
- 4) Как делится отрезок прямой, проходящий через точку пересечения диагоналей параллелограмма ?

Задания на рабочих листах могут быть даны в качестве долгосрочного домашнего задания. Ученикам объявляется срок представления данного задания и полученные результаты собираются в портфолио.



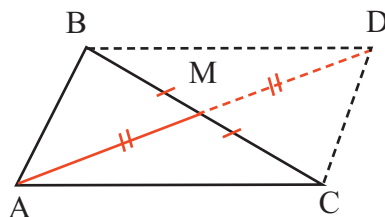
## Рабочий лист № 1

### Свойства параллелограмма

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

- 1) Сумма противоположных углов параллелограмма равна  $60^\circ$ . Найдите углы параллелограмма.
- 2) Разность двух углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма равна  $60^\circ$ . Найдите углы параллелограмма.
- 3) Два угла четырехугольника - прямые. Можно ли утверждать, что этот четырехугольник является прямоугольником?
- 4) Три угла четырехугольника - прямые. Можно ли утверждать, что этот четырехугольник является прямоугольником?

**Прикладные задания.** Продлите медиану  $AM$   $\triangle ABC$  на длину, равную самой медиане:  $AM = MD$ . Соедините точку  $D$  с точками  $B$  и  $C$ . Определите вид полученного четырехугольника.



## Рабочий лист № 2

### Четырехугольники

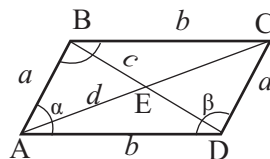
Свойство	Квадрат	Ромб	Прямоугольник	Трапеция	Параллелограмм
Противоположные стороны конгруэнтны	Да	Да	Да	Нет	Да
Противоположные стороны параллельны					
Соседние стороны конгруэнтны					
Все углы = $90^\circ$					
Противоположные углы конгруэнтны					
Диагонали перпендикулярны					
Диагонали делят его на два конгруэнтных треугольника					
Длина диагоналей равна					

## Рабочий лист № 3 Параллелограмм

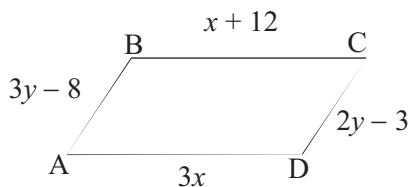
Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1. Учитывая знаки на рисунке, постройте параллелограмм, соответствующий следующим размерам

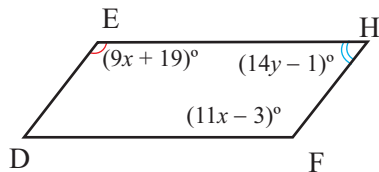
- 1)  $a = 48$  мм,  $b = 26$  мм,  $\alpha = 63^\circ$
- 2)  $a = 30$  мм,  $b = 55$  мм,  $\alpha = 120^\circ$
- 3)  $a = 25$  мм,  $b = 35$  мм,  $\beta = 108^\circ$
- 4)  $a = 40$  мм,  $b = 20$  мм,  $d = 45$  мм
- 5)  $a = 45$  см,  $b = 50$  см,  $\beta = 135^\circ$
- 6)  $d = 40$  см,  $c = 55$  см  $\angle AED = 60^\circ$



2. Если  $x = 6$ ,  $y = 5$ , то обоснуйте, что четырехугольник на рисунке является параллелограммом.

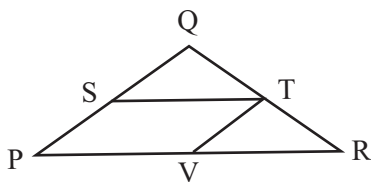


3. Если  $x=11$ ,  $y=4,5$ , то обоснуйте, что четырехугольник на рисунке является параллелограммом.



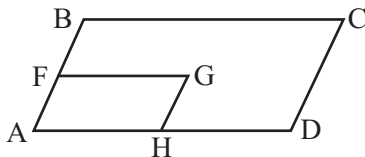
4. PSTV - параллелограмм. Докажите, что если  $QS = QT$ , то  $\angle STV = \angle R$ .

Доказательство представьте в виде двухстолбчатой таблицы.



5. Фигуры ABCD и AFGH являются параллелограммами. Докажите, что  $\angle C = \angle G$ .

Доказательство представьте в виде двухстолбчатой таблицы.



## Урок 27. Стр. 41 учебника. Прямоугольник

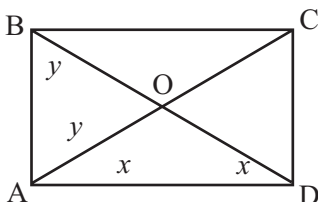
**Содержательный стандарт.** 3.1.1. Знает основные элементы четырехугольника, связь между ними и представляет их геометрически.

### Навыки учащегося:

- представляет прямоугольник, как частный случай параллелограмма;
- решает задачи, связанные со сторонами и диагоналями прямоугольника;
- определяет, что параллелограмм с конгруэнтными диагоналями является прямоугольником.

Ученики представляют основные свойства прямоугольника, сравнивая с соответствующими свойствами других видов параллелограмма.

**Признак прямоугольника.** Параллелограмм, у которого диагонали конгруэнтны, есть прямоугольник.



Предположение	Обоснование
1. ABCD $\square$	1. Дано
2. AC $\cong$ BD	2. Дано
3. AO = OC; BO = OD AO = OD; BO = AO	3. По свойству диагоналей параллелограмма
4. $\angle OAD = \angle ODA$ $\angle OAB = \angle OBA$	4. Как углы при основании равнобедренного треугольника
5. $\angle A = \angle ABD + \angle ADB$	5. По аксиоме сложения углов
6. $\angle A + \angle ABD + \angle ADB = 180^\circ$	6. Внутренние углы $\triangle ABD$
7. $\angle A + \angle A = 180^\circ$	7. По сочетательному свойству сложения
8. $\angle A = 90^\circ$	8. Упрощаем

До сведения учащихся доводится, что это свойство прямоугольника широко применяется на практике. Например, чтобы убедиться, что кусок стекла является прямоугольником, измеряют его диагонали и проверяют их равенство.

Для формирования творческих навыков и развития учащихся можно дополнительно использовать следующие задания

### Вопросы для оценивания.

- 1) Найдите периметр прямоугольника, если расстояния от точки пересечения диагоналей до сторон прямоугольника равны  $m$  и  $n$ .
- 2) Диагонали прямоугольника образуют с его сторонами углы, градусные меры которых относятся как 1:2. Как можно найти угол между диагоналями?
- 3) Меньшая сторона прямоугольника равна половине диагонали. Как можно найти угол между диагоналями?
- 4) Как можно проверить, является ли параллелограмм прямоугольником или нет?

**Оценивание.** Проводится формативное оценивание умения решать в письменной и устной форме задания из учебника, записывать доказательства теорем в виде двухстолбчатой таблицы или текста.

## Урок 28, 29. Стр. 42-44 учебника. Ромб. Квадрат. 2 часа.

**Содержательный стандарт.** 3.1.1. Знает основные элементы четырехугольника, связь между ними и представляет их геометрически.

### Навыки учащегося:

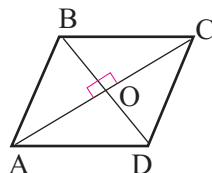
- представляет ромб и квадрат как частный случай параллелограмма;
- решает задачи связанные с углами, сторонами и диагоналями ромба;
- строит ромб по заданным диагоналям.

### Дополнительные ресурсы: Рабочий лист №4.

Учащиеся представляют основные свойства ромба в сравнении с соответствующими свойствами элементов параллелограммов других видов. Необходимо обеспечить представление классификации четырёхугольников в виде бумажных плакатов или продемонстрировать видео при помощи электронных устройств

**1-ый час. Теорема.** Диагонали ромба являются биссектрисами углов и пересекаются под прямым углом.

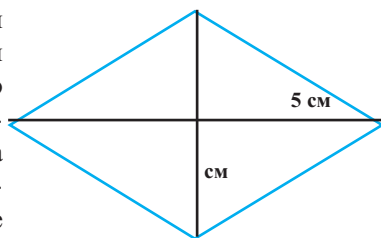
**Обратная теорема.** Параллелограмм, диагонали которого перпендикулярны есть ромб. Если  $AC \perp BD$ , то  $\square ABCD$  - ромб. Доказательство обратной теоремы поручается учащимся. Ответ ученика может быть представлен, например так:



Предположение	Обоснование
1. $ABCD$ $\square$	1. Дано
2. $AC \perp BD$	2. Дано
3. $BO = OD$	3. По свойству диагоналей параллелограмма
4. $\angle AOB = \angle AOD = 90^\circ$	4. Углы между перпендикулярными прямыми
5. $\triangle AOB \cong \triangle AOD$	5. Как прямоугольные треугольники с равными катетами
6. $AB \cong AD$ ; $BC \cong AD$ $CD \cong AD$	6. Как соответствующие стороны конгруэнтных треугольников
7. $ABCD$ ромб.	7. По определению ромба

Перечисляются свойства диагоналей ромба: 1) при пересечении делятся пополам; 2) взаимно перпендикулярны; 3) углы делятся пополам.

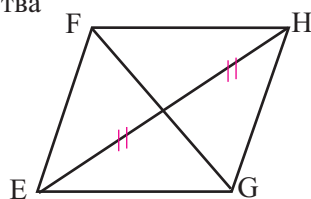
**У.1** Учащимся дается определенное время, за которое они должны изучить последовательность шагов построения ромба. После этого несколько учащихся представляют по памяти последовательность построения ромба. Рекомендуется, чтобы один из учащихся выполнил построение на доске, в то время как другие выполняют его в тетради. Методом наблюдения провести формативное оценивание умения выполнять данное задание. Проводятся обсуждения, соответствующее пункту 2 данного задания. Последовательность построения: 1. Начертите отрезок длиной 5 см. 2. Проведите серединный перпендикуляр к отрезку. 3. На серединном перпендикуляре отложите отрезок, концы которого расположены на одинаковом расстоянии от точки пересечения длиной  $(1,5 + 1,5)$  3 см. 4. Последовательно соедините концы отрезков. 5. Назовите фигуру.




**2-ой час.** Перечислите общие и различные свойства ромба и квадрата

1)  $\triangle EFG$  и  $\triangle HFG$  - равнобедренные треугольники  
 $\triangle EFG \cong \triangle HFG$

Докажите, что  $EFHG$  - ромб

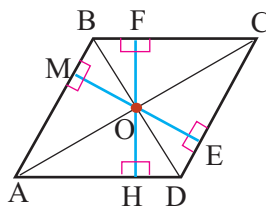


Предположение	Обоснование
1. $\triangle EFG \cong \triangle HFG$	1. Дано
2. $EF \cong EG, FH \cong HG$	2. Дано
3. $EF \cong FH \cong HG \cong EG$	3. Т.к. соответствующие стороны конгруэнтных треугольников конгруэнтны
4. $EFHG$ 	4. По определению ромба

**У.3.** Четырехугольник, у которого стороны равны, может быть как квадратом, так и ромбом. Для того, чтобы убедиться, что он является квадратом, надо измерить его диагонали и убедиться, что они равны.

**У.7.** Диагонали ромба взаимно перпендикулярны и при пересечении делятся пополам. Из равенства катетов следует конгруэнтность прямоугольного треугольника.  $\triangle AOB \cong \triangle COB \cong \triangle COD \cong \triangle AOD$

Соответствующие элементы конгруэнтных треугольников равны. Прямоугольные треугольники, которые получаются при пересечении диагоналей, конгруэнтны, а значит конгруэнтны и высоты, проведенные к гипотенузе.  $OM \cong OF \cong OE \cong ON$

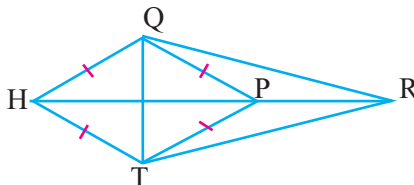


**Вывод.** Если острое циркуля расположить в точке O и начертить окружность радиусом OM, то эта окружность касается всех сторон ромба, т.е. **точка пересечения диагоналей ромба является центром вписанной в ромб окружности.**

**У.14.**

НР-диагональ ромба

Надо доказать, что  $RQ = RT$



Предположение	Обоснование
1. $HQ \cong HT$	1. Стороны ромба конгруэнтны
2. $\angle QHP \cong \angle THP$	2. Диагонали ромба делят углы пополам
3. $\triangle HQR \cong \triangle HTR$	3. По признаку СУС
4. $RQ \cong RT$	4. Как соответствующие стороны конгруэнтных треугольников

**Обобщение. У.15.** Обобщите при помощи задания.

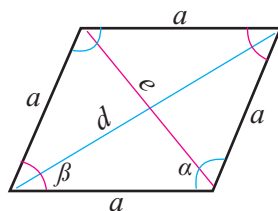
- |  |   |
|--|---|
| 1) прямоугольник есть параллелограмм <b>(всегда)</b> | 5) ромб есть квадрат <b>(иногда)</b>                  |
| 2) параллелограмм есть ромб <b>(иногда)</b>          | 6) ромб есть прямоугольник <b>(иногда)</b>            |
| 3) квадрат есть ромб <b>(всегда)</b>                 | 7) прямоугольник есть четырехугольник <b>(всегда)</b> |
| 4) квадрат есть прямоугольник <b>(всегда)</b>        | 8) прямоугольник есть квадрат <b>(иногда)</b>         |

Учащиеся должны обосновать свой ответ. Например, на вопрос “Почему около высказывания “параллелограмм есть ромб” вы написали ответ **иногда**?”, ученик отвечает или делает запись в тетради в виде: “Параллелограмм можно называть ромбом только в том случае, если все его стороны конгруэнтны”.

**Оценивание.** Оценивание ученика осуществляется методом наблюдения за тем, как он умеет выполнять задания и принимает участие в устном опросе. Объявляется срок, в течении которого выполняются долгосрочные задания на рабочих листах. Учащимся рекомендуется обсудить решения с товарищами и помогать друг другу.

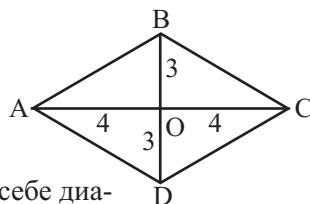
Построение ромба по заданным условиям является очень важным заданием и играет главную роль в развитии индивидуальных практических навыков. Здесь в центре внимания остается выполнение каждого из этих заданий всеми учащимися.

Перед построением или после него рекомендуется, чтобы некоторые учащиеся в устной форме рассказали о намеченной или проделанной работе. Например, если необходимо построить ромб по диагоналям, то ученик должен уметь высказать свое мнение, как показано ниже. “Сначала черчу отрезок, равный длине диагонали (например, 4 см). Затем строю серединный перпендикуляр к данному отрезку. На этом перпендикуляре отмечаю отрезок, равный длине второй диагонали так, чтобы концы отрезка были симметричны относительно точки пересечения перпендикуляра с диагональю. Соединяю концы полученных отрезков”.

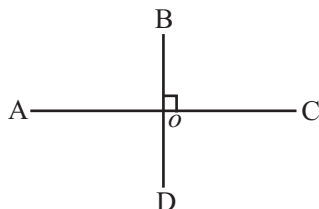


### Четырехугольник в форме воздушного змея.

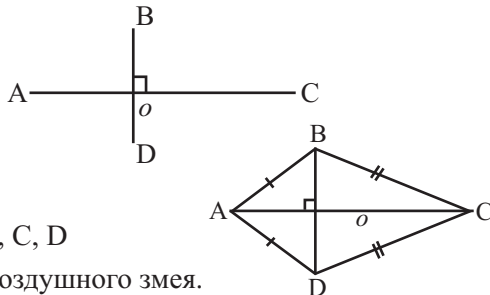
**Исследование.** Начертите ромб с диагоналями 6 см и 8 см



Сотрем стороны ромба и оставим только диагонали



Переместив параллельно себе диагональ BD, приблизим ее к точке A



Соединим последовательно точки A, B, C, D

Получился четырехугольник в форме воздушного змея.

## Рабочий лист № 4 Параллелограмм

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Какие из следующих высказываний верны, а какие - нет? Неверные высказывания замените на верные.

- Каждый четырехугольник является параллелограммом
- Каждый ромб является параллелограммом
- Каждый квадрат является прямоугольником

2) Какое из высказываний о диагоналях четырехугольника верно *всегда*, а какое *иногда*?

- Диагонали прямоугольника пересекаются и делятся точкой пересечения пополам
- Диагонали квадрата пересекаются и образуют друг с другом прямые углы
- Диагонали параллелограмма пересекаются, они могут быть как конгруэнтными, так и нет
- Диагонали ромба пересекаются, они могут быть как конгруэнтными, так и нет

3) Выполните задание

а) Запишите высказывание, обратное высказыванию “Если диагонали четырехугольника взаимно перпендикулярны, то этот четырехугольник является ромбом”. Проверьте истинными или ложными являются данные высказывания.

б) Обоснуйте, что предположение “Фигура, у которой четыре стороны конгруэнтны, является квадратом” не верно, при помощи конкретного примера.

с) Запишите такое предположение для четырехугольника, чтобы обратное предположение было ложным

### Самооценивание



Понимаю задание



Понимаю, что необходимо выполнить в задании, но решить не могу



Все примеры решил, но в решении некоторых не уверен



Легко выполнил задание

Навыки	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Представляет свойства квадрата, прямоугольника, ромба, параллелограмма				

## Урок 30 - 32. Стр. 45-48 учебника. Трапеция. Средняя линия трапеции и треугольника. 3 часа

**Содержательный стандарт.** 3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

### Навыки учащегося:

- представляет трапецию и ее виды при помощи рисунка, устно и на математическом языке
- решает задачи, связанные со средними линиями трапеции и треугольника

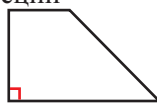
**Мотивация.** Учащимся предлагается начертить четырехугольник, у которого параллельны только две стороны. Четырехугольники с попарно параллельными сторонами имеют свои специальные названия: параллелограмм, прямоугольник, квадрат, ромб. А как называется начерченная фигура, у которой параллельны только две стороны?

**Обучение.** Определение трапеции дается при помощи моделей основных элементов трапеции и чертежей

Исследуются свойства различных видов трапеций



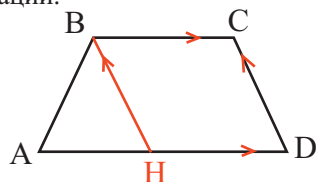
Равнобедренная трапеция



Прямоугольная трапеция

В учебнике представлено доказательство Теоремы 2, а для доказательства Теоремы 1 дан план. Рекомендуется, чтобы для доказательства какой-либо теоремы учащиеся в устной или письменной форме представляли план доказательства. Это развивает навыки исследования, систематизации и презентации.

При выполнении задания **У.1.** учащимся рекомендуется для понимания представить план согласно данному рисунку, а письменную запись полного доказательства задать в качестве домашнего задания.



**Теорема.** Углы прилежащие к основанию трапеции конгруэнтны

Учащимся может быть задан вопрос о том, какие знания, полученные до настоящего момента, и теоремы они будут использовать при доказательстве?

Отметим, что при этом будут использоваться свойства параллелограмма, равнобедренного треугольника и свойства углов с соответственно параллельными сторонами.

Предположение	Обоснование
1. ABCD трапеция и $AB \cong CD$	1. Дано
2. $BH \parallel CD$	2. Через заданную точку можно провести единственную параллельную прямую
3. HBCD	3. Противоположные стороны попарно параллельны
4. $BH \cong CD$	4. Противоположные стороны параллелограмма
5. $AB \cong CD \cong BH$	5. Свойство равенства
6. $\angle A \cong \angle AHB$	6. Угол при основании равнобедренного треугольника $\triangle ABH$
7. $\angle AHB \cong \angle D$	7. Углы с соответственно параллельными сторонами
8. $\angle A \cong \angle D$	8. По свойству транзитивности



## 2-ой час. Теорема Фалеса. Средняя линия треугольника

Презентация теоремы Фалеса проводится вместе с учащимися устно, при помощи рисунков и геометрических символов. Проводится обзор теоремы, представленной в учебнике с целью завершения доказательства. При этом, на основе вопросов и ответов определяют пропущенные утверждения. Полное завершение доказательства теоремы может быть задано в качестве домашнего задания.

Выполняется исследование средней линии треугольника. Проводить его рекомендуется при помощи требуемых измерений. Результаты, которые учащиеся получают эмпирическим путем - на практике, формируют более устойчивые навыки. С другой стороны это обучение дает наглядную возможность принимать активное участие в процессе учащихся с различными способностями к обучению.

Исследуя задания У.1 и У.3, учащиеся должны представить общие и различные особенности данных заданий. Если в задании У.1 требуется найти стороны треугольника, которые являются средними линиями данного треугольника, то в задании У.3 наоборот, зная длины средних линий треугольника, необходимо найти стороны данного треугольника. Рекомендуется организовать деятельность учащихся на основе сравнительного анализа заданий. Такая деятельность формирует критическое мышление и оказывает положительное воздействие на навыки нахождения решения проблем.

## 3-ий час. Средняя линия трапеции

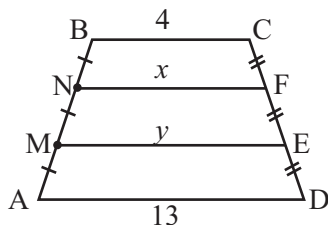
Учащиеся определение средней линии трапеции представляют устно, в виде краткой математической записи и рисунка. Деятельность каждого учащегося при этом должна находиться под строгим контролем. Учащимся дается время для доказательства теоремы о средней линии трапеции. После этого рекомендуется выслушать несколько учащихся, с коротким планом реализации доказательства теоремы.

**Ответы учащихся могут быть показаны ниже по нижеследующему примеру**

**Пример:** Разделим трапецию при помощи диагонали на два треугольника. Средняя линия трапеции состоит из суммы средних линий двух треугольников. Проводя дальнейшие исследования, приходим к выводу, что средняя линия трапеции равна полусумме оснований.

Выполняются задания, представленные в учебнике. Особое внимание нужно обратить на умение перечертить рисунок в тетрадь и правильно выражать геометрические элементы, представленные на рисунке.

**У.5.** Дано трапеция  $ABCD$   $AM \cong MN \cong NB$ ,  
 $BC = 4$ ,  $AD = 13$   $BC \parallel NF \parallel ME \parallel AD$   $ME = ?$   $NF = ?$   
По теореме Фалеса, если прямые  $NF$  и  $ME$ , проведенные параллельно основаниям трапеции, делят сторону  $AB$  на конгруэнтные отрезки, то сторона  $CD$  так же делится на конгруэнтные отрезки.



По свойству средней линии трапеции можно написать:

В трапеции  $MBCE$   $x = \frac{4+y}{2}$ , в трапеции  $ANFD$   $y = \frac{x+13}{2}$

$\begin{cases} x = \frac{4+y}{2} \\ y = \frac{x+13}{2} \end{cases}$  Решив систему уравнений, можно найти требуемые элементы:  
 $x = 7$ ,  $y = 10$ .  $NF = 7$  см,  $ME = 10$  см.

## Урок 33. Стр. 49 учебника. Координаты середины отрезка

**Содержательный стандарт:** 3.2.3. Находит координаты середины отрезка по координатам точек, являющихся концами, записывает уравнение прямой по двум заданным точкам

### Навыки учащегося:

- строит на координатной плоскости отрезок по заданным координатам концов
- определяет координаты середины отрезка, заданного на координатной плоскости при помощи формулы
- использует формулу для нахождения координаты середины отрезка при решении задач

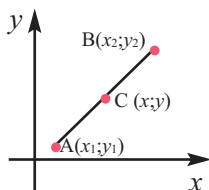
**Принадлежности.** Плакаты, рабочие листы, созданные при помощи сайта <http://worksheets.tutorvista.com/distance-and-midpoint-worksheet.html?page=1>

Рекомендуется создать электронные или бумажные плакаты о координате середины отрезка.

Формула координаты середины отрезка

$$\left( \frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Графическое представление координат середины отрезка

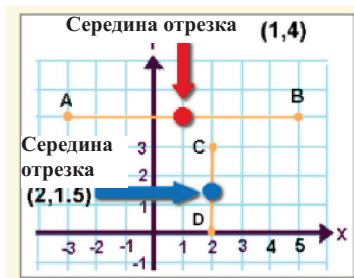


Координаты середины отрезка в примерах

A (-1; -3) и (-5; -7)  
 $x_1 = -1; y_1 = -3$  и  
 $x_2 = -5; y_2 = -7$   
 $\left( \frac{-1 + (-5)}{2}, \frac{-3 + (-7)}{2} \right)$   
 $(-3; -5)$

**Мотивация.** Детям задается вопрос: Можно ли по клеткам найти координату середины отрезка AB параллельного оси абсцисс на координатной плоскости?

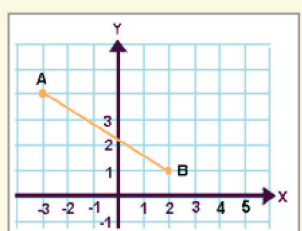
Выслушиваются мнения учащихся. По рисунку видно, что точка (1;4) является координатой середины отрезка AB. Отмечается, что аналогичным образом можно найти координату середины отрезка CD параллельного оси ординат.



А как можно найти точку - середину отрезка AB на втором рисунке?

**Обучение.** Выполняется задание для исследования из учебника, обучающие материалы последовательно анализируются вместе с учащимися.

Выполняются задания из учебника. Можно при помощи координатной плоскости выполнить задачи, соответствующие реальной жизненной ситуации. На плане библиотека расположена в точке (100; 230), а обсерватория - в точке (50; 130). Здание новой школы планируется построить на одной прямой с данными объектами так, чтобы оно было расположено на одинаковом расстоянии от каждого объекта. Запишите координату точки, соответствующей зданию школы, на координатной плоскости.



## Урок 34. Стр. 49-50 учебника. Обобщающие задания

**У.1** Учащиеся объясняют, что они думают о симметрии четырехугольников и проводят все возможные оси симметрии в фигурах. После этого демонстрируются плакаты, на которых изображены четырехугольники и их оси симметрии. Учащиеся сравнивают результаты своей работы с рисунками на плакате.

**У.4** Дано: ABCD параллелограмм

Докажите:

1)  $EO = OF$

Диагонали параллелограмма пересекаются и делятся

точкой пересечения пополам.  $AO = OC$ ,  $BO = OD$

Покажем, что  $\triangle BOE \cong \triangle DOF$

$\angle EBO = \angle FDO$  - внутренние накрест лежащие углы

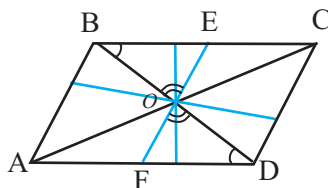
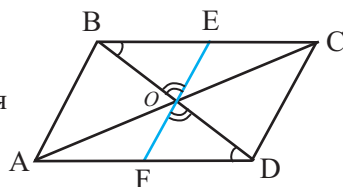
$\angle BOE = \angle FOD$  - вертикальные углы

$BO = OD$  - так как диагонали делятся точкой пересечения пополам

Отсюда по признаку УСУ  $\triangle BOE \cong \triangle DOF$

Получаем, что  $EO = OF$

2) EF - отрезок произвольной прямой, который находится внутри параллелограмма и проходит через точку пересечения диагоналей. В частном случае этот отрезок может быть высотой параллелограмма, а может быть параллелен сторонам AB и CD и т.д. Каждый из данных отрезков делится точкой O пополам. А это говорит о том, что точка пересечения диагоналей параллелограмма является центром симметрии.

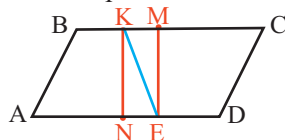


**У.8.** Параллелограмм на рисунке составлен из двух конгруэнтных равнобедренных трапеций, длина боковых сторон которых равна 8 см, а средних линий - 12 см

1) Разделите параллелограмм на две трапеции, при помощи одной прямой линии.

3) Найдите периметр параллелограмма

**Решение:** Пусть точка M середина BC, а точка N середина AD. Проведем  $NK \perp BC$ ,  $ME \perp AD$ . Соединим точки K и E. Покажем, что  $ABKE \cong CDEK$



$$BK = BM - KM = \frac{BC}{2} - KM = \frac{BC}{2} - NE = DN - NE = DE$$

$$AE = AN + NE = \frac{AD}{2} + NE = \frac{AD}{2} + KM = MC + KM = KC$$

По условию  $AB \cong CD$ , а KE - общая сторона. Тогда, полученные трапеции конгруэнтны. По условию средняя линия каждой из них равна 12 см.

$$\frac{AE + BK}{2} = 12 \Rightarrow \frac{AE + ED}{2} = 12 \quad \frac{AD}{2} = 12 \quad AD = 24$$

Так как  $AB = CD = 8$ , то  $P = 2 \cdot (24 + 8) = 64$

## Критерии суммативного оценивания по разделу

Имя \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

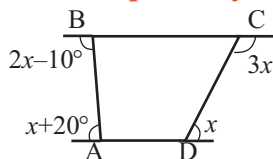
Фамилия \_\_\_\_\_

№	Критерии оценивания	Примечания
1.	Решает задачи, связанные с внутренними и внешними углами четырехугольника	
2.	Применяет при решении задач признаки и свойства параллелограмма	
3.	Представляет прямоугольник как один из видов параллелограмма. Решает задачи, связанные со свойствами сторон, углов и диагоналей	
4.	Представляет ромб как один из видов параллелограмма. Решает задачи, связанные со свойствами сторон, углов и диагоналей	
5.	Представляет квадрат как один из видов параллелограмма. Решает задачи, связанные со свойствами сторон, углов и диагоналей	
6.	Представляет сравнение свойств параллелограмма, квадрата, прямоугольника, ромба	
7.	Решает задачи, связанные со свойствами сторон, углов и диагоналей трапеции	
8.	Решает задачи, связанные со средней линией трапеции и треугольника	
9.	Решает задачи, связанные с нахождением координаты середины отрезка	

## Урок 35. Задания для суммативного оценивания по разделу

1. Найдите градусную меру внутреннего и внешнего углов четырехугольника ABCD при вершине A

- A)  $70^\circ$ ;  $90^\circ$     B)  $100^\circ$ ;  $80^\circ$     C)  $70^\circ$ ;  $110^\circ$     D)  $80^\circ$ ;  $80^\circ$



2. Поставьте три точки, чтобы они не располагались на одной прямой

а) Учитывая эти точки, поставьте четвертую точку так, чтобы при их соединении получился выпуклый четырехугольник



б) Учитывая эти точки, поставьте четвертую точку так, чтобы при их соединении получился невыпуклый четырехугольник



с) Учитывая эти точки, поставьте четвертую точку так, чтобы при их соединении не получился четырехугольник.



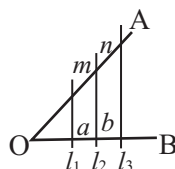
3. Установите соответствие, если  $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ,  $m = n$

1.  $m = 4$ ,  $a = 3$

2.  $m = 3$ ,  $a = 2$

3.  $m = 2$ ,  $a = 2$

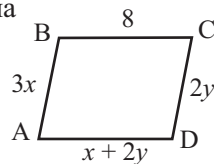
- A)  $n + b = 5$     B)  $n = b$     C)  $n + b = 4$     D)  $n + b = 7$



4. Биссектриса острого угла параллелограмма делит большую сторону на части 6 см и 10 см. Найдите периметр параллелограмма

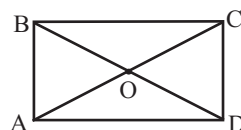
5. ABCD - параллелограмм. Найдите  $x$  и  $y$

- A) 3; 3    B) 3; 4    C) 2; 3    D) 4; 2



6. Периметр прямоугольника ABCD равен 28 см, а периметр треугольника ABC - 24 см. Найдите длину AO

- A) 10 см    B) 12 см    C) 14 см    D) 5 см



7. Утверждение “Параллелограмм, у которого все стороны конгруэнтны, есть ромб” является обратным для утверждения “Ромб, у которого все стороны конгруэнтны есть параллелограмм”. Какое высказывание верно?

- A) первое предположение неверно, обратное - верно  
B) первое предположение неверно, обратное также неверно  
C) первое предположение верно, обратное также верно  
D) первое предположение верно, обратное - неверно

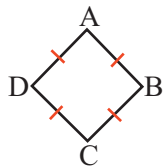
8. Углы, прилежащие к одной стороне ромба, относятся как 4:5. Найдите углы ромба.

9. Угол между диагоналями прямоугольника равен  $60^\circ$ . Найдите меньшую сторону прямоугольника, если его диагональ равна 12 см.

10. Сторона ромба равна 6 см, а острый угол  $60^\circ$ . Найдите меньшую диагональ ромба.

- A) 8 см      B) 6 см      C) 4 см      D) 10 см

11. Какая еще информация необходима, чтобы доказать, что фигура на рисунке является квадратом? Запишите свое мнение.



12. Сколько утверждений верно?

-Диагонали равнобедренной трапеции конгруэнтны

-Диагонали ромба конгруэнтны

-Диагонали квадрата пересекаются под прямым углом

-Точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии

- A) одно      B) два      C) три      D) четыре

13. Диагональ трапеции делит ее среднюю линию в отношении 2:5.

Найдите основания трапеции, если ее средняя линия равна 21 см

- A) 12; 30      B) 10; 32      C) 20; 22      D) 14; 28

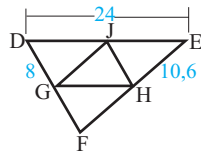
14. Основания трапеции 12 см и 30 см. Найдите длину отрезка средней линии, заключенной между диагоналями.

- A) 12 см      B) 8 см      C) 10 см      D) 6 см

15. Отрезки GJ, JH и HG являются средними линиями  $\triangle DEF$ .

Найдите периметр  $\triangle GJH$ , если  $DG = 8$ ,  $DE = 24$ ,  $EK = 10,6$

- A) 32,4      B) 42,6      C) 30,6      D) 31



16. Найдите координаты середины отрезка, соединяющего точки M (4;12) и N (−10;4)

- A) (−7; 3)      B) (−3; 8)      C) (−7; −8)      D) (−5; 8)

17. Точка M(−4;2) является серединой отрезка, один из концов которого находится в точке L (3; −5). В какой точке расположен второй конец отрезка?

- A) (9;11)      B) (11; −9)      C) (−11; 9)      D) (−9; 11)

18. У какого четырехугольника 4 оси симметрии?

- A) у любого четырехугольника      B) квадрата      C) прямоугольника      D) ромба

## Раздел II

Содержательный стандарт	№ урока	Тема	Количество часов	Учебник стр.
<p>1.1.1. Читает и записывает иррациональные (определенные для квадратного корня) числа.</p> <p>1.1.2. Сравнивает и упорядочивает иррациональные числа.</p> <p>1.1.3. Показывает приближительное расположение точки на координатной прямой, соответствующей иррациональному числу.</p> <p>1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства.</p> <p>1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойство арифметических корней для неотрицательных чисел.</p> <p>1.2.3. Упрощает выражения, содержащие квадратные корни.</p> <p>1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни при помощи формул сокращенного умножения.</p> <p>1.3.1. Оценивает приближенное значение численного выражения, стоящего под знаком квадратного корня и сравнивает его со значением, полученным при использовании вычислительной техники.</p> <p>2.1.3. Определяет находится ли пара координат в квадратичной зависимости на множестве действительных чисел или нет.</p> <p>3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов</p>	36	Функция $y = x^2$ и ее график	1	53
	37, 38	Квадратные корни. Арифметический квадратный корень	2	54-56
	39-40	Иррациональные числа	2	57- 59
	41	Функция $y = \sqrt{x}$ и ее график	1	60
	42-43	Нахождение приближенного значения квадратного корня. Решение задач. Иррациональные числа	2	61,62
	44	Нахождение квадратного корня из произведения и частного	1	63, 64
	45	Квадратный корень из степени	1	65
	46	Вынесение множителя из-под знака корня. Внесение множителя под знак корня	1	66
	47-48	Преобразование выражений, содержащих квадратный корень	2	67, 68
	49	Освобождение знаменателя от иррациональности	1	69
	50	Обобщающие задания	1	70,71
	51	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
	52-53	Теорема Пифагора	2	72-75
	54-57	Применение теоремы Пифагора	4	76-79
	58	Обобщающие задания	1	80
	59	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
	60	Большое суммативное оценивание (за I полугодие)	1	
		Всего	25	

## Урок 36. Стр. 53 учебника. Функция $y = x^2$ и ее график

**Содержательный стандарт.** 2.1.3. Определяет находится ли пара координат в квадратичной зависимости от множества действительных чисел или нет

**Навыки учащегося:**

- строит график функции  $y = x^2$ ;
- определяет квадратичную зависимость, если она есть между переменными величинами:

**Интернет ресурсы.** [www.meta-calculator.com/online](http://www.meta-calculator.com/online) [www.mathway.com/graph](http://www.mathway.com/graph)

**Мотивация.** Исследование проводится при выполнении задания. Учащиеся определяют полные квадраты чисел, пытаются наизусть назвать квадраты некоторых двухзначных чисел.

Например,  $11^2 = 121$ ,  $12^2 = 144$ ,  $13^2 = 169$  и т.д.

Впоследствии вопрос меняется: при возведении в квадрат каких чисел получились числа 25, 64, 81, 100, 121, ... ? До учеников доводится сведение, что эти числа, равные квадрату, коротко называются полными квадратами (например, 4, 9, 16, 25, 64, ... и т.д.)

**Обучение.** Каждый ученик должен выполнить построение параболы  $y = x^2$  в тетради.

Определяется, что график данной функции симметричен оси  $y$ . Обнаруживается, что условием, обеспечивающим симметричность функции, является то, что одному заданному значению  $y$  соответствует пара значений  $x$  - одно положительное, другое противоположное отрицательное. Для любого значения  $y$  соответствующее значение  $x$  на оси абсцисс показывается приблизительно. Ученики строят на одной координатной плоскости графики зависимостей  $y = 2x^2$  и  $y = x^2$  и сравнивают их. Исследуется расположение параболы относительно осей  $x$  и  $y$ .

На втором этапе рекомендуется использование графического калькулятора. Задавая различные значения  $a$ , строятся графики различных функций.

Наблюдаются расположение на координатной плоскости графиков параболы  $y = ax^2$  при  $a > 0$ , и при  $a < 0$ , а так же как при увеличении или уменьшении значения  $a$  график “сжимается” или “расширяется” относительно оси  $y$ .

## Урок 37, 38. Стр. 54-56 учебника. Квадратные корни.

### Арифметический квадратный корень. 2 часа.

**Содержательный стандарт.** 1.1.1. Читает и записывает иррациональные числа.

1.1.2. Сравнивает и упорядочивает иррациональные числа.

1.1.3. Показывает приблизительное расположение точки на координатной прямой, соответствующей иррациональному числу.

1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства.

**Навыки учащегося:**

- находит неотрицательный корень из числа:
- на примерах объясняет, что действие возведения в квадрат и извлечения квадратного корня являются взаимно обратными действиями.

Еще раз подчеркивается, что для устного вычисления арифметического корня очень важно знать полные квадраты. На этих уроках вычисления



производятся с малыми числами, поэтому не разрешается использовать калькулятор.

В задании **У.9** целесообразно использовать равенство  $(\sqrt{a})^2 = a$

$$\text{с) } \sqrt{x} - 1 = 4 \Rightarrow \sqrt{x} = 4 + 1 \quad \sqrt{x} = 5 \quad (\sqrt{x})^2 = 5^2 \quad x = 25$$

Проверка:  $\sqrt{25} - 1 = 4$ ,  $5 - 1 = 4$ ,  $4 = 4$

д)  $\sqrt{x} + 4 = 1$  Отсюда  $\sqrt{x} = -3$ . Так как арифметический квадратный корень не может принимать отрицательных значений, то нет таких значений  $x$ , которые удовлетворяют этому равенству.

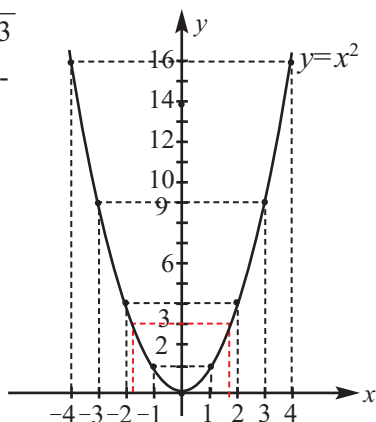
**Выполняя задания У.12.**, учащиеся понимают, что корень суммы не равен сумме корней. Данное исследование проводится на примерах. Для этого предлагается найти значение выражений  $\sqrt{9+16}$  и  $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ , а потом сравнить их.

Решение **У.13** также основано на применении равенства  $(\sqrt{a})^2 = a$

$$\text{б) } x^2 = 3 \quad x^2 - 3 = 0 \quad x^2 - (\sqrt{3})^2 = 0$$

$$(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0 \quad x_1 = \sqrt{3} \quad x_2 = -\sqrt{3}$$

Решение целесообразно представить геометрически. При помощи изображения видно, что число  $\sqrt{3}$  находится между числами 1 и 2, а число  $-\sqrt{3}$  находится между числами  $-2$  и  $-1$ . Для построения более точного графика, рекомендуется использовать графический калькулятор. Используя полученный график, предлагается найти более точное значение числа  $\sqrt{3}$ . Полученное значение возводится в квадрат и оценивается погрешность.



**2-ой час. Решение задач. Нахождение квадратного корня.** Повторяются формулы нахождения площади квадрата и круга, которые затем применяются при решении задач. До недавнего времени многие задачи решались при помощи формул, с которыми учащиеся были незнакомы. Здесь же цель заключается в том, чтобы учащиеся могли производить вычисление квадратного корня.

В задании **У.16** для нахождения площади равностороннего треугольника, используется формула  $S = \frac{\sqrt{3} a^2}{4}$ . Найдем сторону равностороннего треугольника, площадь которого равна  $9\sqrt{3}$ .

Решение:  $\frac{\sqrt{3} a^2}{4} = 9\sqrt{3}$ ,  $a^2 = 36$   $a = \pm 6$ . Так как длина сторон треугольника — положительные числа, то ответ:  $a = 6$ .

**Задание У.18** является заданием типа пазл. Находим стороны данных квадратов H и D, после чего находим стороны квадратов с общими сторонами.

**Оценивание.** При этом в центре внимания находится умение вычислять квадратные корни малых чисел, строить график функции  $y = x^2$ , проверять, принадлежит ли точка графику квадратичной зависимости.

## Урок 39-40. Стр. 57-59 учебника. Иррациональные числа. 2 часа.

**Содержательный стандарт.** 1.1.3. Показывает приблизительное расположение точки на координатной прямой, соответствующей иррациональному числу.

1.3.1. Оценивает приближенное значение численного выражения, стоящего под знаком квадратного корня и сравнивает его со значением, полученным при использовании вычислительной техники.

1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства.

### Умение учащегося:

- объясняет, что рациональное число можно представить в виде  $\frac{m}{n}$ , иррациональное число невозможно представить в виде  $\frac{m}{n}$
- выбирает иррациональные числа из заданного множества чисел;
- определяет приблизительно расположение точки, соответствующей иррациональному числу на числовой прямой.

### Методические рекомендации.

1. Вычисления при исследовании могут проводиться при помощи калькулятора. Учащиеся повторяют исследования Архимеда и ищут число, квадрат которого равен 3.

Различные числа, которые находятся между числами 1 и 2 возводят в квадрат и определяют какое из них ближе к 3. Каждый раз при этом они вычисляют разность между числом на калькуляторе и числом 3. Но при этом они никогда не получают нуль. Учащиеся обучаются нахождению квадратного корня при помощи калькулятора.

2. Подготавливается электронный или бумажный плакат, который на примерах представляет классификацию чисел. Повторяется определение рационального числа. Несколько рациональных чисел представляются в виде  $\frac{m}{n}$ .

3. Выискиваются пути для представления чисел  $\pi$ , 0,101001000100001, ... в виде  $\frac{m}{n}$ . Повторяются правила преобразования бесконечной десятичной периодической дроби в обыкновенную дробь, устанавливается, что это невозможно для бесконечной, но непериодической дроби. Таким образом, есть такие числа, которые невозможно представить в виде  $\frac{m}{n}$ , потому, что они бесконечны и в то же время не имеют периода.

4. Понимают, что числа  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{3}$ ,  $\pi$ , ... являются иррациональными числами. Так же уделяется внимание нахождению корня из числа. Если число  $a$  не является квадратом натурального числа, то число  $\sqrt{a}$  является иррациональным числом.

**Моменты, которые требуют особого внимания:** особое внимание надо обратить на то, что между любыми двумя рациональными числами расположено бесконечное множество чисел.. Учащимся предлагается найти несколько чисел, которые находятся между числами  $\frac{1}{3}$  и  $\frac{1}{2}$ .  $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$

Сначала найдем общий знаменатель:  $\frac{2}{6} < x < \frac{3}{6}$   
Умножим числитель и знаменатель дроби на 10:  $\frac{20}{60} < x < \frac{30}{60}$

Учащиеся записывают числа, удовлетворяющие условию:  $\frac{21}{60}, \frac{22}{60}, \frac{29}{60}$ .

На следующем этапе умножаем числитель и знаменатель на 100:  $\frac{200}{600} < x < \frac{300}{600}$

Понятно, что в этот раз можно записать еще больше дробей. Аналогично, умножая числитель и знаменатель дроби на 1000, 10000 и т.д., можно перечислить все больше чисел и выявить, что их может быть бесконечно много.

Такого типа задания играют пропедевтическую роль в понятии иррационального числа. **Моменты, которые требуют особого внимания.** Объяснение производится при помощи измерения отрезков. Выясняется, сколько раз единица отрезка может поместиться в данном отрезке. Рекомендуется подытожить представленное в учебнике доказательство о том, что “Не существует рационального числа, квадрат которого равен 2”.

Проводится оценивание умения группировать данные числа. Учащиеся выполняют задания, в которых разбивают на группы рациональные и иррациональные числа, а рациональные числа в свою очередь вновь разделяют на группы. При этом обоснование надо строить на том, что рациональное число можно представить в виде  $\frac{m}{n}$ .

Соответствующие рабочие листы можно подготовить, используя ссылки. Эти интернет адреса рекомендуется довести до сведения как учащихся, так и родителей.

[www.mathtutordvd.com/worksheets/prealgebra\\_voll/a\\_Pre-Algebra\\_Vol1\\_Worksheet\\_1\\_Real\\_Numbers.pdf](http://www.mathtutordvd.com/worksheets/prealgebra_voll/a_Pre-Algebra_Vol1_Worksheet_1_Real_Numbers.pdf)  
<http://www.polk.k12.ga.us/userfiles/50/Classifying-by-Coloring.pdf>

Если задать в GOOGLE ключевое слово **aidentifying rational and irrational numbers worksheet**, то можно получить адреса интернет страниц, при помощи которых можно либо скачать готовые рабочие листы, либо создать их, задав следующие параметры генерирования: количество заданий на листе, расположение заданий, а так же изменяя параметры диапазона чисел.

**Оценивание.** Оценивание проводится методом наблюдения. При этом учитываются следующие навыки: участие в устном опросе, выполнение заданий. Учащимся предлагается выполнить дополнительные задания по вышеуказанным интернет адресам.

## Урок 41. Стр. 60 учебника. Функция $y = \sqrt{x}$ и её график.

**Содержательный стандарт.** 1.1.1. Читает и записывает иррациональные числа.  
1.1.2. Сравнивает и упорядочивает иррациональные числа.

### Навыки учащегося:

- находит целую часть иррационального числа;
- сравнивает иррациональные числа.

**Интернет ресурсы.** [www.meta-calculator.com/online](http://www.meta-calculator.com/online)    [www.mathway.com/graph](http://www.mathway.com/graph)

При помощи калькулятора заполняется таблица и отмечается точка, координаты которой соответствуют числам из таблицы и строится график функции  $y = \sqrt{x}$

**Моменты, которые требуют особого внимания.** Уделяется внимание тому, что при увеличении значения  $x$ , увеличивается соответствующее значение ординаты и делается вывод. Квадратный корень большего из двух положительных чисел больше. Так как  $7 > 5$ , поэтому  $\sqrt{7} > \sqrt{5}$

Теперь определим знак разности  $1,4 - \sqrt{2}$ .

При решении данного задания учащиеся чаще используют то, что  $\sqrt{2} \approx 1,4$

Полученная разность при этом равняется нулю. На самом деле квадрат 1,4 равен 1,96 и тогда  $1,4 - \sqrt{2} = \sqrt{1,96} - \sqrt{2} < 0$

Так как уменьшаемое меньше вычитаемого, то разность отрицательна.

## Урок 42, 43. Стр. 61-62 учебника. Нахождение приближенного значения квадратного корня. 2 часа.

**Содержательный стандарт.** 1.3.1. Оценивает приближенное значение численного выражения, стоящего под знаком квадратного корня и сравнивает его со значением, полученным при использовании вычислительной техники.

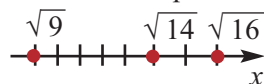
### Навыки учащегося:

- находит значение квадратного корня различными прикладными методами;
- решает задачи, в которых требуется найти приближительное значение квадратного корня.

Нахождение приближенного значения квадратного корня в учебнике представлено на конкретном примере. Значение  $\sqrt{14}$  находится следующим способом.

1)  $9 < 14 < 16$ . Здесь числа 9 и 16 выбраны неслучайно. Эти числа выбрали потому, что квадратный корень каждого из них равен натуральному числу и квадратный корень данного числа находится между ними. Тогда квадратный корень из 14 расположен между числами 3 и 4. Т.е. целая часть данного числа равна 3. Теперь мы должны найти дробную часть.

Тогда можно написать, что  $\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$ .



Т.к.  $16-9=7$ , отрезок, концы которого соответствуют

числам  $\sqrt{9}$  и  $\sqrt{16}$ , можно разделить на 7 равных частей. Так как число  $\sqrt{9}$  расположена на 5 единичных отрезков левее точки  $\sqrt{14}$ , то  $\sqrt{14} \approx 3\frac{5}{7}$

После этого проводится обобщение.

1. Определяется, между какими целыми числами расположена целая часть числа.
2. Данные точки отмечаются на числовой прямой и находится расстояние между ними.
3. Отмечается точка, которая соответствует данному числу.
4. Определяется, в каком соотношении данная точка делит заданный отрезок.

Нахождение квадратного корня таким способом выявляет навыки умозаключений, сопоставления и выводов. Для закрепления материала учащимся на дом дается самостоятельно придумать и решить еще несколько примеров подобного типа. Задание может быть также групповым. Каждый участник группы составляет пример на приближительное нахождение квадратного корня и вычисляет это число на числовой оси. После этого, правильность выполнения задания проверяется всей группой и представляется классу.

**В задании У.2.** на основе наблюдения оценивается умение заполнять таблицы. Рекомендуется создать таблицу с новыми данными и заполнить ее.

**2-ой час.** Учащиеся выполняют задания из учебника. При этом они понимают как в реальных жизненных ситуациях при решении задач применяется приближительное нахождение квадратного корня.

**Методические указания.** При выполнении задания учащиеся должны внимательно прочитать текст задания и изложить его своими словами. В каждой задаче представлена жизненная ситуация и для того, чтобы показать, что учащийся ее понял, он должен уметь представить ее. Например, воспроизвести путь автомобиля при аварии, вычислить расстояние от заданной точки до горизонта, если человек смотрит вдаль и т.д.

## Урок 44. Стр. 63, 64 учебника. Корень из произведения и частного.

**Содержательный стандарт.** 1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойства арифметических корней для неотрицательных чисел.

1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни, при помощи формул сокращенного умножения.

**Навыки учащегося:** - находит корень из произведения и отношения;  
- вычисляет численное значение выражения, содержащего квадратный корень из произведения и частного.

Нахождение квадратного корня из произведения и частного исследуется вместе со всем классом. Особое внимание следует уделить навыкам устного счета.

**У.5.** В данном задании при  $a \geq 0, b \geq 0$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Учащиеся сами должны доказать это равенство.

Предположение	Обоснование
1. $a \geq 0, b \geq 0$	1. Дано
2. $\sqrt{a} \geq 0, \sqrt{b} \geq 0$	2. Арифметический корень есть неотрицательное число.
3. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$	3. Произведение двух неотрицательных чисел неотрицательно
4. $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$	4. По тождеству, степень произведения равна произведению степеней $(\sqrt{a})^2 = a$
5. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	5. По определению корня

**2-ой час.**

Ученикам дается рекомендация разложить подкоренное выражение на множители так, чтобы хотя бы один из множителей являлся полным квадратом.

Например, для достижения результата надо написать  $50 = 25 \cdot 2$ .

**У.6.** б)  $\sqrt{50 \cdot 18} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9} = \sqrt{25 \cdot 4 \cdot 9} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$

## Урок 45. Стр.65 учебника. Квадратный корень из степени.

**Содержательный стандарт.**

1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойство арифметических корней для неотрицательных чисел.

1.2.3. Упрощает выражения, содержащие квадратные корни.

1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни при помощи формул сокращенного умножения.

**Навыки учащегося:**

- находит квадратный корень из степени;  
- находит численное значение выражения, содержащего квадратный корень из степени.

Вновь подчеркивается, что арифметический квадратный корень не может быть отрицательным и объясняется тождество  $\sqrt{a^2} = |a|$

При  $a \geq 0$ , отчетливо видно, что  $\sqrt{a^2} = a$ .

При  $a < 0$ ,  $\sqrt{a^2} = -a$ , и это равенство учащиеся часто понимают неверно. Им кажется, что такое равенство невозможно, т.к. арифметический квадратный корень не может равняться “отрицательному числу”.

Здесь надо повторить понятия противоположного числа и абсолютного значения. Отметим, что модуль отрицательного числа равен не самому числу, а числу, противоположному данному. Например равенство  $|-5| = 5$  нельзя писать сразу. Разумнее делать следующую запись  $|-5| = -(-5) = 5$

**У.8.** Упростите

$$\begin{aligned} \text{а) } & \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - 3)^2} = |\sqrt{2} + 1| + |\sqrt{2} - 3| = \\ & = \sqrt{2} + 1 - (\sqrt{2} - 3) = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 3 = 4 \end{aligned}$$

Решая задания такого типа, надо правильно определять знак разности.

**У.9-а).** При  $x \geq 1$ , сторону квадрата с площадью  $(1-x)^2$  можно найти по формуле  $a = \sqrt{S}$   $\sqrt{(1-x)^2} = |1-x| = x-1$

**Оценивание.** В центре внимания остаются навыки представления в рациональной форме заданного выражения для нахождения квадратного корня и выполнение действий.

## Урок 46. Стр. 66 учебника. Вынесение множителя из под знака корня. Внесение множителя под знак корня.

**Содержательный стандарт 1.2.1.** Находит значение выражения, применяя свойство арифметических корней для неотрицательных чисел.

1.2.3. Упрощает выражения, содержащие квадратные корни.

**Навыки учащегося:** - выполняет действия вынесения множителя под знак корня и вынесения из-под знака;

- находит численное значение выражения нахождения квадратного корня из произведения и частного.

**Моменты, которые требуют особого внимания.** Для того, чтобы не потерять знак “-” при внесении под корень отрицательного числа, число возводится в квадрат, а знак “-” записывается перед знаком корня.

В задании **У.3.** используются следующие формулы: при  $a > 0$  справедливо  $a = \sqrt{a^2}$ , при  $a < 0$ , справедливо равенство  $a = -\sqrt{a^2}$ .

$$\text{а) } 2\sqrt{3} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{12} \qquad \text{б) } -4\sqrt{5} = -1 \cdot 4 \cdot \sqrt{5} = -1 \cdot \sqrt{4^2} \cdot \sqrt{5} = -\sqrt{80}$$

**У.7.** Определите знак разности

$$\text{а) } 7\sqrt{2} - 5\sqrt{3} = \sqrt{7^2 \cdot 2} - \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{98} - \sqrt{75} > 0$$

**У.8.** Найдите целую часть числа.

$$\text{а) } 7\sqrt{2} = \sqrt{49 \cdot 2} = \sqrt{98}$$

Понятно, что  $\sqrt{81} < \sqrt{98} < \sqrt{100}$

т.е.  $9 < \sqrt{98} < 10$ . Можно сказать что, целая часть числа  $\sqrt{98}$  равна 9.

## Урок 47, 48. Стр.67,68 учебника. Преобразование выражений, содержащих квадратные корни. 2 часа.

**Содержательный стандарт:** 1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойство арифметических корней для неотрицательных чисел.

1.2.3. Упрощает выражения, содержащие квадратные корни.

1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни при помощи формул сокращенного умножения.

### Навыки учащегося:

- упрощает выражения, содержащие квадратные корни;
- рассуждает рациональным или иррациональным будет сумма или разность двух иррациональных чисел (или рационального и иррационального числа)

**Внимание!** Действия над квадратными корнями напоминают упрощение подобных членов. Если подкоренные числа не одинаковые, то для упрощения данного выражения надо вынести множитель из-под знака корня.

**У.2.** Найдем целую часть числа а)  $5\sqrt{2} + \sqrt{18}$ .

$\sqrt{2}$  и  $\sqrt{18}$  не являются подобными.

Поэтому, сначала запишем  $18 = 2 \cdot 9$ , а затем упростим.

$$5\sqrt{2} + \sqrt{18} = 5\sqrt{2} + \sqrt{9 \cdot 2} = 5\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 8\sqrt{2} = \sqrt{8^2 \cdot 2} = \sqrt{128}$$

Зная, что  $\sqrt{121} < \sqrt{128} < \sqrt{144}$  имеем, что целая часть числа равна 11.

**У.12.** Сократим дробь. Применим формулу сокращенного умножения.

$$\text{а) } \frac{x^2 - 2}{x + \sqrt{2}} = \frac{x^2 - (\sqrt{2})^2}{x + \sqrt{2}} = \frac{(x - \sqrt{2})(\cancel{x + \sqrt{2}})}{\cancel{x + \sqrt{2}}} = x - \sqrt{2}$$

## Урок 49. Стр. 69 учебника. Освобождение знаменателя от иррациональности

**Содержательный стандарт** 1.2.1. Находит значение выражения, применяя свойство арифметических корней для неотрицательных чисел.

1.2.4. Находит значение выражений, содержащих квадратные корни при помощи формул сокращенного умножения.

### Навыки учащегося:

- применение различных методов при освобождении от иррациональности;
- упрощает выражения, содержащие квадратные корни.

**Дополнительные ресурсы:** Рабочие листы №1, №2.

Сначала подчеркивается, что произведение и сумма двух иррациональных чисел может являться рациональным числом, записываются соответствующие примеры.

Записываются и обсуждаются выражения  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$ ,  $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$

**У.3.** Сравним числа  $a = \sqrt{8} - \sqrt{7}$  и  $b = \sqrt{7} - \sqrt{6}$ .

$$a = \sqrt{8} - \sqrt{7} = \frac{(\sqrt{8} - \sqrt{7})(\sqrt{8} + \sqrt{7})}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{8})^2 - (\sqrt{7})^2}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} = \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}}$$

$$b = \sqrt{7} - \sqrt{6} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{6})(\sqrt{7} + \sqrt{6})}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$$

Знаменатель дроби  $\frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}}$  больше знаменателя дроби  $\frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$ , тогда  $a < b$ .



## Урок 50. Стр. 70-71 учебника. Обобщающие задания.

Решаются задачи, где нужно вычислить квадратные корни. Эти задания охватывают следующие навыки: различает рациональные и иррациональные числа, сравнивает их, вычисляет корень из произведения, частного и степени, упрощает выражения, содержащие квадратные корни.

При сравнении чисел мы можем располагать их либо в порядке возрастания, либо в порядке убывания, а затем найти наибольшее или наименьшее из них.

**У.4.** Найдем среди чисел 1)  $2\sqrt{5}$ ;  $3\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{14}$ ;  $\frac{3}{2}\sqrt{3}$  наибольшее и наименьшее числа.

Корень меньшего числа меньше корня большего числа.

Каждое из данных чисел представим в виде квадратного корня.

$$2\sqrt{5} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{20}$$

$$3\sqrt{2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$$

$$\sqrt{14} = \sqrt{14}$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{3} = \sqrt{\frac{9}{4}} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{\frac{9 \cdot 3}{4}} = \sqrt{\frac{27}{4}} = \sqrt{6,75}$$

Отсюда имеем, что  $6,75 < 14 < 18 < 20$ , тогда

$$\sqrt{6,75} < \sqrt{14} < \sqrt{18} < \sqrt{20} \text{ или}$$

$$\frac{3}{2}\sqrt{3} < \sqrt{14} < 3\sqrt{2} < 2\sqrt{5}$$

Задания на самооценивание выполняются после 5-7 минутного обсуждения в классе. Обсуждаются вопросы, задаваемые учениками. После этого задания выполняются самостоятельно.

**У.10.** Если внимательно рассмотреть рисунок,

то можно увидеть, что  $1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$ .

Если захотим продолжить, то,

$$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2, \quad 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2 \text{ и т.д.}$$

Обобщив, узнаем следующее

$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$ , а это было известно еще математикам, жившим очень давно.

Т.о. сумму нечетных чисел от 1 до заданного числа можно представить как квадрат натурального числа.

Следовательно, возраст учителя Лалы по математике может быть равен квадрату некоторого числа (за исключением детского и пенсионного возраста)

$$5^2 = 25, \quad 6^2 = 36, \quad 7^2 = 49, \quad 8^2 = 64$$

**У.11. а)** Если  $b + \sqrt{b} - 3 = 0$ , то найдите значение выражения  $2b^2 - 14b + 1$

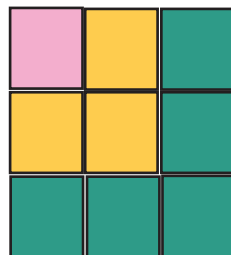
$$b + \sqrt{b} - 3 = 0 \Rightarrow \sqrt{b} = 3 - b \Rightarrow (\sqrt{b})^2 = (3 - b)^2 \Rightarrow$$

$$b = 9 - 6b + b^2 \Rightarrow b^2 - 7b + 9 = 0 \Rightarrow 2b^2 - 14b + 18 = 0$$

Отсюда получаем, что  $2b^2 - 14b + 1 = -17$ .

**б)** Если  $a + b = 2\sqrt{6}$ ,  $ab = 2$ , то найдите  $|a - b|$ .

$$\begin{aligned} \text{Т.к. } |a - b|^2 &= (a - b)^2, \text{ то } |a - b| = \sqrt{(a - b)^2} = \sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = \sqrt{(a + b)^2 - 4ab} = \\ &= \sqrt{(2\sqrt{6})^2 - 4 \cdot 2} = \sqrt{24 - 8} = \sqrt{16} = 4. \end{aligned}$$





# **Рабочий лист №1** **Иррациональные числа**

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1. Вычислите.

$$\begin{array}{llll} \sqrt{49} \cdot \sqrt{49} = & (\sqrt{16})^2 = & \sqrt{32} \cdot 8 = & -\sqrt{36} - \sqrt{81} = \\ \sqrt{91 - 27} = & \sqrt{\frac{490}{10}} = & -\sqrt{288} : \sqrt{2} = & \sqrt{0,49} + \sqrt{0,01} = \\ (6\sqrt{5})^2 = & (5\sqrt{3})^2 = & (-3\sqrt{5})^2 = & (-0,1\sqrt{20})^2 = \end{array}$$

2. Вынесите множитель из-под знака корня.

A)  $\sqrt{18}$       B)  $\sqrt{50}$       C)  $\sqrt{48}$       D)  $\sqrt{60}$

3. Упростите.

$$\begin{array}{llll} \sqrt{10} \cdot \sqrt{20} & \sqrt{75qr^3} & 3\sqrt{8} \cdot 2\sqrt{7} & 7\sqrt{63m^3p} \\ 3\sqrt{25t^2} & \sqrt{2ab^2} : \sqrt{10a^5b} & 5\sqrt{81q^5} & \sqrt{4c^3d^3} : \sqrt{8c^3d} \end{array}$$

4. Вычислите.

$$5\sqrt{0,16} - 0,2\sqrt{144} \qquad 0,1\sqrt{400} + 0,8\sqrt{\frac{1}{16}} \qquad \sqrt{98} + \sqrt{32} + \sqrt{50} - \sqrt{200}$$

5. Между какими двумя целыми числами расположены числа?

$$\sqrt{22} \qquad \sqrt{123} \qquad \sqrt{92} \qquad \sqrt{54} \qquad \sqrt{11} \qquad \sqrt{1001}$$

6. Упростите.

$$(\sqrt{3} - 3)(\sqrt{3} + 5) \qquad (\sqrt{6} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + \sqrt{18}) \qquad (\sqrt{2}x - 7)^2$$

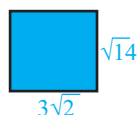
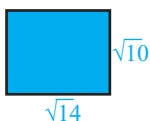
7. Освободите знаменатель от иррациональности.

$$\begin{array}{llll} \frac{3}{3 + \sqrt{5}} & \frac{5}{2 - \sqrt{6}} & \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{6}} & \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} - 3} \\ \frac{1}{4 + \sqrt{12}} & \frac{4}{6 - \sqrt{7}} & \frac{\sqrt{5} + 2}{2\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}y} \end{array}$$

8. Число  $k$  находится между числами  $-4$  и  $-5$ . Между какими двумя последовательными целыми числами находятся следующие числа:

a)  $-k$       b)  $\frac{1}{k}$       c)  $k + 5$       d)  $-k + 5$

9. Найдите площадь и периметры прямоугольников



10. Отметьте знаком  $\checkmark$  к какому числовому множеству относятся данные числа?

**N** - натуральные числа

**Z** - целые числа

**R** - действительные  
числа

**Q** - рациональные  
числа

	N	Z	Q	R
$(\sqrt{5})^2$				
$4^{-1}$				
$\sqrt{120}$				
$0,6(3)$				

## Рабочий лист №2

Навыки	Выполняет заданные примеры и записывает ещё 2 примера	При затруднении воспользуйтесь повторением следующих заданий.
Находит квадратный корень числа, которое является полным квадратом	$\sqrt{3600} =$ $\sqrt{4^2 + 33} =$	Стр.54-55, № 4 - 9
Знает иррациональные числа	$\sqrt{5} = 0,121221222\dots$ (количество цифр 2, разъединяющих цифры 1, каждый раз увеличивается на одну единицу)	Стр.57-59, №1-10
Находит приблизительное значение квадратного корня	$\sqrt{38} \approx 6,16$	Стр .61, №1- 4
Находит корень из произведения и частного	$\sqrt{12} \cdot \sqrt{75} =$ ; $\frac{\sqrt{99}}{\sqrt{11}} =$	Стр .63-64, №1-17
Упрощает выражения, содержащие квадратные корни	$3\sqrt{2}(2 - 5\sqrt{32}) - 2\sqrt{18} =$	Стр .67-69, №1-10

№	Критерии оценивания	Примечание
1.	Находит квадратный корень из неотрицательных чисел	
2.	На примерах показывает, что действие возведения в квадрат и нахождение квадратного корня являются взаимно обратными действиями	
3.	Представляет на примерах , что любое рациональное число можно представить в виде $\frac{m}{n}$ и, что любое иррациональное число представить в таком виде невозможно	
4.	Определяет приблизительное расположение точки, соответствующей иррациональному числу	
5.	Сравнивает иррациональные числа	
6.	Находит корень из произведения и частного для положительных чисел	
7.	Представляет различные методы освобождения знаменателя от иррациональности	
8.	Упрощает выражения, содержащие квадратные корни	
9.	Решает задачи, связанные с квадратными корнями	

## Урок 51. Задания для суммативного оценивания по разделу

1. Сколько чисел являются иррациональными?  $2\sqrt{9}$ ;  $1,2(3)$ ;  $\frac{1}{3}$ ;  $\sqrt{3}$ ;  $(\sqrt{2})^2$ ;  $\pi$ ;  $0,(1)$

- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4

2. Найдите значение выражения:  $24 - 2\sqrt{49}$

- A) -74                      B) -25                      C) 25                      D) 10

3. Вычислите:  $(2\sqrt{0,25})^2 - \sqrt{2\frac{1}{4}}$

- A) 1                      B) -1                      C) 0,5                      D) -0,5

4. Какое выражение не имеет смысла?

- A)  $-\sqrt{25}$                       B)  $\sqrt{(-5)^2}$                       C)  $\sqrt{-4 \cdot (-25)}$                       D)  $\sqrt{-25^2}$

5. Установите соответствие.

1.  $\sqrt{7} - 3$                       2.  $\sqrt{7} - 2$                       3.  $\sqrt{1\frac{7}{9}} - 1\frac{1}{3}$

- A) положительное число                      B) отрицательное число  
C) равно нулю                      D) рациональное число

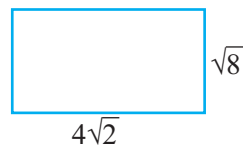
6. Упростите выражение  $\sqrt{a^2} + 2a$  при  $a < 0$

- A)  $a$                       B) 0                      C)  $-a$                       D)  $3a$

7. Между какими двумя последовательными числами находится число  $\sqrt{19}$ ?

- A) 3 и 4                      B) 5 и 6                      C) 2 и 3                      D) 4 и 5

8. По данным рисунка найдите площадь и периметр прямоугольника. Сравните площади этого прямоугольника и квадрата, если их периметры равны.



9. Выразите  $(1 + \sqrt{3})$  через  $a$ , если  $\sqrt{3} - 1 = a$ .

10. Установите соответствие.

1.  $a > b$                       2.  $a < b$                       3.  $a = b$

- A)  $a = \sqrt{16 + 9}$ ,  $b = \sqrt{16} + \sqrt{9}$                       B)  $a = \sqrt{25 - 9}$ ,  $b = \sqrt{25} - \sqrt{9}$

- C)  $a = \frac{1}{2}\sqrt{2}$ ,  $b = \frac{1}{3}\sqrt{3}$                       D)  $a = 4\sqrt{\frac{1}{2}}$ ,  $b = 2\sqrt{2}$

11. Расположите числа в порядке возрастания:  $2\sqrt{5}$ ;  $3\sqrt{2}$ ;  $\sqrt{23}$ ,  $2\sqrt{3}$ ,  $8\sqrt{0,25}$

12. Найдите значение выражения  $\sqrt{8+2a}$ , при  $a = 8,5$ .

13. Вычислите:  $3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 6\sqrt{2} - \sqrt{98}$

14. Найдите значение выражения:  $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} - \sqrt{32} \cdot \sqrt{2}$

A) 1    B) -1    C) 3    D) -2

15. Какое высказывание верно?

A) Каждое иррациональное число можно представить в виде периодической десятичной дроби

B) Сумма двух иррациональных чисел всегда иррациональное число

C) Каждое рациональное число можно представить в виде конечной десятичной дроби

D) Сумма двух иррациональных чисел может быть рациональным числом

16. Найдите значение выражения, освободив от иррациональности знаменатель каждой дроби.

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} + \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$$

A)  $2\sqrt{2}$

B) 4

C)  $4\sqrt{2}$

D) 6

17. Вычислите:  $\sqrt{\frac{46^2-18^2}{28}}$

A) 8

B)  $2\sqrt{7}$

C)  $7\sqrt{2}$

D) 32

18. Вычислите сумму:

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}$$

A)  $2\sqrt{3}$

B)  $3\sqrt{2}$

C)  $4\sqrt{2}$

D) 1

19. Площадь полуокружности на рисунке равна  $54\text{ м}^2$ .

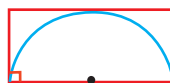
Найдите площадь прямоугольника. Примите  $\pi \approx 3$ .

A)  $72\text{ м}^2$

B)  $36\text{ м}^2$

C)  $64\text{ м}^2$

D)  $81\text{ м}^2$



20. Найдите значение выражения  $x^2 - y^2$ , если  $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$ ,  $y = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ ,

A)  $4\sqrt{15}$

B)  $-4\sqrt{15}$

C)  $2\sqrt{15}$

D)  $-2\sqrt{15}$

## Урок 52 - 53. Стр. 72-74 учебника. Теорема Пифагора. 2 часа

**Содержательный стандарт.** 3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов

**Навыки учащегося:** -находит третью сторону прямоугольного треугольника, зная две другие стороны;

- определяет вид треугольника по длинам сторон;
- демонстрирует понимание факта Пифагоровых трек на примерах

**1-ый час. Мотивация.** Выполняют практическое занятие из учебника. При этом учащиеся выполняют задания группами. Обобщаются полученные результаты. Учащиеся выявляют, что площадь квадрата со стороной  $c$ , вырезанного из 2-го картона, равна сумме площадей квадратов, вырезанных из первого картона со стороной  $a + b$  и записывают равенство  $c^2 = a^2 + b^2$ . На 4-ом шаге по рисунку видно, что  $c$  является гипотенузой прямоугольного треугольника с катетами  $a$  и  $b$ .

Рекомендуется заранее подготовить плакаты с рисунками прямоугольного треугольника и теоремой Пифагора в виде формулы или словесно.

**Обучение.** Обобщаются результаты практической работы, зачитываются формулы на плакате. Ещё раз отмечается большое практическое значение теоремы Пифагора.

У.1. В данном задании рекомендуется, чтобы каждый учащийся самостоятельно доказал теорему Пифагора в виде двухстолбчатой таблицы. Каждый шаг представляется в математической форме.

**D.2.** Дано:  $\triangle ABC$

$$\angle C = 90^\circ$$

$$CD \perp AB$$

$$CD = 12, BD = 9, AD = 16$$

$$AC = b = ?$$

$$BC = a = ?$$

a) По теореме Пифагора из  $\triangle BCD$  имеем

$$BC^2 = CD^2 + BD^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225, \quad BC = 15$$

По теореме Пифагора из  $\triangle ACD$  имеем

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400, \quad AC = 20$$

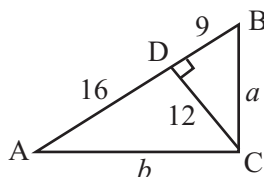
b) В  $\triangle ABC$  по теореме Пифагора должно выполняться равенство

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB = AD + DB = 16 + 9 = 25$$

$$AC = 20 \quad BC = 15$$

$$25^2 = 20^2 + 15^2, \quad 625 = 625 \text{ равенство верно}$$



**2-ой час.** На этом уроке дается информация о теореме, обратной для теоремы Пифагора и Пифагоровых тройках. Доказательство обратной теоремы представлено в заданиях следующих уроков. Здесь особое внимание направлено на определение Пифагоровых троек.

**Моменты, требующие особого внимания!** Если числа  $a, b, c$  - Пифагоровы числа, тогда отрезки длиной  $ak, bk, ck$  так же составляют прямоугольный треугольник.

Действительно,  $(ak)^2 + (bk)^2 = k^2a^2 + k^2b^2 = k^2(a^2 + b^2) = k^2 \cdot c^2 = (kc)^2$

**У.3** При выполнении этого задания надо рассмотреть 2 случая. В 1-ом случае 7 и 10 являются катетами, тогда длина гипотенузы находится так  $c = \sqrt{7^2 + 10^2} = \sqrt{149}$

Во 2-ом случае один из катетов - 7, а гипотенуза - 10. Тогда

$$b = \sqrt{10^2 - 7^2} = \sqrt{100 - 49} = \sqrt{51}$$

**У.4** Как проверить перпендикулярность фонарного столба поверхности земли? Если столб перпендикулярен поверхности земли, то прикрепив веревку длиной 5 м к вершине столба, получим, что расстояние от конца веревки до точки, где столб вкопан в землю, при любом случае будет равно:

$b = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 4} = \sqrt{16} = 4$  м. Если это расстояние будет больше или меньше 4 м, то значит столб не перпендикулярен поверхности земли.

## Урок 54 - 57. Стр. 75-79 учебника. Применение теоремы Пифагора. 4 часа

**Содержательный стандарт.** 3.1.3. Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций острого угла и находит значение тригонометрических функций некоторых углов

### Навыки учащегося:

- применяет теорему Пифагора для решения практических задач
- выполняя измерения, определяет прямой угол
- решает задачи, применяя свойства особых прямоугольных треугольников
- решает задачи, применяя обратную теорему Пифагора
- выполняются прикладные задания из учебника. Исследуются Пифагоровы тройки.

**У.1.** Дано  $\triangle PQS$

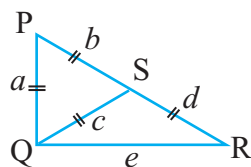
$$a = b = c = d$$

1) Докажите

$$\angle PQR = 90^\circ$$

2)  $a = 1$  olduqda

$$e = ?$$



Решение:  $\triangle PQR$  равнобедренный треугольник

$$\angle PQS = \angle QPS = \angle PSQ = 60^\circ$$

Тогда  $\angle QSR = 120^\circ$  (в  $\triangle QSR$  внешний угол при вершине S равен  $60^\circ$ )

$$\angle SQR = \angle SRQ = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ \quad (\triangle QSR - \text{равнобедренный})$$

Таким образом получаем,  $\angle PQR = \angle PQS + \angle SQR = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

2) Так как  $a = 1$ , то  $b = d = 1$ .

$$PQ = a = 1$$

Так как  $PR = b + d = 2$ , то из  $\triangle PQR$  получаем теорему Пифагора

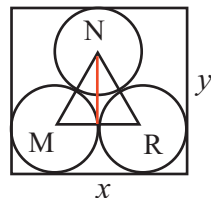
**У.4.**  $e = QR = \sqrt{PR^2 - PQ^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$   
Диаметр каждого мяча 6 см. По рисунку

$\triangle MNR$  равнобедренный.

$$MN = NR = MR = 3 + 3 = 6 \text{ см.}$$

По теореме Пифагора найдём высоту  $h$

$$h = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ м}$$

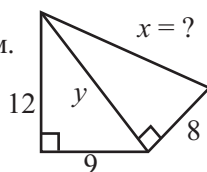


Длина касательной, проведенной к стороне, обозначенной через  $x$ , равна диаметру двух шаров:  $x = 6 + 6 = 12$  см. Для того, чтобы найти длину стороны  $y$ , найденное выше значение  $h$  увеличим на удвоенное значение радиуса  $y = 3\sqrt{3} + 6$ . Получили  $x \neq y$ . Следовательно, предмет не является квадратом.

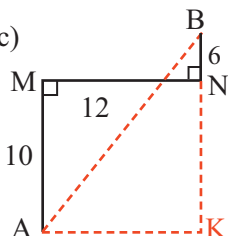
**У.5 а)** Гипотенуза прямоугольного треугольника с катетами 9 см и 12 см равна  $y = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$ , тогда для стороны  $y$  гипотенуза  $x$  равна.

$$x = \sqrt{y^2 + 8^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17$$

Т.е. неизвестные стороны треугольника равны 15 см и 17 см.



**У.6. с)**



По рисунку найдем АВ.

Проведем  $AK \parallel MN$ ,  $BK \parallel AM$

В  $\triangle ABK$

$$AK = MN = 12$$

$$BK = BN + NK = BN + AM = 6 + 10 = 16$$

$$AB = \sqrt{AK^2 + BK^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$$

**D.9** 2) Если Пифагоровы тройки будут  $x, y, y + 1$ , тогда:

$$x^2 + y^2 = (y + 1)^2 \quad x^2 + y^2 = y^2 + 2y + 1$$

$$x^2 = 2y + 1 \quad x^2 = y + y + 1$$

Т.е. в этом случае квадрат 1-го члена тройки равен сумме двух других чисел.

Вместе с учащимися выполняется исследование вида треугольника в зависимости от длины сторон.

**D.10. 2)** По теореме Пифагора

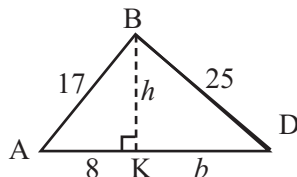
$$\text{Из } \triangle ABK \quad h = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15$$

Из  $\triangle BKD$

$$KD = \sqrt{BD^2 - BK^2} = \sqrt{25^2 - 15^2} = 20$$

$AD = AK + KD = 8 + 20 = 28$  и периметр  $ABD$  равен

$$P = AB + BD + AD = 17 + 25 + 28 = 70 \text{ см.}$$



**2-ой час.** Решение задач на применение теоремы Пифагора

**Моменты, требующие особого внимания:**

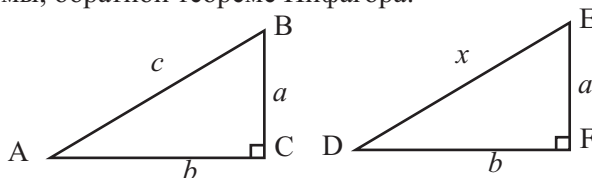
Если стороны удовлетворяют равенству  $a^2 + b^2 = c^2$ , то этот треугольник прямоугольный, в противном случае он либо остроугольный, либо тупоугольный.

### У.13. Доказательство теоремы, обратной теореме Пифагора:

Дано:

$$\Delta ABC, c^2 = a^2 + b^2$$

Доказать:  $\angle C = 90^\circ$



1. Начертим прямоугольный треугольник DEF с катетами, равными  $a$  и  $b$  DEF и обозначим гипотенузу через  $x$ .

$$1. x^2 = a^2 + b^2$$

$$2. c^2 = a^2 + b^2$$

$$3. c = x$$

$$4. \Delta ABC \cong \Delta DEF$$

$$5. \angle C = 90^\circ$$

6.  $\Delta ABC$  прямоугольный треугольник

1. В  $\Delta DEF$  по теореме Пифагора

2. Дано

3. Свойство транзитивности равенства

4.  $\Delta$ -ки конгруэнтны по признаку ССС

5. В конгруэнтных  $\Delta$ -ках соответствующие углы конгруэнтны  $\angle C \cong \angle F$

6. Так как угол  $C$  прямой

**3-ий час.** Исследуются некоторые случаи зависимости между сторонами и углами в прямоугольных треугольниках.

**Моменты требующие особого внимания:** На практике довольно часто встречаются равнобедренные прямоугольные треугольники с углами  $45^\circ$ -  $45^\circ$ -  $90^\circ$  и прямоугольные треугольники с углами  $30^\circ$ -  $60^\circ$ -  $90^\circ$ . Поэтому необходимо знать отношения между сторонами в особых случаях.

### У.19. Классифицируйте треугольник по углу при заданных сторонах

$$1) a = 4 \quad a^2 + b^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32 < 7^2$$

$$b = 4 \quad a^2 + b^2 < c^2$$

$c = 7$  Т.е. треугольник со сторонами 4; 4; 7 - тупоугольный треугольник

$$2) a = 8 \quad a^2 + b^2 = 8^2 + 8^2 = 64 + 64 = 128 = (8\sqrt{2})^2 = c^2$$

$$b = 8 \quad a^2 + b^2 = c^2$$

$$c = 8\sqrt{2}$$

Т.е. данный треугольник прямоугольный

$$3) a = 20 \quad a^2 + b^2 = 20^2 + 15^2 = 400 + 225 = 625 = 25^2 > 21^2$$

$$b = 15 \quad a^2 + b^2 > c^2 \quad \text{остроугольный треугольник}$$

$$c = 21$$

### У.20. 2) Дано:

$$\angle E = 30^\circ \quad \angle D = 90^\circ$$

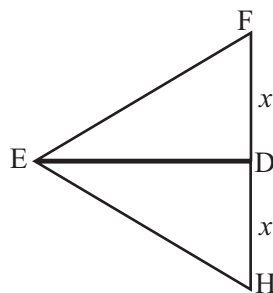
Докажите: гипотенуза в 2 раза больше меньшего катета, больший катет в  $\sqrt{3}$  раза длиннее

Для  $\Delta EFD$  построим конгруэнтный  $\Delta EDH$

Т.к.  $\Delta EFD$  равнобедренный, то  $EF = EH = FH = 2x$

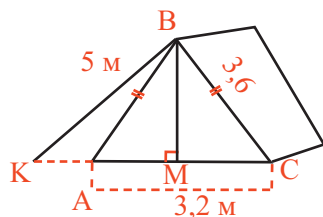
По теореме Пифагора

$$EF = \sqrt{EF^2 - FD^2} = \sqrt{(2x)^2 - x^2} = x\sqrt{3}. \text{ Теорема доказана}$$



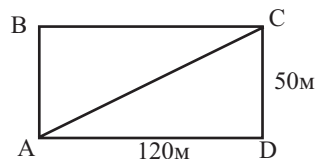


**4-ый час. У.25.** Т.к.  $AB = AC$ ,  $BM \perp AC$ , то  
 $AM = MC = 1,6$  м.  $AB = 3,6$ . Тогда из  $\triangle ABM$   
имеем  $BM^2 = AB^2 - AM^2 = 3,6^2 - 1,6^2 =$   
 $= (3,6 - 1,6)(3,6 + 1,6) = 2 \cdot 5,2 = 10,4$   
Из  $\triangle KBM$   $KM = \sqrt{KB^2 - BM^2} = \sqrt{5^2 - 10,4} =$   
 $= \sqrt{25 - 10,4} = \sqrt{14,6} \approx 3,82$  м



Самое близкое расстояние до палатки:  $KA = KM - AM = 3,82 - 1,6 \approx 2,2$  м

**У.27.** Если размеры парка  $50 \times 120$ , тогда длина диагонали  
 $AC = \sqrt{50^2 + 120^2} = 130$  м.



Если Эльчин идет со скоростью  $v = 1,6$  м/сек,  
то для того, чтобы пройти по диагонали от одного угла до  
другого, потребуется  $t_1 = \frac{130}{1,6} = 81,25$  сек.

Длина периметра парка равна  $P = 2 \cdot (50 + 120) = 340$  м и Эльчин проходит  
этот путь за  $t_2 = \frac{340}{1,6} = 212,5$  сек.

$$t_2 - t_1 = 212,5 - 81,25 = 131,25 \text{ сек.}$$

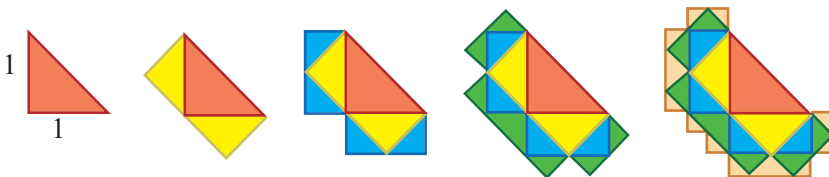
**У.29.** Выполняется исследование задания. Гипотенуза каждого нового треуголь-  
ника равна катету предыдущего треугольника.

Катет 1-го треугольника:  $a_1 = 1$

Катет 2-го треугольника:  $2a_2^2 = 1^2$ ;  $a_2 = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Катет 3-го треугольника:  $2a_3^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2}$   $a_3 = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$

Катет 4-го треугольника:  $2a_4^2 = \frac{1}{4}$ ;  $a_4 = \sqrt{\frac{1}{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$



Исследование показывает, что в прямоугольном равнобедренном треугольнике  
следующие катеты в  $\sqrt{2}$  раза меньше.

## Урок 58. Стр. 80 учебника. Обобщающие задания

**У.4** Дано:

$AB = 12$  см

$$R = OA = OB$$

$$AK = KB = \frac{AB}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

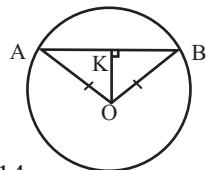
$OK \perp AB$

$OK = 8$  см

$$AO = \sqrt{AK^2 + OK^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$$

$R = ?$

Ответ:  $R = 10$  см

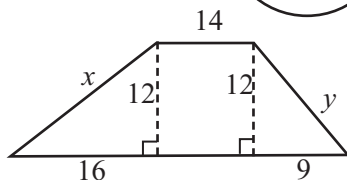


**У.8** По данным найдите периметр трапеции

Найдем боковую сторону трапеции

$$x = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20, \quad y = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$$

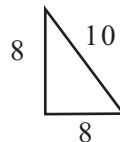
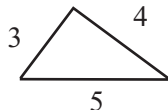
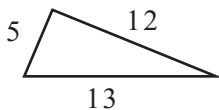
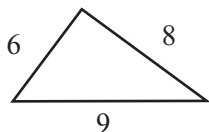
$$P = 20 + 14 + 15 + 14 + 9 + 16 = 88 \text{ мм}$$



# Рабочий лист №1 Теорема Пифагора

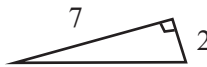
Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Являются ли треугольники на рисунке прямоугольными?



2) Какие из следующих троек являются Пифагоровыми?  
Для каждой Пифагоровой тройки запишите еще две тройки  
5, 12, 13      8, 15, 17      7, 24, 25      6, 7, 15

3) Найдите приблизительное значение третьей стороны прямоугольного треугольника с точностью до десятых



4) Решите задачу, выполнив соответствующий рисунок:

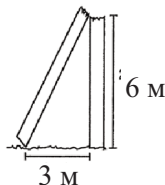
а) Лестница длиной 13 м находится на расстоянии 5 м от стены. На какой высоте лестница приставлена к стене?

б) Найдите длину лестницы, если она находится от стены на расстоянии 5 м и касается стены на высоте 10 м

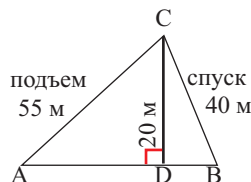
с) Лестница длиной 15 м касается стены на высоте 12 м. На каком расстоянии находится лестница от стены?

5) Представьте себе, что отрезок, соединяющий точки А и В, проходит через озеро. Для того чтобы обойти озеро, надо пройти 560 км на север и 420 км на восток. На сколько меньше был бы ваш путь, если бы вы шли напрямую?

6) Дерево переломилось пополам и приняло положение, показанное на рисунке. По данным рисунка найдите высоту дерева. Ответ округлите до десятых.



7) По данным рисунка найдите расстояние между точками А и В по прямой. Ответ округлите до десятых.



## Самооценивание

Имя \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_



Понимаю задание



Понимаю, что необходимо выполнить в задании, но решить не могу



Знаю как выполнить задание, но не уверен в результатах некоторых вычислений



Понимаю задание и могу решить его

Навыки	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Определяет прямоугольный треугольник по заданным сторонам				
Находит неизвестные стороны прямоугольного треугольника по теореме Пифагора				
Решает задачи с Пифагоровыми тройками				
Применяет теорему Пифагора при решении задач в реальных жизненных ситуациях				

**Примечание.** Поставьте знак ✓ в ячейку, соответствующую вашему ответу

## Критерии суммативного оценивания по разделу

Имя \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

№	Критерии оценивания	Примечание
1.	Применяет теорему Пифагора при решении практических задач	
2.	Применяет Пифагоровы тройки при решении практических задач	

## Урок 59. Суммативное оценивание по разделу

1. Какие числа составляют Пифагоровы тройки ?

- A) (0,8; 0,6; 1)    B) (12; 16; 20)    C) (1; 2;  $\sqrt{5}$ )    D) (3; 6; 7)

2. Какие тройки выражают стороны прямоугольного треугольника?

- A) (2; 3; 4)    B) (6; 7; 8)    C) (9; 10; 11)    D) (3; 6;  $3\sqrt{5}$ )

3. Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника с катетами 1,5 см и 2 см

- A) 2,5 см    B) 3,5 см    C) 3 см    D) 4 см

4. Установите соответствие.  $a, b$  - катеты прямоугольного треугольника,  $P$  - периметр

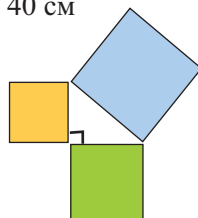
1.  $a = 5$  см,  $b = 13$  см    2.  $a = 9$  см,  $b = 12$  см    3.  $a = 8$  см,  $b = 15$  см

- A)  $P = 36$  см    B)  $P = 30$  см    C)  $P = 32$  см    D)  $P = 40$  см

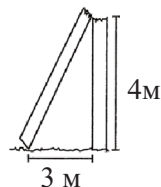
5. Общая площадь квадратов на рисунке  $200 \text{ м}^2$ .

Найдите площадь наибольшего квадрата.

- A)  $80 \text{ м}^2$     B)  $120 \text{ м}^2$     C)  $100 \text{ м}^2$     D)  $150 \text{ м}^2$

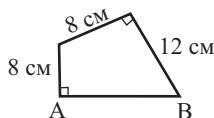


6. Столб разломался и принял положение, показанное на рисунке. По данным рисунка найдите высоту столба.



7. Найдите расстояние между точками A и B

- A) 10    B) 8    C) 14    D) 12



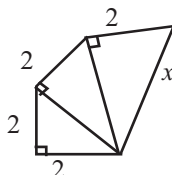
8. Катеты прямоугольного треугольника равны 6 см и 8 см. На какие отрезки гипотенуза высоты, проведенная из вершины прямого угла, делит прямоугольный треугольник?

- A) 3, 6 и 6,4    B) 5 и 5    C) 4 и 6    D) 2 и 8



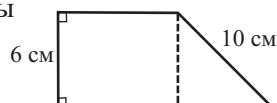
9. По рисунку найдите  $x$ :

- A) 6 см    B) 10 см    C) 4 см    D) 8 см



10. Длины боковых сторон прямоугольной трапеции равны 6 см и 10 см. Найдите разность длин оснований трапеции

- A) 12    B) 8    C) 10    D) 6



## Урок 60. Задания для большого суммативного оценивания (за полугодие)

1. При каких значениях переменной значение дроби  $\frac{x^2 - 3x}{x + 3}$  равно нулю?  
A)  $-3$                       B)  $0 ; 3$                       C)  $0 ; -3$                       D)  $1 ; 3$

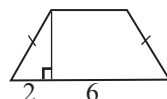
2. Сократите дробь  $\frac{m^2 - 4n - mn + 4m}{16 - m^2}$   
A)  $\frac{m + n}{4}$                       B)  $\frac{m - n}{4 + m}$                       C)  $\frac{m - n}{4 - m}$                       D)  $\frac{m + 4}{4 - m}$

3. Установите соответствие

1) Простая десятичная дробь	A) $\frac{2}{3}$	C) $\frac{1}{6}$
2) Смешанная периодическая десятичная дробь	B) $\pi$	D) $\sqrt{3}$
3) Непериодическая бесконечная десятичная дробь		

4. Упростите :  $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 1} \cdot \frac{4x + 4}{x + 3}$   
A) 4                      B) 2                      C) 3                      D) 1

5. Высота, проведенная из вершины тупого угла равнобедренной трапеции делит большее основание на части длиной 6 см и 2 см. Найдите среднюю линию трапеции.



A) 7 см                      B) 8 см                      C) 6 см                      D) 9 см

6. Упростите выражение  $\frac{4p}{p^2 - 1} + \frac{2}{1 - p} - \frac{1}{p + 1}$   
A)  $\frac{2}{p + 1}$                       B)  $\frac{1}{p - 1}$                       C)  $\frac{2}{p - 1}$                       D)  $\frac{1}{p + 1}$

7. Какое утверждение верно для ромба?

A) Диагонали ромба делят его углы пополам  
B) Диагонали конгруэнтны  
C) Диагональ равна стороне  
D) Диагональ ромба образует со сторонами углы  $20^\circ$  и  $40^\circ$

8. Найдите значение выражения  $\frac{4^{-2} \cdot (2^{-2})^3}{16^{-4} \cdot 2^{-3}}$

9. Установите соответствие

1) 23400                      2) 0,00072                      3)  $5 \cdot 10^{-5} \cdot 8 \cdot 10^{-2}$

A) порядок равен 4                      B) значащая часть равна 4  
C) порядок равен - 4                      D) порядок равен - 6

10. Найдите значение выражения  $\sqrt{6\frac{1}{4}} - (2\sqrt{0,5})^2$

A) 0,5    B) 1,5    C) 0    D) 1

11. График функции  $y = \frac{6}{x}$  проходит через точку с ординатой -3. Найдите абсциссу точки.

12. Сколько предположений верно для рациональных чисел  $a$  и  $b$  ( $b \neq 0$ ) ?

1.  $a - b$  всегда целое число
2.  $a + b$  может быть целым числом
3.  $ab$  не может быть натуральным числом
4.  $\frac{a}{b}$  всегда рациональное число

A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 4

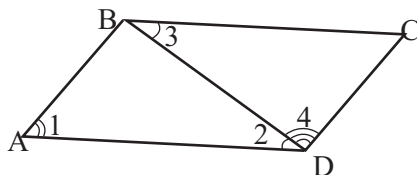
13. Установите соответствие

1. Положительное число    2. Отрицательное число    3. Равно нулю

A)  $3 - \sqrt{11}$     B)  $\sqrt{19} - 4$     C)  $\sqrt{2\frac{1}{4}} - 1\frac{1}{2}$     D)  $3 - \pi$

14. В параллелограмме ABCD  $\angle 1 = 50^\circ$ ,  $\angle 4 = 70^\circ$ . Найдите значение  $\angle 3$

A)  $40^\circ$                       B)  $80^\circ$   
C)  $70^\circ$                       D)  $60^\circ$



15. Вычислите значение выражения  $(2 + \sqrt{3})^2 - 2\sqrt{12}$

16. Найдите углы параллелограмма, если их разность равна  $48^\circ$

17. Установите соответствие выражения для простейшего общего знаменателя.

1.  $\frac{2}{a-1} + \frac{3}{a+1}$

2.  $\frac{1}{a^2-2a} + \frac{3}{a+2}$

3.  $\frac{2}{a} + \frac{1}{a-1}$

A)  $a^3 - 4a$

B)  $a^2 - 1$

C)  $a^2 - 4$

D)  $a^2 - a$

18. Внесите множитель под знак корня  $2c \sqrt{-\frac{2}{c}}$

A)  $-\sqrt{-8c}$

B)  $\sqrt{-8c}$

C)  $\sqrt{8c}$

A)  $-\sqrt{4c}$

19. Средняя линия, параллельная боковой стороне равнобедренного треугольника, равна 6 см. Найдите основание треугольника, если его периметр равен 33 см.

A) 9 см

B) 8 см

C) 10 см

D) 12 см

20. Упростите:  $\frac{\frac{x}{2} - \frac{2}{x}}{\frac{x}{2} + \frac{2}{x} - 2}$

A)  $\frac{x+2}{x-2}$

B)  $\frac{x-2}{x+2}$

C)  $\frac{x+1}{x-1}$

D)  $\frac{x-1}{x+4}$

21. Найдите сторону ромба с диагоналями 16 см и 12 см

A) 8 см

B) 15 см

C) 9 см

D) 10 см

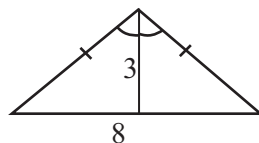
22. Основание равнобедренного треугольника равно 8 см, а высота, опущенная на основание, равна 3 см. Найдите периметр треугольника.

A) 14 см

B) 20 см

C) 16 см

D) 18 см



23. При каком значении переменной выражение  $\frac{x+1}{5-2x}$  не имеет смысла?

A) -1

B) -2,5

C) 0

D) 2,5

24. Найдите значение выражения  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ , если  $x + y = 4$ ,  $xy = 4$

## Раздел III

Содержательные стандарты	№ урока	Тема	Количество часов	Стр. учебника
2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации 2.2.2. Решает квадратное уравнение 2.3.1. Выражает зависимость между пройденным путем и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции 3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции 3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма 4.1. Понимает смысл единиц измерения, использует определенные инструменты для измерения 4.2.1. Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его	61-62	Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения	2	82-84
	63-65	Решение квадратного уравнения методом разложения на множители	3	85-89
	66	Решение квадратного уравнения методом выделения полного квадрата	1	90-91
	67-68	Графический метод решения квадратного уравнения	2	92-93
	69-71	Формула корней квадратного уравнения	3	94-97
	72,73	Теорема Виета	2	98-100
	74-75	Применение квадратных уравнений при решении задач	2	101-103
	76	Обобщающие задания	1	104-105
	77	Задания для Суммативного оценивания по разделу	1	
	78, 79	Площадь параллелограмма	2	106-107
	80, 81	Площадь треугольника	2	108-109
	82	Вычисление площади при помощи деления на треугольники	1	110
	83, 84	Площадь трапеции	2	111-113
	85, 86	Площадь ромба	2	114-115
	87-88	Обобщающие задания	2	116-117
	89	Задания для Суммативного оценивания по разделу	1	
	<b>Всего</b>		<b>29</b>	



## Урок 61-62. Стр. 82-84 учебника. Квадратные уравнения. Неполные квадратные уравнения. 2 часа.

**Содержательный стандарт.** 2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации

2.2.2. Решает квадратное уравнение

2.3.1. Выражает зависимость между пройденным путем и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции

### Навыки учащегося:

- упрощает выражения, входящие в уравнение и приводит его к виду  $ax^2 + bx + c = 0$
- демонстрирует понимание понятий неполное квадратное уравнение и приведенное квадратное уравнение при помощи примеров
- решает неполное квадратное уравнение вида  $ax^2 + b = 0$
- составляет квадратное уравнение вида  $ax^2 + b = 0$  для решения задач, соответствующих реальным жизненным ситуациям
- решает задачи, используя зависимость между путем и временем свободно падающего тела

Изучаются общий вид квадратного уравнения, приведенное квадратное уравнение, коэффициенты и т.д. Используя задания в учебнике, учащиеся составляют квадратные уравнения. Практическое занятие дает возможность пронаблюдать изменение переменной согласно формуле  $h = -4,9t^2 + h_0$ . Число 4 показывает высоту, на которой находится мяч в начальный момент, а также является высотой скольжения. Исследуется решение уравнения вида  $ax^2 + b = 0$ . Выявляется факт, что при решении данного уравнения появляется необходимость вычислять квадратный корень. При помощи квадратных уравнений можно решить большой спектр задач из реальной жизни. В качестве примера можно привести достаточно много геометрических задач. Например, движение по вертикали (движение тела, брошенного вертикально вверх или свободно падающего тела) и т.д. Ниже приводится решение некоторых задач и методические рекомендации, на которые нужно обратить внимание.

**2-ой час. У.7 а)**  $2x^2 + (k - 2)x - (k + 6) = 0$

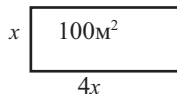
Чтобы квадратное уравнение было неполным, хотя бы один из указанных - второй коэффициент или свободный член, должен равняться нулю. Нет такого значения  $k$ , которое превращает в нуль сразу оба коэффициента. Поэтому, нулю должен быть равен или второй коэффициент, или свободный член. Ученики делают такой вывод в результате обсуждения.

1)  $k - 2 = 0 \Rightarrow k = 2$   $-(k + 6) = 0 \Rightarrow k = -6$

**У.8. 2)** Если ширину прямоугольника обозначить через  $x$ , тогда длина будет  $4x$ . Площадь прямоугольника будет равна  $x \cdot 4x = 100$ ,  $x^2 = 25$ ,  $x = \pm 5$ ;  $x = 5$ . Т.е. ширина прямоугольника равна 5 м, а длина  $4 \cdot 5 = 20$  м.

Тогда периметр будет равен  $P = 2(4 \cdot 5 + 5) = 50$  м

3)  $S = 16\pi$  см;  $S = \pi R^2$ ;  $R = ?$   $16\pi = \pi R^2 \Rightarrow R^2 = 16 \Rightarrow R = 4$  см



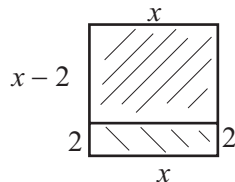
**У.10.** Дано: Сторона квадрата  $x$ , стороны оставшейся части равны  $x$  и  $x - 2$   
Что надо найти? Стороны квадрата.

$S_{\text{кв}} = x^2$ ,  $S_{\text{полосы}} = 2x$

$S_{\text{ост.}} = x(x - 2)$

По условию,  $S_{\text{ост.}} = 2 \cdot S_{\text{полосы}} \Rightarrow x(x - 2) = 2 \cdot 2x$

$x^2 - 2x = 4x$ ;  $x^2 - 6x = 0$ ;  $x(x - 6) = 0$ ,  $x \neq 0$ ,  $x - 6 = 0$ ,  $x = 6$



**У.13-2)** Площадь квадрата со стороной  $a$  равна  $a^2$ , площадь круга радиусом  $r$  вычисляется по формуле  $\pi r^2$ .

$\pi r^2 = a^2; r = \frac{a}{\sqrt{\pi}}$  При выполнении данного задания рекомендуется, чтобы результаты каждого шага учащиеся представляли в устной форме.



В задании на странице 84 учебника дана задача на движение тела в вертикальном направлении. Движение свободно падающего тела происходит за очень маленький промежуток времени. Для парашютиста, прыгнув в воду, свободно падающего тела эти секунды имеют исключительно важную роль. Поэтому такого типа задания широко представлены в данной теме.

**У.14** Данное задание учащиеся могут исследовать при помощи графика. Это может быть подготовкой для будущих уроков.

Решается уравнение  $-4,9t^2 + 60 = 0$ ;  $-4,9t^2 + 120 = 0$ ;  $-4,9t^2 + 250 = 0$ . При этом отмечается, что время может отмечаться только положительным числом

### Урок 63-65. Стр. 85-89 учебника. Решение квадратного уравнения методом разложения на множители. 3 часа.

**Содержательный стандарт.** 2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации. 2.2.2. Решает квадратное уравнение.

2.3.1. Выражает зависимость между пройденным путем и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции.

#### Навыки учащегося:

- разлагает квадратный трехчлен на множители при помощи алгебраических карт или соответствующих рисунков;
- используя условие  $mn = c$ ,  $m+n = b$ , разлагает квадратный трехчлен на множители
- решает квадратное уравнение, применяя различные методы разложения на множители;
- решает задачи при помощи разложения квадратного уравнения на множители.

Следующий пример исследуется вместе с учениками

$$(x+3)(x+4) = x^2 + 3x + 4x + 3 \cdot 4 = x^2 + (3+4)x + 3 \cdot 4 = x^2 + 7x + 12$$

В общем виде это можно записать, как  $x^2 + (\underbrace{m+n})x + m \cdot n$

$$x^2 + bx + c, \quad b = m + n, \quad c = mn.$$

Таким образом, для разложения трехчлена  $x^2 + bx + c$  на множители надо найти такие числа  $m$  и  $n$ , чтобы их сумма была равна  $b$ , а произведение -  $c$ . Равенство  $x^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$  верно только в том случае, если  $b = m + n$ ,  $c = mn$

**Предположения для применения:** для того, чтобы произведение двух множителей равнялось нулю, надо, чтобы равнялся нулю хотя бы один из этих множителей

1) если  $c$  - положительное число, то  $m$  и  $n$  имеют одинаковый знак. Будут ли они иметь разные знаки, зависит от знака  $b$ . Например, в уравнении  $x^2 - 13x + 12 = 0$   $b$  отрицательно, а  $c$  положительно. Значит, числа  $m$  и  $n$  оба отрицательны. Из множителей числа 12 в сумме абсолютное значение 13 могут дать лишь множители 12 и 1. Их знаки должны быть отрицательными  $x^2 - 13x + 12 = (x-12)(x-1)$

2) если знак  $c$  отрицателен, то  $m$  и  $n$  имеют разные знаки. В этом случае знак произведения зависит от  $b$ . В уравнении  $x^2 - 3x - 40 = 0$   $mn = -40$ . Испол-

зуюм множители 8 и 5. Так как  $b$  отрицательно, то 8 будет отрицательным множителем.  $x^2 - 3x - 40 = (x - 8)(x + 5)$ .

Если бы уравнение было бы таким:  $x^2 + 3x - 40 = 0$ , тогда отрицательным было бы 5:  $x^2 + 3x - 40 = (x + 8)(x - 5)$ .

**У.10.** Если нарисовать рисунок, соответствующий задаче, то площадь закрашенной части можно найти, сложив различные части. Тогда получится уравнение:

$$4 \cdot x^2 + 2 \cdot 24x + 2 \cdot 16x = 276 \Rightarrow$$

$$4x^2 + 80x = 276 \Rightarrow x^2 + 20x - 69 = 0$$

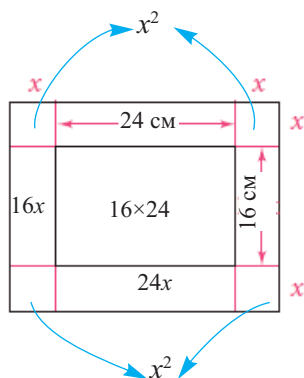
Множители числа 69 числа 23 и 3. Т.е.  $b = 20$ . Тогда множитель 23 имеет положительный знак, а множитель 3 - отрицательный знак.

$$(x + 23)(x - 3) = 0 \quad x = -23, x = 3.$$

-23 не может быть решением данной задачи.

Значит, ширина полосы равна 3 м.

Требуемую площадь можно найти как разность двух площадей. При этом получится уравнение, приведенное выше  $(16 + 2x)(24 + 2x) - 16 \cdot 24 = 16 \cdot 24$



**У.11.** Составим уравнение согласно условию: площадь существующей части цветника равна площади расширенной части. Здесь  $x$  показывает ширину цветника.

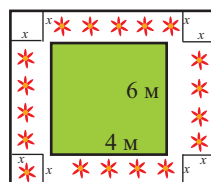
$$4x^2 + 2 \cdot 6x + 2 \cdot 4x = 24$$

$$4x^2 + 20x - 24 = 0$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x + 6)(x - 1) = 0 \quad x = -6, x = 1.$$

Ширина полосы цветника равна 1 м.



$x^2$	$4x$	$x^2$
$6x$	$6x$	$6x$
$x^2$	$4x$	$x^2$

**Оценивание.** Проводится оценивание умения решать уравнения вида  $x^2 + bx + c = 0$ . Для учащихся с низкими способностями к обучению рекомендуется подготовить рабочие листы с простыми уравнениями, которые можно решать разложением на множители. Можно отправить интернет адреса для создания рабочих листов родителям.

**2-ой час. Обучение.** Исследование решения уравнений вида  $ax^2 + bx + c = 0$  методом разложения на множители рекомендуется начать с простых примеров. Учащиеся должны представлять разложение трехчлена на множители как стороны прямоугольника.

**У.13 и У.14** Надо обратить внимание на то, чтобы эти задания обучающего типа выполнялись всеми учащимися.

На доске можно записать решение двух уравнений из задания **У.15**

$2x^2 - 3x - 9 = 0$  В 1-ом задании нам надо найти два таких числа, чтобы их произведение было равно  $2 \cdot (-9) = -18$ , а сумма была равна (-3). Среди множителей числа 18 рассмотрим множители 3 и 6, а затем установим знаки: -6 и 3.

$$2x^2 - 3x - 9 = 2x^2 - 6x + 3x - 9 = 2x(x - 3) + 3(x - 3) = (x - 3)(2x + 3)$$

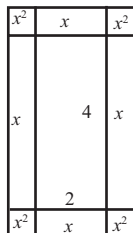
**2-ой пример:** Найдем два числа, произведение которых равно  $4 \cdot 5 = 20$ , а сумма равна 3. Множители числа 20:  $\pm 4$  и  $\pm 5$ ,  $\pm 2$  и  $\pm 10$ ,  $\pm 1$  и  $\pm 20$ . Никакие из них не дают в сумме 3. Т.е. левую часть уравнения  $5x^2 + 3x + 4 = 0$  невозможно разложить на множители при помощи целых чисел.

**У.17. Дано:**  $S_{\text{стекла}} = 8\text{ м}^2$ ;  $S_{\text{рамки}} = 7\text{ м}^2$

Необходимо айти: Ширину рамки

Решение: Такого типа задания были выполнены на предыдущих уроках. Сначала представим схематический рисунок задачи.

Примем ширину рамки за  $x$ . Увеличим размеры окна  $2 \times 4$  и получим  $(2+2x) \times (4+2x)$ . Зная, что площадь щебеке станет  $7\text{ м}^2$ , составим следующее квадратное уравнение.



$$4x^2 + 2 \cdot 2x + 2 \cdot 4x = 7$$

$$4x^2 + 12x - 7 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 14x - 2x - 7 = 0$$

$$2x(2x+7) - (2x+7) = 0 \Rightarrow (2x-1)(2x+7) = 0$$

$$2x-1=0, x_1=\frac{1}{2}, 2x+7=0, x_2=-\frac{7}{2} \quad \text{Таким образом, ширина рамки } 0,5 \text{ м.}$$

Задания на страницах 86-88 учебника охватывают умение решать как уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$ , так и уравнение вида  $x^2 + bx + c = 0$  и развивают такие виды деятельности как умозаключение, сопоставление и умение находить решения проблем. Наряду с умением решать, надо развивать умение учащихся самим составлять задачи.

**У.21.** Следующая задача - старинная китайская задача, решение которой представлено во многих учебниках. Задача встречается в записях древнего китайского математика Шиу Чанг Суан Шу.

Задача решается при помощи теоремы Пифагора.

$$(x-4)^2 + (x-2)^2 = x^2$$

$$x^2 - 8x + 16 + x^2 - 4x + 4 = x^2$$

$$x^2 - 12x + 20 = 0$$

$$x^2 - 2x - 10x + 20 = 0$$

$$x(x-2) - 10(x-2) = 0$$

$$(x-10)(x-2) = 0$$

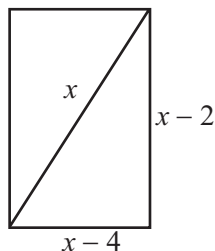
$$x-10=0$$

$$x-2=0$$

$$x=10 \text{ ch'ih } x=2 \text{ ch'ih } x=2 \text{ ch'ih } - \text{ не удовлетворяет условию } (x-2=0, x-4 < 0)$$

Значит,  $x=10 \text{ ch'ih} \approx 10 \cdot 30 \text{ см} = 300 \text{ см} = 3 \text{ м}$

Размеры двери  $x-2=8 \text{ ch'ih}$ ,  $x-4=6 \text{ ch'ih}$ , т.е. приблизительно 2 м 40 см и 1 м 80 см



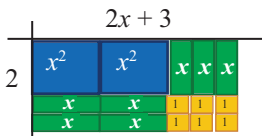
**У.22.** Данное задание можно использовать для формативного оценивания. Учащиеся должны самостоятельно составить задачу, соответствующую рисунку. Мы уже решали задачи на расширение площади, но в данном задании надо обратить внимание на то, что в данном случае дается информация о части площади, которая была вначале. Например, если стороны сада (парка) изменить как показано на рисунке, то площадь увеличится в 2 раза, на  $\frac{2}{3}$ , добавленная часть имеет площадь  $80\text{ м}^2$  и т.д.

Это задание удобно использовать для проверки навыка, который помогает применять квадратные уравнения при решении задач, связанных с реальными жизненными ситуациями.

**3-ий час У.23-24.** Для решения этой задачи рекомендуется обратить внимание на следующие моменты.

1) в произведение  $(x+4)(x+3)$  множители являются сторонами прямоугольника,  
2) произведение  $(x+4)(x+3)$  или равносильный ему трехчлен  $(x+4)(x+3) = x^2 + 7x + 12$ , выражает площадь прямоугольника со сторонами  $x + 4$  и  $x + 3$ . А значит может выполнить рисунок площади в следующей последовательности.

Очень важно научиться раскладывать трехчлен на множители при помощи алгебраических карт. Для этого занятия необходимо вырезать алгебраические карты из цветной бумаги. При этом учащиеся отчетливо видят, что сам трехчлен является выражением для площади, а множители - сторонами. Это формирует умение логического и творческого мышления, так как ему необходимо построить четырехугольник, по принципу сборки пазла. Площадь является суммой площадей различных алгебраических карт:



$$x^2 + x^2 + x + x + x + x + x + x + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 2x^2 + 7x + 6.$$

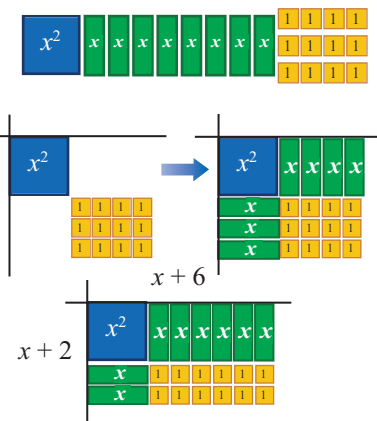
Площадь представлена в виде произведения сторон  $(x+2)(2x+3)$ . Это выражение равно  $2x^2 + 7x + 6 = (x+2)(2x+3)$ . Рекомендуется решать задачи на построение моделей при помощи алгебраических карт на каждом уроке. Моделирование может быть организовано в виде работы в группах. Например, в течении 5-и минут члены группы должны создать как можно больше моделей разложения трехчлена типа  $ax^2 + bx + c$  на множители. Подводя итог, убедимся, что если алгебраические карты - модели площади разложения трехчлена на множители, то для трехчлена вида  $x^2 + bx + c$  эту модель построить еще проще.

1. Сначала разместите карту  $x^2$
2. Разместите единичные карты, исследуя все возможные варианты.
3. Заполните пустую площадь картами  $x$  так, чтобы получился прямоугольник. Используя это правило, разложим трехчлен  $x^2 + 8x + 12$  на множители, при помощи модели площади.

Сначала разложите карту  $x^2$ . Затем 12 единичных карт разложите в виде прямоугольника, размерами  $3 \times 4$ . В этом случае одна карта  $x$  останется лишней.

Попробуйте расположить единичные карты в виде прямоугольника  $2 \times 6$  и после этого разместите 8 карт  $x$ . Стороны полученного прямоугольника равны  $(x+2)$  и  $(x+6)$ , в таком случае площадь равна  $(x+2)(x+6)$ :

$$x^2 + 8x + 12 = (x+2)(x+6)$$

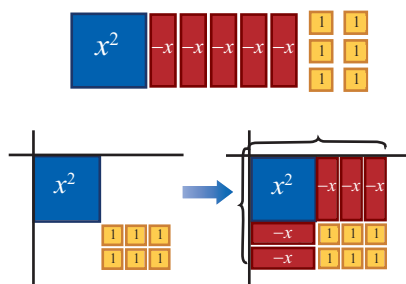


Аналогичным образом можно разложить трехчлен  $x^2 + bx + c$  на множители при  $b < 0, c < 0$ .

На рисунке представлено разложение на множители трехчлена  $x^2 - 5x + 6$ :

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

Особое внимание в заданиях У.23 и У.24 уделяется процессу выполнения решения всеми учащимися в классе.



## Урок 66. Стр. 90-91 учебника. Решение квадратного уравнения методом выделения полного квадрата.

**Навыки учащегося по содержательным линиям 2.1.1., 2.2.2. и 2.3.1.**

- решает квадратное уравнение методом разложения полного квадрата;
- манипулятивно: при помощи алгебраических карт на модели площади;
- пикториально: изображая модели при помощи рисунков;
- абстрактно: при помощи составления математической модели.
- применяет метод выделения полного квадрата при решении различных задач.

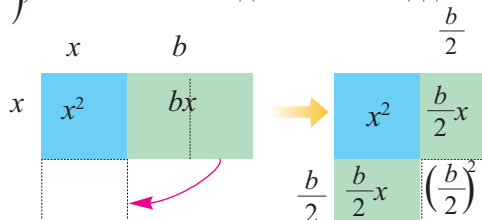
**Исследование 1.** Представляется модель площади в виде электронного или бумажного плаката.



Учащимся задают вопросы: Какие алгебраические карты можно увидеть на рисунках в форме квадрата? Место для каких карт осталось пустым? Сколько единичных алгебраических карт необходимо для полного квадрата? Выслушиваются мнения учащихся. Для каждой модели в трехчлене

$x^2 + 8x + \square$      $x^2 + 4x + \square$      $x^2 + 6x + \square$  определяется неизвестный член. Трехчлен  $x^2 + 8x + 16$  можно представить в виде полного квадрата так  $(x+4)^2$

**Исследование 2.** В модели  $x^2 + bx$  для представления ее в виде квадрата была добавлена площадь  $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ , эквивалентная одной из площадей.



В соответствии с моделью, эту площадь можно представить так:

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

Проводится обсуждение исторических материалов из учебника об Аль-Хорезми. Отмечается, что Аль-Хорезми был автором многих исследований по следующим наукам: математика, астрономия, география, история. Учащимся рекомендуется при помощи Интернета или других источников найти новые факты о нем.

**В задании У.2.** d) сначала запишем уравнение  $x^2+2x-3=0$  в форме  $x^2 + 2x = 3$

К обеим частям прибавим 1. Получится  $x^2 + 2x + 1 = 3+1$ .

$$(x+1)^2 = 4 \Rightarrow (x+1)^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x+1-2)(x+1+2) = 0 \Rightarrow (x-1)(x+3) = 0$$

$$x-1=0 \quad x+3=0$$

$$x=1 \quad x=-3$$

Корни уравнения  $-3$  и  $+1$ .

$$\text{h) } x^2 - 20x + 36 = 0 \Rightarrow x^2 - 20x = -36$$

Для представления в форме полного квадрата к обеим частям прибавим 100,

$$\text{тогда } x^2 - 20x + 100 = -36 + 100 \Rightarrow (x-10)^2 = 64$$

Отсюда получается, что  $x-10 = \pm 8$ ;  $x_1=18$ ,  $x_2=2$ .

Т. о., корни уравнения 2 и 18.

## Урок 67-68. Стр. 92-93 учебника. Графическое решение квадратного уравнения.

**Урок 66** формирует навыки на основе содержательных стандартов 2.1.1., 2.2.2. и 2.3.1

### Навыки учащегося:

- решает уравнения типа  $ax^2 + bx = 0$ ,  $ax^2 + c = 0$ ,  $ax^2 + bx + c = 0$ ; понимает точку пересечения для функций  $y = ax^2$  и  $y = kx + b$  как абсциссу;
- исследует корни квадратного уравнения, строя графики соответствующих функций в одной и той же координатной плоскости;
- при помощи графического калькулятора строит графики соответствующих функций и представляет их.

Учащиеся должны потренироваться в построении графиков функций  $y = x^2$  и  $y = kx + b$  при помощи электронных средств. Иногда возникает беспокойство по поводу того, что электронные средства для построения графиков будут препятствовать умению строить графики на бумаге и учащийся не будет глубоко понимать сущность графиков. Однако здесь без внимания остается вопрос. Можно ли сравнить построение графика функции при помощи электронных средств с набором текста при помощи электронных средств. Учащийся вводит функцию в соответствующую часть меню и на экране сразу видит график. Вместе с тем учащийся может строить графики функции, вычислив для любого значения  $x$  соответствующее значение  $y$  и отметив точки с этими координатами на координатной плоскости. Выполняемая работа зависит от цели урока. При помощи графического калькулятора можно построить график на расширенной плоскости, что позволит провести анализ функции. Применение технологий позволяет сделать процесс обучения более эффективным, а более простой способ обучения создает положительную мотивацию и открывает возможность для формирования более широких навыков.



Корнем квадратного уравнения является абсцисса  $x$  точки пересечения прямой и параболы.

Решение уравнения  $ax^2 = bx + c$  исследуется при помощи функций  $y = ax^2$  и  $y = bx + c$ , графики которых построены на одной координатной плоскости.

Можно воспользоваться самым простым графическим калькулятором по ссылке [http://my.hrw.com/math06\\_07/nsmedia/tools/Graph\\_Calculator/graphCalc.html](http://my.hrw.com/math06_07/nsmedia/tools/Graph_Calculator/graphCalc.html) Информация о меню программы:

Меню **Equations** позволяет вводить уравнения (функции)

Кнопка **Graph** позволяет при нажатии на неё увидеть построенный график.

Меню **Intersection** позволяет увидеть на экране координаты точек пересечения.

Меню **Plot Points** позволяет увидеть на экране точки, отмеченные в таблице.

Меню **Settings** позволяет пользователю при помощи меню составить таблицу значений точек и построить график.

Многие задания, данные в учебнике, представлены в виде рисунков, на которых изображены графики квадратичной функции. Наиболее отчетливо это видно в задании У.6. Высота  $h_0$  выражает рост человека, бросающего мяч. Особое внимание надо уделить на соответствие данных задачи формуле.

Обсуждается симметричность графика функции  $y = ax^2$  и устанавливается, что для каждого значения  $y$  соответствует пара - одно положительное и одно отрицательное значения. Таким образом приходим к выводу, что график функции  $y = ax^2$  проходит симметрично оси  $y$ .

## Урок 69-71. Стр. 94-97 учебника. Формула корней квадратного уравнения. Решение квадратных уравнений. 3 часа.

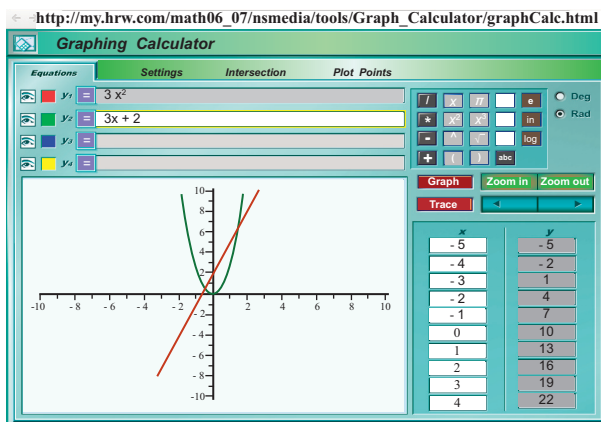
**Содержательный стандарт 2.1.1.** Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации. **2.2.2.** Решает квадратное уравнение.

**2.3.1.** Выражает зависимость между пройденным путем и временем свободно падающего тела в виде квадратичной функции.

### Навыки учащегося:

- решает квадратные уравнения по формуле;
- высказывает мнение по поводу корней уравнения, согласно знаку дискриминанта;
- составляет квадратные уравнения при решении задач.

Повторяются методы решения квадратных уравнений - разложения на множители, метод выделения полного квадрата, графический метод. Доводится до сведения, что каждый из них имеет какие-либо ограничения и его нельзя применять





ко всем уравнениям. Например, если при разложении трехчлена на множители не получаются целые числа, то этот метод в данном случае считается неудобным. В общем случае, для решения существует формула, по которой можно решить любое квадратное уравнение.

**Методические рекомендации. 1.** Рекомендуется развесить плакаты с формулой нахождения корней уравнения и информацией, как знак дискриминанта влияет на решения.

### Формула корней квадратного уравнения

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{Формула корней квадратного уравнения}$$
$$ax^2 + bx + c = 0, \text{ при } a \neq 0$$

Введем значение  $D = b^2 - 4ac$ ,  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

Наличие корней квадратного уравнения зависит от знака  $D$ .  $D$  называется дискриминантом (определителем) квадратного уравнения.

1) Если  $D < 0$ , то уравнение не имеет действительных корней.

2) Если  $D = 0$ , то уравнение имеет один (или два равных корня) корень:

$$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$$

3) Если  $D > 0$ , то уравнение имеет два различных корня:  $x_1 \neq x_2$

2. Несколько учащихся с различными способностями к обучению представляют как они понимают формулу устно.

“Второй коэффициент с противоположным знаком  $\pm$  разность квадрата этого коэффициента и учетверенного произведения первого и последнего коэффициентов, деленная на удвоенное произведение первого коэффициента”. Чтобы изучение этой формулы было более интересным, можно найти в Интернете песню. Ученики 8-го класса уже достаточно хорошо знают английский язык и это может быть хорошей мотивацией к изучению.

<http://www.brightstorm.com/math/algebra/quadratic-equations-and-functions/the-quadratic-formula/>

<http://www.youtube.com/watch?v=-gwz6d9NYz0>

<http://www.youtube.com/watch?v=6-1o1WzZ9Tc>

3. Решение квадратных уравнений дает возможность учащимся представить решение устно или провести устное вычисление.

Все эти упражнения развивают мышление не только у отдельных учащихся, но и обеспечивают активное участие и обучение математике всего класса в целом.

4. Решите одно и то же уравнение различными методами

Например,  $x^2 - 5x + 6 = 0$

**Разложение на множители:** два числа, произведение которых равно 6, а сумма  $-5$  равны,  $-3$  и  $-2$ . Т.е.  $(x - 3)(x - 2) = 0$ ;  $x_1 = 2$ ,  $x_2 = 3$

**Выделение полного квадрата:**  $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x^2 - 5x + (2,5)^2 - (2,5)^2 + 6 = 0$$

$$(x - 2,5)^2 - (0,5)^2 = 0; (x - 2,5 - 0,5)(x - 2,5 + 0,5) = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0; x_1 = 2, x_2 = 3$$

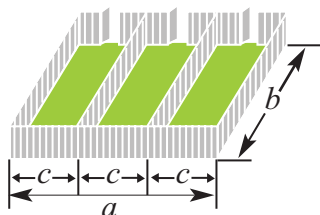
**Применяя формулу:**  $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \quad x_1 = 2; x_2 = 3$$

**D.25.** По условию, стороны прямоугольного участка равны  $a = 3c$  и  $b$ , а так же  $a \cdot b = 300$ ,

$$2(a + b) = 80, a + b = 40.$$

Числами, сумма которых равна 40, а произведение 300, являются числа 10 и 30. Значит размеры загороженного участка равны 10 м и 30 м.



**Оценивание.** Методом наблюдения проводится формативное оценивание умения решать квадратные уравнения по формуле, решать задачи при помощи квадратных уравнений и составлять задачи. Особое внимание уделяется умению решить одно и тоже квадратное уравнение различными способами. Рекомендуется при помощи программных средств Worksheet generator создать рабочие листы для учащихся с разным уровнем способностей к обучению. При помощи ссылки [http://www.math.com/students/worksheet/algebra\\_sp.htm](http://www.math.com/students/worksheet/algebra_sp.htm) linki можно создать рабочие листы на решение более сложных линейных и квадратных уравнений. Рекомендуется ознакомить родителей с содержанием данной ссылки.

## Урок 72, 73. Стр. 98-100 учебника. Теорема Виета. 2 часа.

### Содержательный стандарт.

2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации.

2.2.2. Решает квадратное уравнение.

### Навыки учащегося:

- решает квадратные уравнения, применяя теорему Виета;
- составляет квадратное уравнение по корням;
- упрощает выражения, содержащие значение переменных заданного квадратного уравнения.

Теорема Виета исследуется вместе с учениками.

Для переведенного квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$   $x_1 + x_2 = -p$ ;  $x_1 x_2 = q$

При применении теоремы Виета исследуются сходство и различие при нахождении корней квадратного уравнения методом подбора и решением квадратного уравнения методом разложения на множители. Выслушиваются мнения учеников. Проводится обобщение. Значение обоих методов одинаково. Однако, теорема Виета учитывает знаки корней уравнения. А при разложении на множители используется свойство равенства нулю одного из множителей.

**Внимание!** Для применения теоремы Виета сначала надо представить уравнение в виде приведенного квадратного уравнения.

$$3) \quad 3x^2 + bx + 12 = 0, \quad x_1 = 2, \quad x_2 = ? \quad b = ?$$

По теореме Виета для приведенного уравнения  $x^2 + \frac{b}{3}x + 4 = 0$

$$x_1 = 2 \quad \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{3} \\ x_1 \cdot x_2 = 4 \end{cases}$$

Приняв  $x_1 = 2$ , получим:  $2 \cdot x_2 = 4, \quad x_2 = 2$ .

Из первого уравнения  $4 = -\frac{b}{3} \Rightarrow b = -12$

**У.4.** Если корни уравнения  $x^2 - 3x - 5 = 0$  равны  $x_1$  и  $x_2$ , то  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 \cdot x_2 = -5 \end{cases}$

a)  $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3^2 - 2 \cdot (-5) = 9 + 10 = 19$

b)  $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 \cdot x_2} = \frac{19}{-5} = -3,8$

**У.6.** а) Составьте квадратное уравнение, корни которого равны 3 и 4.

$$-p = x_1 + x_2 = 3 + 4 = 7 \Rightarrow p = -7$$

$$q = x_1 \cdot x_2 = 3 \cdot 4 = 12 \Rightarrow q = 12$$

Запишем в уравнении  $x^2 + px + q = 0$  вместо  $p$  и  $q$  полученные числа  $x^2 - 7x + 12 = 0$

**D.8.** 1)  $x_1$  и  $x_2$  корни квадратного уравнения  $x^2 - 7x + 10 = 0$ . Найти  $(3x_1 - 2)(3x_2 - 2)$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 \cdot x_2 = 10 \end{cases} \quad \begin{aligned} (3x_1 - 2)(3x_2 - 2) &= 9x_1x_2 - 6x_1 - 6x_2 + 4 = 9x_1x_2 - 6(x_1 + x_2) + 4 = \\ &= 9 \cdot 10 - 6 \cdot 7 + 4 = 90 - 42 + 4 = 52 \end{aligned}$$

**D.14.** 2)  $x^2 - (n-5)x - n + 6 = 0, \quad x_1, x_2$  корни уравнения

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3 \quad n = ?$$

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &= n - 5 \\ x_1 \cdot x_2 &= -n + 6 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3 \Rightarrow \frac{x_2 + x_1}{x_1 \cdot x_2} = 3 \Rightarrow$$

$$\frac{n - 5}{-n + 6} = 3 \Rightarrow n - 5 = -3(-n + 6) \Rightarrow n - 5 = 3n - 18 \Rightarrow 2n = 13 \Rightarrow n = \frac{13}{2} = 6,5$$

**Оценивание.** Проводится оценивание умения решать квадратные уравнения по теореме Виета, составлять квадратные уравнения по заданным корням, упрощать более сложные выражения и находить их значения.

# Рабочий лист №1

## Решение квадратных уравнений

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Распределите неполные квадратные уравнения по 3-м группам

1. два действительных  
корня

2. один действительный  
корень

3. нет действительного  
корня

$$2x^2 + 28 = 20$$

$$-2x^2 = -12$$

$$-5x^2 = -100$$

$$x^2 - 36 = 0$$

$$x^2 - 12 = 37$$

$$3x^2 + 82 = -24$$

$$4x^2 = 0$$

$$2x^2 + 24 = 24$$

$$2x^2 = 56 - 75$$

2) Решите уравнения выбранным методом. Если корень не является целым числом, то запишите, между какими целыми числами он находится.

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$x^2 + 6x + 5 = 0$$

$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$x^2 - 9x = 10$$

$$4 - x(x - 3) = 0$$

$$x(x + 7) - 2 = 28$$

$$2x^2 - x = 12 + x$$

$$3x^2 - 5x = 36 - 2x$$

$$7 = x(8 - x)$$

$$9 = x(6 - x)$$

$$2x(x + 1) = 12$$

$$x(x - 2) + 2 = 1$$

$$3x(x - 10) + 80 = 5$$

3) В прямоугольном треугольнике один из катетов больше другого на 7 ед., а гипотенуза длиннее большего катета на 2 ед. Найдите стороны треугольника.

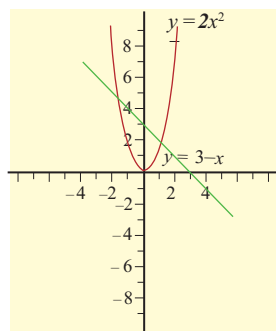
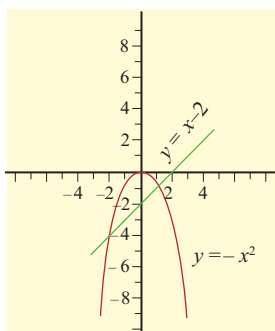
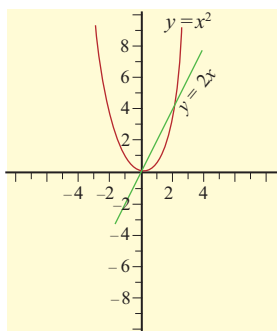
4) Сумма целого числа и числа, обратного данному, равна  $\frac{26}{5}$ . Что это за число?

5) Число  $a$  равно квадрату числа  $b$ , а их сумма равна 132. Найдите эти числа.

6) Байрам на 3 года старше Бахтияра. Произведение их возрастов равно 154. Найдите возраст Байрама и возраст Бахтияра.

7) Ширина прямоугольника на 25 м меньше длины. Площадь равна  $900 \text{ м}^2$ . Найдите длину и ширину прямоугольника.

8) На каком графике изображено решение квадратного уравнения? По графику составьте квадратное уравнение и запишите его корни. Проверьте решение при помощи другого метода.



## Рабочий лист №2

### Решение квадратного уравнения

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Составьте квадратное уравнение по корням

a) 1; -1

b) -2; 4

c) 0,2; 3

d)  $\frac{1}{3}$  ;  $\frac{1}{2}$

2) Произведение двух чисел равно 24, а среднее арифметическое 5. Найдите эти числа.

3) Сумма двух чисел равна 5, а произведение - 84. Найдите эти числа.

4)  $x_1$  и  $x_2$  корни квадратного уравнения  $x^2 + 5x - 3 = 0$ . Найдите:

a)  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

b)  $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2}$  .

### Квадратные уравнения. Теорема Виета

#### Самооценивание по рабочему листу № 2

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_



Понимаю задание



Понимаю задание, но не могу его выполнить



Знаю как выполнить задание, но сомневаюсь в некоторых вычислениях



Понимаю задание и выполняю его

Навыки				
Составляет квадратное уравнение по корням				
Составляет квадратное уравнение, зная произведение и сумму корней				

**Урок 74-75. Стр. 101-103 учебника. Уравнения, приводимые к квадратным уравнениям. Решение задач при помощи квадратных уравнений. 2 часа**

**Содержательный стандарт.**

2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации.

2.2.2. Решает квадратное уравнение.

**Навыки учащегося:**

- составляет квадратное уравнение при решении задач и решает его;
- оценивает корни квадратного уравнения в соответствии с условием;

**Дополнительные ресурсы: Рабочий лист №3**

**У.4.**  $(m + 1) \cdot x^2 + (2m - 1) \cdot x + m - 1 = 0$

Здесь учащиеся должны обратить внимание на следующий момент.

1) Если  $m + 1 = 0$ , тогда уравнение станет линейным и, следовательно, будет иметь один корень. Т.е. если  $m + 1 = 0 \Rightarrow m = -1$ .

2) Если  $m + 1 \neq 0$ , то для того, чтобы квадратное уравнение имело один корень, надо, чтобы дискриминант был равен нулю.

$$D = (2m - 1)^2 - 4 \cdot (m + 1)(m - 1) = 0$$

$$4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 4 = 0 \quad -4m + 5 = 0 \quad m = 1,25.$$

Таким образом, данное квадратное уравнение имеет один корень при  $m = 1$  и  $m = 1,25$

**У.5. (стр 102)** По условию задачи видим, что корабли, вышедшие из порта, движутся под прямым углом.

$$x^2 + (x + 8)^2 = 40^2. \text{ Отсюда } x^2 + 8x - 768 = 0$$

$$x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{16 + 768} = -4 \pm 28$$

$$x_1 = 24 \quad x_2 = -32$$

Второй корень не рассматривается, т.к. он отрицателен.

Ответ:  $v_1 = x_1 = 24$  км/ч,  $v_2 = x + 8 = 24 + 8 = 32$  км/ч

**Урок 76. Стр. 104, 105 учебника. Обобщающие задания**

Этот урок является обобщающим. Рекомендуется заранее подготовить схему методов решения квадратного уравнения на компьютере и заполнить ее вместе с учащимися.

**У.2.** В этом задании отмечается, что некоторое время до раскрытия парашюта парашютист находится в свободном падении. Зная, что парашют раскрылся на высоте 1000 м, найдем промежуток времени до этого момента, решив уравнение  $-4,9t^2 + 1600 = 1000$

Обратите внимание на следующие:

- умножим члены уравнения на  $-1$ ;
- найдем квадратный корень (записывая числа в виде произведения удобных множителей)

**У.10.**  $x_1$  и  $x_2$  корни уравнения  $x^2 - x - 1 = 0$

а) Составьте уравнение с корнями  $\frac{1}{x_1}$  и  $\frac{1}{x_2}$

$x'_1 = \frac{1}{x_1}$  и  $x'_2 = \frac{1}{x_2}$  корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$ , тогда  $p = -(x'_1 + x'_2)$ ,  $q = x'_1 \cdot x'_2$

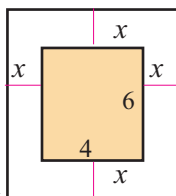
По условию, если  $x_1 + x_2 = 1$ ,  $x_1 \cdot x_2 = -1$ , тогда  $p = -\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right) = -\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = 1$

$$q = x_1^{-1} \cdot x_2^{-1} = \frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1 \cdot x_2} = \frac{1}{-1} = -1$$

Т.е., искомое уравнение имеет вид  $x^2 + x - 1 = 0$

Обобщающие задания охватывают умения решать квадратные уравнения различными способами и составлять квадратные уравнения при решении задач. Эти задания могут быть использованы для формативного оценивания.

**У.12.** Площадь ковра, который находится на одинаковом расстоянии от каждой стены в комнате, равна половине площади комнаты. Зная, что размеры ковра равны  $4 \times 6$  м, найдите площадь комнаты. Решение задачи дополните рисунком.



Каждый учащийся должен нарисовать соответствующий рисунок. Это остается в центре внимания учителя. Оценивается как учащиеся могут применять простейшие пространственные представления в реальных жизненных ситуациях. Уравнение для нахождения общей площади комнаты:  $(4 + 2x)(6 + 2x) = 2 \cdot 4 \cdot 6$

**У.14.** Это задание мотивирует на решение задач реальных ситуаций. Ученики должны понимать, что фактическую скорость автомобиля можно вычислить из уравнения  $d \approx \frac{v^2}{12}$ , зная что тормозной путь составляет 18 км.

















Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

### Критерии оценивания по разделу

	Навыки
1.	Решает неполные квадратные уравнения, применяя свойство равенства нулю произведения и находя квадратный корень
2.	Решает квадратные уравнения при помощи разложения трехчлена на множители
3.	Решает квадратное уравнение методом выделения полного квадрата
4.	Решает квадратное уравнение графически
5.	Решает квадратное уравнение при помощи формулы нахождения корней квадратного уравнения
6.	Решает уравнения, приводимые к квадратным
7.	Решает задачи при помощи квадратных уравнений

**Рабочий лист № 3**  
**Самооценивание по теме “Решение квадратных уравнений”**

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Навыки	Объясняет примеры, самостоятельно записывает еще один пример	Если испытываете затруднение, для повторения обратитесь к заданиям, выполненным в классе или обучающим заданиям в учебнике	Мой результат
Решает неполные квадратные уравнения	$5x^2 - 2x = 0$ $\frac{1}{3}x^2 - 12 = 0$	Стр. 83-84, №5, 6	   
Решает квадратные уравнения методом разложения на множители	$x^2 - 6x - 27 = 0$ $2x^2 - 9x - 11 = 0$	Стр. 85-87, №1, 4, 14	   
Решает квадратные уравнения методом выделения полного квадрата	$x^2 + 4x = 32$	Стр. 90-91, №2, 4	   
Решает квадратные уравнения, используя формулу для нахождения корней квадратного уравнения	$2x^2 - 3x - 2 = 0$	Стр. 94-95, № 1-7	   



## Урок 77. Задания для суммативного оценивания по разделу

1. При каких значениях  $a$  уравнение  $(a^2 - 25)x^2 + 3ax + 2 = 0$  является квадратным уравнением?

- A)  $a = \pm 5$     B)  $a \neq \pm 5$     C)  $a = 5$     D)  $a \neq -5$

2. Найдите сумму коэффициентов первого члена и свободного члена квадратного уравнения  $3x - 2x^2 - 1 = 0$

- A)  $-3$     B)  $2$     C)  $-2$     D)  $3$

3. Установите соответствие для квадратного уравнения ( $D$  - дискриминант)  $ax^2 + bx + c = 0$

1.  $a = 2, b = -7, c = 3$     2. Приведенное квадратное уравнение    3.  $D < 0$

- A)  $x^2 - x - 3 = 0$     B)  $2x^2 - 7x + 3 = 0$     C)  $3x^2 - 7x + 2 = 0$     D)  $2x^2 - x + 3 = 0$

4. При каком значении  $k$  уравнение  $x^2 + (k-1)x - k = 0$  является неполным квадратным уравнением?

5. Найдите сумму корней уравнения  $3x^2 - 27x = 0$

- A)  $3$     B)  $27$     C)  $0$     D)  $9$     E)  $-27$

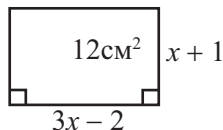
6. Найдите произведение корней уравнения  $2x^2 - 5 = 0$ .

- A)  $-5$     B)  $5$     C)  $2\sqrt{5}$     D)  $-2\sqrt{5}$

7. Решите уравнение  $\frac{x^2 - 3x}{2} + 5x = 4$

- A)  $1; 8$     B)  $1; -8$     C)  $-1; -8$     D)  $-1; 8$

8. Площадь прямоугольника равна  $12 \text{ см}^2$ , а стороны  $3x - 2$  и  $x + 1$ . Вычислите длину сторон



9. При каких значениях  $b$  уравнение  $x^2 + 4bx + 64 = 0$  имеет два равных корня?

- A)  $\pm 4$     B)  $\pm 8$     C)  $8$     D)  $4$

10. При каком значении  $n$  один из корней уравнения  $3x^2 + nx - 12 = 0$  равен  $1$ ?

- A)  $6$     B)  $8$     C)  $7$     D)  $9$

11. Произведение двух последовательных натуральных чисел равно  $156$ . Найдите эти числа.

12. Ученики VIII<sup>a</sup> класса обменялись друг с другом фотографиями. Сколько учеников в классе, если количество фотографий равно 380 ?

- A) 25                      B) 30                      C) 24                      D) 20

13. При каком значении  $x$  значение трехчлена  $3x^2 + 7x - 5$  равно значению двучлена  $4x + 1$  ?

- A)  $-3; 5$                       B)  $4; 1$                       C)  $-1; 4$                       D)  $1; -2$

14. Разность корней уравнения  $x^2 - 6x + q = 0$  равна 4. Найдите  $q$ .

- A) 6                      B) 5                      C) 4                      D) 12

15. На соревнованиях по шахматам было сыграно 105 партий. Сколько шахматистов принимало участие в соревнованиях, если каждый сыграл с другим по одной партии?

- A) 20                      B) 25                      C) 22                      D) 15

16.  $x_1$  и  $x_2$  корни уравнения  $5x^2 + x - 1 = 0$ . Найдите  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

- A) 1                      B)  $\frac{1}{5}$                       C)  $-1$                       D) 5

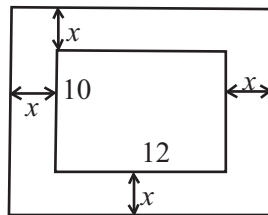
17. Объем выпускаемой продукции предприятия каждый год увеличивается на один и тот же процент. Найдите процентный рост за год, если за два года объём выпущенной продукции увеличился в 4 раза.

- A) 200 %                      B) 70 %                      C) 100 %                      D) 125 %

18. Покажите приведенное квадратное уравнение, корни которого равны квадрату корней уравнения  $x^2 - 3x + 2 = 0$

- A)  $x^2 - 9x + 4 = 0$                       B)  $x^2 - 4x + 9 = 0$   
C)  $x^2 + 3x + 2 = 0$                       D)  $x^2 - 5x + 4 = 0$

19. Сад имеет форму прямоугольника, длина которого 12 м, а ширина - 10 м. Его размеры увеличили со всех сторон на одинаковую величину, после чего площадь стала равна  $224 \text{ м}^2$ . На сколько метров увеличили размеры сада?



- A) 4 м                      B) 3 м                      C) 5 м                      D) 2 м

20. Установите соответствие для корней квадратного уравнения

1.  $x_1 = 2, x_2 = 6$     2.  $x_1 = -2, x_2 = -6$     3.  $x_1 = 2, x_2 = -6$

- A)  $x^2 + 8x + 12 = 0$                       B)  $x^2 - 8x + 12 = 0$   
C)  $x^2 + 4x - 12 = 0$                       D)  $x^2 - 4x - 12 = 0$

**Содержательный стандарт:**

3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

4.1. Понимает смысл единиц измерения, использует соответствующие инструменты для измерения.

**Навыки учащегося:**

- решает различные задачи, применяя формулу площади параллелограмма;
- применяет аксиомы, теоремы и соответствующие геометрические свойства при нахождении площади параллелограмма.

- **Дополнительные ресурсы:** Рабочие листы №1, №2.

**При решении задач рекомендуется обращать внимание на следующие навыки.**

- учащиеся должны уметь перечертить в тетрадь соответствующий рисунок при помощи соответствующих инструментов;
- отмечать данные на рисунке и наоборот, по данным рисунка записывать геометрические элементы и при помощи знаков показывать их связь;
- определять сторону и высоту, проведенную к данной стороне при различных положениях параллелограмма и отмечать их разным цветом.

**Мотивация.** Выполняется задание из учебника. Учащиеся разбиваются на группы и выполняют работы, вырезки и приклеивание. Выполнение практических заданий на бумаге в клетку, способствует быстрому определению равенности площадей.

**Обучение.** При различных положениях параллелограмма отмечаются стороны и высоты, проведенные к данным сторонам. Записывается формула нахождения площади параллелограмма.

**У.2.** В данном задании очень важно понять как площадь вычисляется при помощи квадратных единиц и способы ее нахождения. Рекомендуется для парной работы. Особое внимание уделяется технике подсчета при помощи половинок, четвертинок и более мелких клеток.

**У.4.** В данном задании рекомендуется разделить учащихся на маленькие группы, которые определяют геометрические предположения для применения. Используемое предположение:

**Точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии.**

Дано:

ABCD - параллелограмм

O - точка пересечения диагоналей

OE = 2 см, ON = 3 см

$S_{ABCD} = 48 \text{ см}^2$

AB = ?

AD = ? P = ?

Точка пересечения диагоналей находится на одинаковом расстоянии от каждой стороны

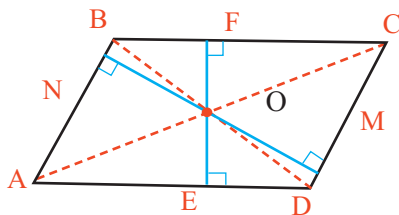
OF = OE = 2 см EF = 4 см

OM = ON = 3 см MN = 6 см

EF высота, проведенная к стороне BC.  $S = AD \cdot EF$ ,  $48 = AD \cdot 4$ ,  $AD = 12 \text{ см}$

MN высота, проведенная к стороне AB.  $S = AB \cdot MN$ ,  $48 = AB \cdot 6$ ,  $AB = 8 \text{ см}$

Тогда периметр равен:  $P = 2 \cdot (12 + 8) = 40 \text{ см}$



Ученикам задается вопрос об используемом в задаче предложении. Знакомо ли вам высказывание “Точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии”? В какой задаче было предложено доказательство данного высказывание на уроке? Смогли ли вы справиться с этим заданием? Можете ли вы теперь доказать это предположение? Рекомендуются, чтобы учащиеся ответили на вопросы такого типа письменно. Письменное представление можно использовать как средство самооценивания.

**У.5.** Данное задание ученики выполняют самостоятельно. Учитель оценивает несколько учащихся методом наблюдения. Учащиеся должны продемонстрировать умение отмечать на рисунке соответствующие знаки и данные.

**Рассмотрим два случая:**

Дано :  
Параллелограмм

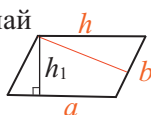
$$a = 15 \text{ см}$$

$$b = 12 \text{ см}$$

$$h_1 = 10 \text{ см}$$

$$h_2 = ?$$

I случай

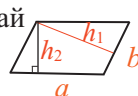


$$S = a \cdot h_1 = 15 \cdot 10 = 150 \text{ см}^2$$

$$S = b \cdot h_2$$

$$h_2 = S : b = 150 : 12 = 12,5 \text{ (см)}$$

II случай



$$S = b \cdot h_1 = 12 \cdot 10 = 120 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$S = a \cdot h_2$$

$$h_2 = S : a = 120 : 15 = 8 \text{ (см)}$$

**У.6.** Дано:

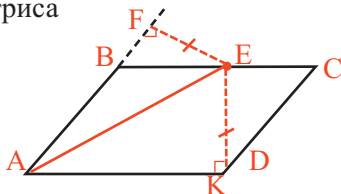
ABCD - параллелограмм

AE - биссектриса

$$EF = 12 \text{ см}$$

$$AD = 24 \text{ см}$$

$$S_{ABCD} = ?$$



Учащиеся должны определить какую теорему они будут использовать при решении.

**Теорема:** Любая точка, расположенная на биссектрисе, находится на одинаковом расстоянии от каждой из сторон угла. Т.е.  $EK = EF = 12 \text{ см}$  и  $EK \perp AD$   
 $S_{ABCD} = AD \cdot EK = 24 \cdot 12 = 288 \text{ см}^2$

**У.10.**

Известны площадь прямоугольника и одна из сторон.

Дано:

Найдем другую сторону

прямоугольник

$$b = \frac{S}{a} = \frac{2x^2 + 7x + 6}{2x + 3} = \frac{2x^2 + 4x + 3x + 6}{2x + 3} = \frac{2x(x + 2) + 3(x + 2)}{2x + 3} =$$

$$a = 2x + 3$$

$$S = 2x^2 + 7x + 6 = \frac{(x+2)(2x+3)}{(2x+3)} = x+2; \quad b = x+2$$

$$b = ?$$

Вычислим периметр прямоугольника

$$P = ?$$

$$P = 2(a + b) = 2 \cdot (2x + 3 + x + 2) = 2 \cdot (3x + 5) = 6x + 10$$

**Вопрос:** “Можно ли заранее сказать, к какой стороне проведена высота, если известны длины сторон и высот?” Учащиеся высказывают мнения. Гипотенуза должна быть больше любого катета.

Высота является наикратчайшим расстоянием от точки до прямой.

Т.е. данная высота проведена к стороне  $a$ . Сторону  $b$  можно рассматривать как гипотенузу треугольника с катетом 14 см.

### У.11.

Дано:

параллелограмм

$$a = 12 \text{ см}$$

$$b = 16 \text{ см}$$

$$h = 14 \text{ см}$$

$$S = ?$$

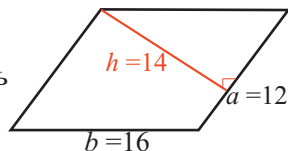
### Результат и применяемое предло-

**жение:** Высота, проведенная к стороне параллелограмма не может быть больше другой стороны.

$$a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

$$12 \cdot 14 = 16 \cdot h_b \quad h_b = \frac{12 \cdot 14}{16} = 10,5$$

$$S = a \cdot h = 12 \cdot 14 = 168 \text{ см}^2$$



**У.13.** Задание можно выполнять в группах.

1) Периметр прямоугольника 12 м, стороны -  $x$  и  $y$ .

$$2x + 2y = 12 \quad 2 \cdot (x + y) = 12 \quad x + y = 6$$

$$y = 6 - x$$

$$S = x \cdot y = x \cdot (6 - x) = 6x - x^2$$

$$2) S = 6x - x^2 = 9 - 9 + 6x - x^2 = 9 - (9 - 6x + x^2) = 9 - (x - 3)^2$$

Вопрос: какое наибольшее значение может принимать  $n$  в выражении

$$n - (x - m)^2?$$

3) Площадь прямоугольника принимает максимальное значение при  $x = 3$ .

$$S_{\text{нбз}} = 9 \text{ см}^2$$

В этом случае  $y = 6 - x = 6 - 3 = 3$ , среди прямоугольников с периметром 12 м наибольшую площадь имеет квадрат со стороной 3 см.

4) Из равенства  $S = 9 - (x - 3)^2$ , запишем  $S = 5$ , тогда  $5 = 9 - (x - 3)^2$ ,  $(x - 3)^2 = 4$ ,  $x - 3 = \pm 2$ . Для  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = 1$  соответствующие значения равны  $y_1 = 6 - 5 = 1$ ,  $y_2 = 6 - 1 = 5$ .

Т.е, длины сторон прямоугольника с периметром 12 м, равны 5 м и 1 м.

**Обобщение и результаты:** При заданном периметре можно определить размеры прямоугольника так, чтобы его площадь была наибольшей. Вопросы и задания для оценивания (Рефлексия)

1) Что называется высотой параллелограмма? Начертите, покажите.

2) Сколько различных высот у параллелограмма? Начертите, покажите.

3) Начертите параллелограмм на листе в клетку и посчитайте его площадь в квадратных единицах.

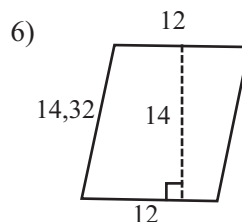
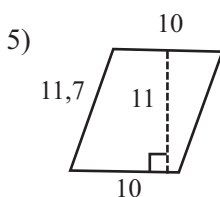
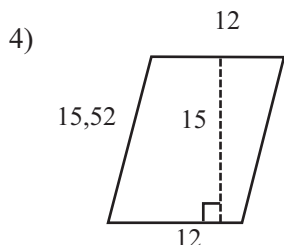
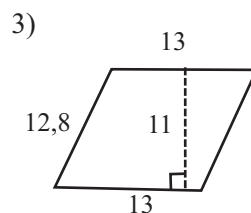
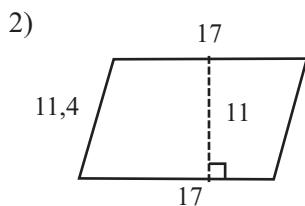
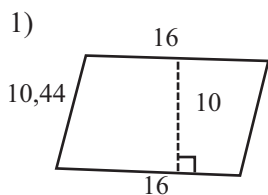
4) Какая высота параллелограмма наибольшая, проведенная к большей стороне или к меньшей стороне?

5) Если сторону параллелограмма и высоту, проведенную к данной стороне, увеличить в 2 раза, то во сколько раз увеличится площадь?

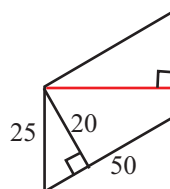
## Рабочий лист № 1

### Площадь параллелограмма

Вычислите площадь параллелограмма



Найдите высоту параллелограмма, отмеченную на рисунке красным цветом



### Самооценивание



Не понимаю задания



Понимаю что требуется в задании, но не могу его выполнить



Знаю как решить задание, но при вычислениях допустил некоторые ошибки



Понимаю задание и выполняю его

Навыки				
Правильно определяет высоту и соответствующую сторону для нахождения площади параллелограмма				
Применяет формулу площади параллелограмма				

## Урок 80-81. Стр. 108-109 учебника. Площадь треугольника. 2 часа

**Содержательный стандарт.** 3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

**Навыки учащегося:**

1. Решает задачи, применяя формулу площади треугольника.
2. Применяет нужные геометрические свойства, аксиомы и теоремы при решении задач на нахождение площади треугольника.

**Дополнительные ресурсы:** Рабочие листы №2, №3.

**Мотивация.** Учащиеся делятся на группы и выполняют практическую работу. Направляющие вопросы: 1) Что можно сказать о треугольниках, если в прямоугольнике провести диагональ?

2) На сколько конгруэнтных треугольников делится параллелограмм, если провести диагональ?

3) По какой формуле находится площадь параллелограмма?

**Обучение.** Чертится несколько треугольников в разных положениях. Одним цветом показываются сторона и высота, проведенная к данной стороне. Записывается формула площади треугольника. Выполняется задание из учебника.

**У.1. Рекомендации:** 1. Сначала определите вид треугольника.

2. Перечертите в тетрадь треугольники с данными условными размерами.

**1-ый час. У.3** Данное задание можно выполнять как в парах, так и в группах. Ученики строят различные виды треугольников с основанием 13 см и площадью  $52 \text{ см}^2$ . Дается задание начертить остроугольный и тупоугольный треугольники с одинаковым основанием и высотой.

**Вывод.** Независимо от вида треугольники с одинаковым основанием и высотой имеют равные площади.

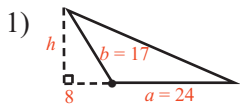
**2-ой час. У.4.** с) Начертите любой треугольник со основанием 4 см и боковой стороной 3 см. Какое наибольшее значение может принимать площадь треугольника?

**Высказывание для применения:** Высота, проведенная к основанию, не может быть больше боковой стороны.

Обсуждается задание на применение данного высказывания. Учащимся предлагается построить треугольник с наибольшей площадью, если даны две другие стороны, так, чтобы сторона в 3 см являлась и его высотой. Это возможно только для прямоугольного треугольника.

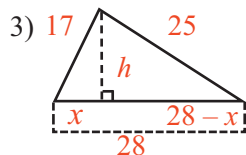
**Вывод.** Треугольник с заданными сторонами будет иметь наибольшую площадь, только если эти стороны будут равными катетам прямоугольного треугольника.

**У.7**



$$h^2 = 17^2 - 8^2 = 225, \quad h = 15$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 15 = 180 \text{ см}^2$$



$$h^2 = 17^2 - x^2 \qquad h^2 = 25^2 - (28 - x)^2$$

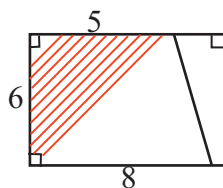
$$25^2 - (28 - x)^2 = 17^2 - x^2$$

$$625 - 784 + 56x - x^2 = 289 - x^2$$

$$56x = 448, \quad x = 8, \quad h^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225, \quad h = 15$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 28 \cdot 15 = 210 \text{ см}^2$$

**Обобщение и творческое применение.** Учитель обобщает знания о площади треугольника. Учащимся рекомендуется найти площадь заштрихованной фигуры на рисунке.



Для оценивания можно применить следующие вопросы

- 1) Что такое высота треугольника? Начертите, покажите.
- 2) Начертите высоту тупоугольного треугольника, покажите.
- 3) Покажите точку пересечения высот прямоугольного треугольника.
- 4) Какая из высот в треугольнике больше - проведенная к меньшей стороне или к большей?
- 5) Сравните высоты, проведенные к боковым сторонам равнобедренного треугольника.
- 6) Как изменится площадь треугольника, если его основание и высоту увеличить в 2 раза?

**У.4. б) Дано:**  $a = 8$  см, площадь  $S < 24$

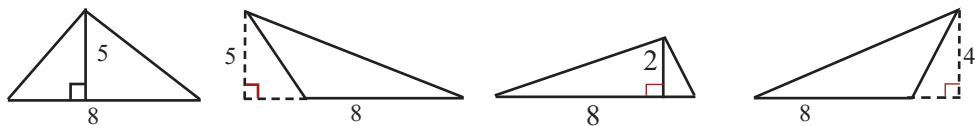
**Требуется:** построить несколько треугольников со стороной  $a = 8$  см и площадью  $S < 24$ .

**План решения:** Даны площадь треугольника и его основание. По этим данным можно оценить высоту, а затем построить треугольник.

**Решение:**  $S < 24$ ;  $\frac{ah}{2} < 24$ ;  $8h < 48$ ;  $h < 6$

Построим несколько треугольников с основанием 8 см и высотой  $h < 6$

При построении соблюдение точных размеров не обязательно

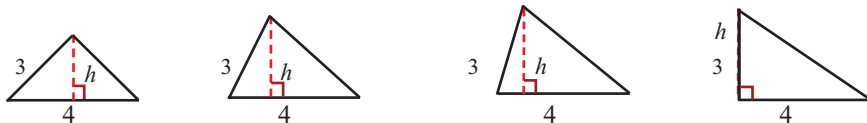


Учащиеся сравнивают площади различных треугольников, которые они начертили. Наибольшую площадь будет иметь треугольник, у которого высота равна 6 см.

**с) Дано:**  $a = 4$  см,  $b = 3$  см

**Требуется:** в соответствии с данными начертить несколько треугольников, выбрать среди них треугольник с наибольшей площадью.

**План для решения:** по двум заданным сторонам можно начертить бесконечно много треугольников. Начертим эти треугольники, изменяя угол между ними. Здесь же дано основание. Площадь треугольника меняется в зависимости от значения высоты.

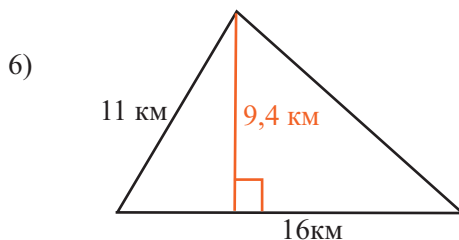
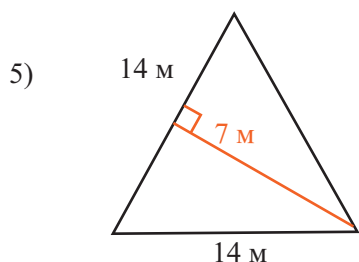
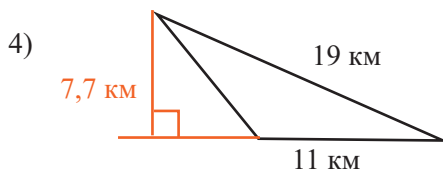
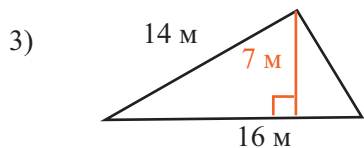
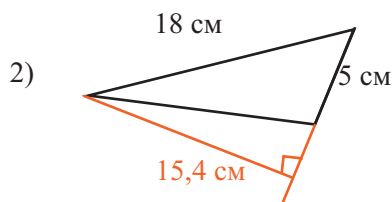
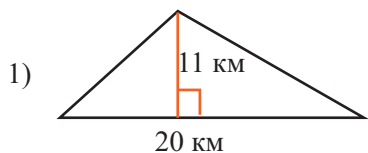


Как видно по рисунку, среди треугольников с данным основанием, наибольшую площадь будет иметь треугольник, у которого совпадают высота (3 см) и сторона. Таким образом, наибольшее значение площади будет  $(3 \cdot 4):2 = 6$  см<sup>2</sup>.



## Рабочий лист № 2

### Вычислите площади треугольников



### Самооценивание



Не понимаю задания



Понимаю что требуется в задании, но не могу его выполнить



Знаю как решить задание, но при вычислениях допустил некоторые ошибки



Понимаю задание и выполняю его

Навыки	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Для нахождения площади треугольника правильно выбирает основание и высоту, проведенную к основанию				
Применяет формулу нахождения площади треугольника.				

## Урок 82. Стр. 110 учебника. Нахождение площади фигур при помощи деления ее на треугольники

### Содержательный стандарт.

3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, знает признаки параллелограмма.

4.2.1. Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его.

### Навыки учащегося:

- разделяет фигуры различной формы на треугольники;
- находит общую площадь фигуры при помощи формулы площади треугольника;
- решает задачи, соответствующие реальным жизненным ситуациям, разделяя фигуры на треугольники.

### Для мотивации ставятся следующие вопросы:

1) Как найти площадь квадрата, если известна площадь одного из треугольников, которые получаются при пересечении диагоналей квадрата?

#### Обучение:

Используется аксиома равенности и сложения площадей.

Выполняются задания из учебника.

**У.12.** Данное задание может выполняться в группах. Учащиеся понимают, что диагональ делит четырехугольник на два треугольника и применяют это свойство для более сложных фигур, расширяя таким образом задание.

**D.12. b)** Дано: Рисунок

Необходимо найти площадь  $S_{SMNR}$ :

$$S_{SMNR} = S_{\Delta SRM} + S_{\Delta RMN}$$

1) По данным рисунка  $S_{\Delta SRM}$ :

$$SM = 13 \text{ см}, h = 10 \text{ см}$$

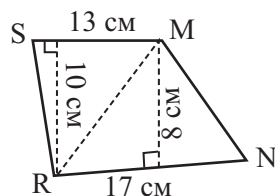
$$S_{\Delta SMNR} = \frac{1}{2} SM \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot 10 = 65 \text{ см}^2$$

2) По данным рисунка  $S_{\Delta RNM}$

$$RN = 17 \text{ см}, h = 8 \text{ см}$$

$$S_{\Delta RNM} = \frac{1}{2} RN \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 17 \cdot 8 = 68 \text{ см}^2$$

$$3) S_{SMNR} = S_{\Delta SRM} + S_{\Delta RMN} \\ S_{SMNR} = 65 \text{ см}^2 + 68 \text{ см}^2 = 133 \text{ см}^2$$



### Моменты, требующие внимания:

- 1) сделать чертеж задачи, заданной в виде текста
- 2) систематизировать данные на рисунке
- 3) принимать во внимание, что треугольники, на которые разделили фигуру, не перекрывают друг друга.

Данные навыки можно использовать для формативного оценивания по результатам наблюдений. При этом рекомендуется делать заметки.

## Рабочий лист № 3

### Площади параллелограмма и треугольника

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

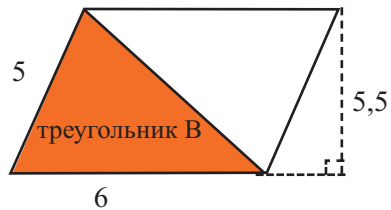
Параллелограммы на рисунке конгруэнтны

Найдите: площадь треугольника А

Площадь треугольника В

Запишите словами как вы находили эти площади \_\_\_\_\_

Периметр какого треугольника больше? Как может помочь зависимость между сторонами и углами для правильного рассуждения?



### Самооценивание



Не понимаю задание



Знаю что требуется в задании, но не могу его решить



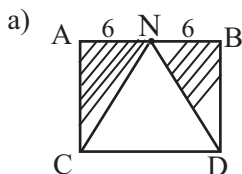
Выполняю задание



Выполнил задание с легкостью

Навыки	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Демонстрирует понимание понятие равных по площади фигур				
Демонстрирует понимание понятий площадь и периметр				

**D.13.** Дано:  
ABCD квадрат  
AN = 6; NB = 6



ABCD квадрат со стороной  $6 + 6 = 12$

$$S_{ABCD} = 12^2 = 144$$

$$S_{\triangle ANC} + S_{\triangle BND} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 12 = 72$$

$$S_{\triangle DNC} = 144 - 72 = 72$$

Найти:

- a) площадь серой части
- b) площадь белой части

b) Дано:

$$AB = 6 + 6 = 12$$

Найти:

$$S_{ABCD} = 12^2 = 144$$

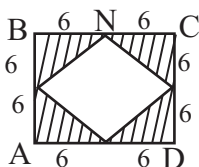
- a) площадь серой части
- b) площадь белой части

Серая часть состоит из 4-х прямоугольных треугольников, площади которых равны:

$$S_{\triangle} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 18$$

$$S_{\text{сер.}} = 4 \cdot 18 = 72$$

$$S_{\text{бел.}} = 144 - 72 = 72$$

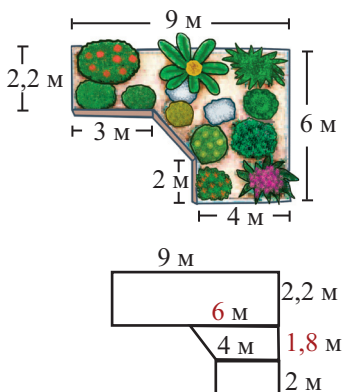


**У.15.** Рекомендации для выполнения задания

Рисунок чертится схематически и определяется, из каких фигур она состоит. Общая схема состоит из одного большого прямоугольника, трапеции и одного маленького прямоугольника.

Площадь трапеции выражается суммой площадей двух треугольников.

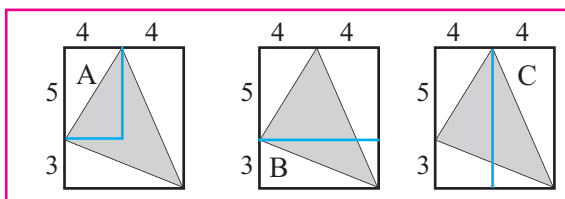
Учащимся предлагается выбрать масштаб и нарисовать план сада, увеличив или уменьшив в 2 раза размеры. Это развивает в них дизайнерские навыки.



**У.16.** Вычитывая с площади

прямоугольника площадь неокрашенных прямоугольных треугольников, можно вычислить площадь окрашенного участка в форме треугольника. Учащимся предлагается в каждой части визуально дополнять

эти треугольники до прямоугольников. Это помогает им понять, что площадь треугольника является частью площади прямоугольника и правильно понимать формулу площади.



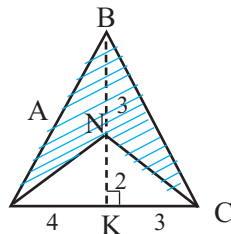
$$S_{\Delta A} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 = 10 \text{ кв.ед.} \quad S_{\Delta B} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12 \text{ кв.ед.}$$

$$S_{\Delta C} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 16 \text{ кв.ед.} \quad S_{\text{прям.}} = 8 \cdot 8 = 64 \text{ кв.ед.}$$

$$S_{\text{окр.тр.}} = 64 - (10 + 12 + 16) = 26 \text{ кв.ед.}$$

**Обобщение и творческое применение:** Преподаватель обобщает изученное об аксиомах площади и способах их применения. Может быть предложено найти площадь заштрихованного участка фигуры на рисунке.

Учащиеся устно представляют преподавателю, площадью каких фигур они воспользуются для вычисления данной площади.



**Для проведения формативного оценивания можно воспользоваться нижеследующими вопросами.**

- 1) Что называется диагональю выпуклого четырехугольника? Начертите и покажите.
- 2) Сколько диагоналей имеют выпуклые четырехугольники?
- 3) На сколько не перекрывающихся друг друга треугольников делят четырехугольник его диагонали?
- 4) Какими различными методами можно вычислить площадь невыпуклого четырехугольника?

## Урок 83, 84. Стр. 111–113 учебника. Площадь трапеции. 2 часа

### Содержательный стандарт

3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

### Навыки учащегося

1. Решает задачи, применяя формулу площади трапеции;
2. Применяет геометрические свойства, аксиомы и теоремы, необходимые для решения задач с вычислением площади трапеции.

**Дополнительные ресурсы:** Рабочий лист №4

### Мотивация

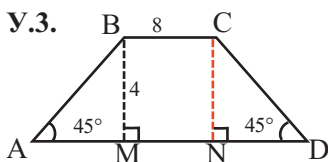
Учащиеся могут выполнять задания, указанные в практическом занятии, объединяясь в группы.

Направляющие вопросы.

- 1) Как можно разделить параллелограмм на два конгруэнтных параллелограмма?
- 2) Как можно разделить параллелограмм на две конгруэнтные трапеции?

**Обучение.** На доске демонстрируются разные виды трапеции и записывается формула площади. Чертятся равнобедренная и прямоугольная трапеции с одинаковыми основаниями и высотой, вычисляются и сравниваются их площади. Решаются задачи, данные в учебнике.

У.3.



$P = ?$

$S = ?$

Начертим  $CN \perp AD$

$\angle A = 45^\circ$ , поэтому

$AM = BM = CN = ND = 4$

В  $\triangle ABM$  по теореме Пифагора

$AB = 4\sqrt{2}$

$CD = AB = 4\sqrt{2}$

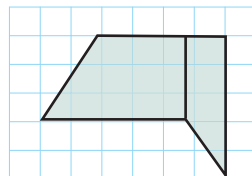
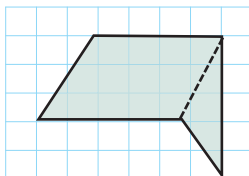
$AD = AM + MN + ND = 4 + 8 + 4 = 16$

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 4\sqrt{2} + 8 + 4\sqrt{2} + 16 = 24 + 8\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{(AD+BC)}{2} \cdot BM = \frac{(16+8)}{2} \cdot 4 = 48$$

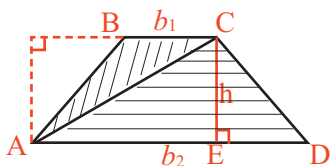
У.4. Данного типа занятия

можно выполнять бумажными вырезками (пазл). Советуется также сравнительно определять площади по числу клеток в тетради и вычислениями с помощью формул. Учащиеся самостоятельно делят рисунок на фигуры с известными формулами площади.



У.6 В данном упражнении учащимся предлагается разделить произвольную трапецию на один прямоугольник и два прямоугольных треугольника. Во 2-ом пункте данного задания исследуется возможность выражения площади равнобокой трапеции сложением площадей 2-х конгруэнтных трапеций. Целесообразнее выполнять данное задание в группе.

У.7



Дано: Трапеция ABCD

$BC = b_1$

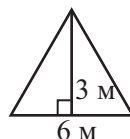
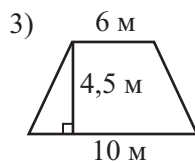
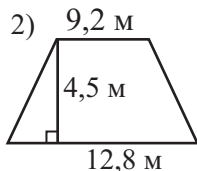
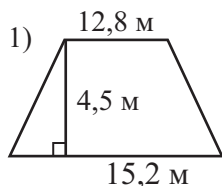
$CE = h$

$AD = b_2$

Доказать:  $S = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \cdot h$

Предложение	Основание
$S_{ADC} = \frac{1}{2} b_2 \cdot h$	Формула площади треугольника
$S_{ABC} = \frac{1}{2} b_1 \cdot h$	Аксиома сложения площадей
$S = S_{ABC} + S_{ADC}$	
$S = \frac{1}{2} b_1 \cdot h + \frac{1}{2} b_2 \cdot h$	Упрощение
$S = \frac{1}{2} (b_1 + b_2) \cdot h$	

**У.9.** 1) Как видно из рисунка, крыша состоит из 3-х пар равнобедренных трапеций и одной пары равнобедренного треугольника.



Общая площадь крыши равна 2-кратному значению площадей на рисунке

$$S_1 = \frac{15,2 + 12,8}{2} \cdot 4,5 = \frac{28}{2} \cdot 4,5 = 63 \text{ м}^2$$

$$S_2 = \frac{12,8 + 9,2}{2} \cdot 4,5 = \frac{22}{2} \cdot 4,5 = 49,5 \text{ м}^2$$

$$S_3 = \frac{10 + 6}{2} \cdot 4,5 = \frac{16}{2} \cdot 4,5 = 36 \text{ м}^2$$

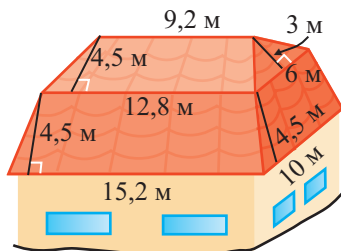
$$S_4 = \frac{6}{2} \cdot 3 = 9 \text{ м}^2$$

$$S = 2 (S_1 + S_2 + S_3 + S_4) = 126 + 99 + 72 + 18 = 315 \text{ м}^2$$

Площадь одной плиты составляет 2,8 м<sup>2</sup>, поэтому требуемое количество плиток будет равно  $\frac{315}{2,8} = 112,5$

Учитывая то, что потеря материала составляет примерно 10%, то необходимое количество досок будет равно  $112,5 \cdot 1,1 \approx 134$ .

А расходуемые деньги составят  $134 \cdot 8,6 \approx 1152$  манат.



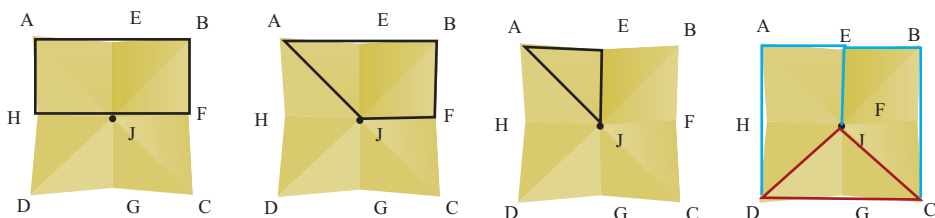
2) Если двое рабочих за 20 дней выполнили  $\frac{1}{4}$  работы, то за 1 день они могут выполнить  $\frac{1}{4} : 20 = \frac{1}{80}$  часть работы. 1 рабочий за сутки может выполнить  $\frac{1}{80} : 2 = \frac{1}{160}$  часть работы. Чтобы найти за сколько дней должны завершить четверо рабочих оставшиеся  $\frac{3}{4}$  части работы, составим нижеследующее уравнение:

$$4 \cdot \frac{1}{160} \cdot x = \frac{3}{4} \quad x - \text{количество дней.} \quad x = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot 160 = 30 \text{ дней}$$

3) Если деньги, расходуемые на крышу, будут  $x$  манат, после I подорожания затраты будут составлять  $x + 0,036x = 1,036x$ , а после II подорожания -  $1,036x + 1,036x \cdot 0,048 \approx 1,0857x$ . Значит, рост составил приблизительно  $0,0857x$ . А это означает 8,57 % роста.

Задание можно задавать в качестве долгосрочного домашнего задания и оно может быть использовано как перформансное оценивание (оценивание более обширных навыков). Как видно, наряду с пространственными представлениями, задача охватывает и многие другие навыки учащегося.

У.10. 1) ABFH 2) ABFJ трапеция 3) AEJ треугольник 4) ABCD



$$S_{ABFH} = 32 \text{ кв.ед.}$$

$$S_{ABFJ} = \frac{8+4}{2} \cdot 4$$

$$S_{AEJ} = \frac{4}{2} \cdot 4 = 8$$

Задание рекомендуется также выполнять, складывая настоящий лист бумаги.

Учащиеся приходят к нижеуказанным результатам:

В результате складывания листа получилось 8 конгруэнтных треугольника

Площади фигур можно вычислять, принимая за единицу площадь треугольника.

### Оценивающие вопросы:

1) Какие виды трапеций вы знаете?

Начертите и покажите в тетради.

2) Как называются параллельные и непараллельные стороны трапеции?

3) Что называют высотой трапеции?

4) Что называется средней линией трапеции?

5) Чему равна длина средней линии трапеции?

6) Какова формула площади трапеции?

У.12. Учащиеся исследуют в пирамиде питания площади, занимаемые определенными частями, и какое питание предпочитается для здорового образа жизни.

Рекомендуется выполнять задание общеклассным обсуждением.

Например, площадь овощной части:

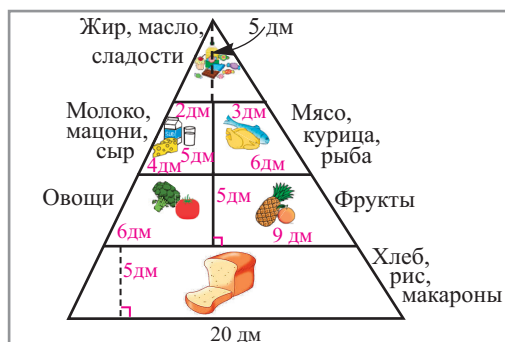
$$\frac{6+4}{2} \cdot 5 = 25 \text{ (дм}^2\text{)}$$

Аналогично данному, фруктовая часть будет равна 37,5 (дм<sup>2</sup>).

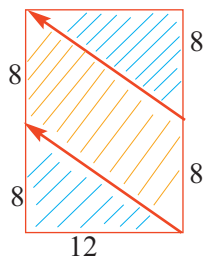
Особо отмечается, что жир, масло, сладости должны занимать меньшую часть рациона.

Можно вычислить общую площадь.

Учащиеся определяют часть, занимаемую каждым участком, от общей площади.





**У.13. Дано**

Голубые участки являются прямоугольными треугольниками с катетами 8 и 12.

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48,$$

поэтому  $S_{\text{голуб.}} = 2 \cdot S_{\Delta} = 2 \cdot 48 = 96$

Желтая часть является параллелограммом со стороной 8 и высотой, проведенной к этой стороне, равной 12.

$$S_{\text{желт}} = 12 \cdot 8 = 96$$

Найти:

Площадь голубой части

Площадь желтой части

## Урок 85-86. Стр. 114-115 учебника. Площадь ромба. 2 часа

### Содержательный стандарт.

3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет признаки параллелограмма.

### Навыки учащегося

- чертит ромб в разных положениях и указывает высоту;
- находит площадь ромба различными способами;
- знает формулы площади ромба и применяет в решении задач.

**Мотивация.** Ученики выполняют практическое задание, объединяясь в группы.

Направляющие вопросы:

- 1) Какие свойства диагоналей ромба вы знаете?
- 2) Сколько не перекрывающихся друг друга треугольников образуется пересечением диагоналей ромба и что можно сказать о конгруэнтности этих треугольников?
- 3) Является ли ромб параллелограммом?
- 4) Как будет выглядеть формула площади параллелограмма с равными сторонами?

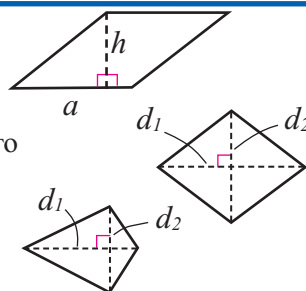
**Обучение.** Рекомендуется заранее подготовить плакат следующего содержания. Сначала обсуждается и доказывается формула площади ромба.

### Площадь ромба и воздушного змея

1. Площадь ромба равна произведению его основания и высоты:  $S = ah$

2. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей:  $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

3. Площадь воздушного змея равна половине произведения его диагоналей:  $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$



## Рабочий лист № 4

### Площадь фрактальных фигур

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

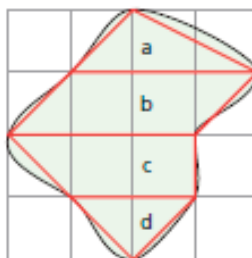
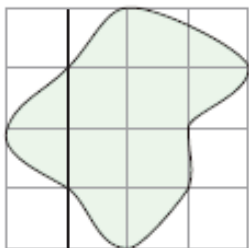
1) Разделив любую фигуру на меньшие части, можно приблизительно вычислить ее площадь.

Например, нижеуказанная фигура нарисована на листе со стороной одной клетки 1 см. Площадь этой фигуры состоит из суммы площадей фигур, обозначенных буквами

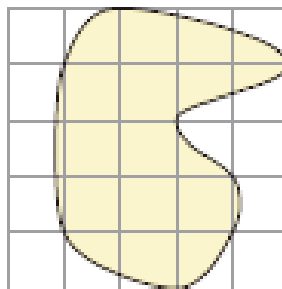
$a$  (треугольник) +  $b$  (параллелограмм) +  $c$  (трапеция) +  $d$  (треугольник)

Применяя формулы площади обозначенных фигур, вычислите, сколько квадратных единиц составляет площадь данной фигуры. Например,

$$S_{a\Delta} = \frac{1}{2} ah = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 = 1,5 \text{ кв.ед.}$$



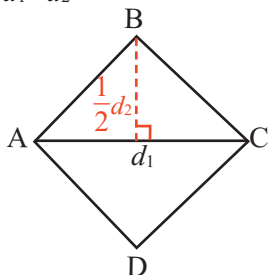
2) Аналогичным способом вычислите площадь нижеуказанной фигуры



3) Площади круга и квадрата равны. Периметр какого из них больше?

**У.1.** Дано:  
Доказать:

$$S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2$$



Предложение	Основание
$AB \cong AD, BC \cong CD,$ $AC \cong CA$	Являются сторонами ромба и общей стороной
$\triangle ABC \cong \triangle ADC$	По ССС признаку конгруэнтности треугольников
$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot d_2$	Площади конгруэнтных фигур равны
$S_{ABCD} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot d_2$	Аксиома сложения площадей
$S_{ABCD} = \frac{1}{2} d_1 d_2$	Формула площади треугольника и упрощение

Аналогичным методом доказывается формула площади фигуры в форме воздушного змея.

**У.2.** 2) По данным рисунка найдите площадь воздушного змея.

Дано: ABCD - воздушный змей. AO = x, OC = y

BO = 9, DC = 15

$$x = AO = \sqrt{AB^2 - BO^2} = \sqrt{41^2 - 9^2} = 40$$

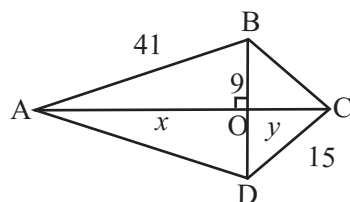
$$OD = BO = 9$$

$$y = OC = \sqrt{CD^2 - OD^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$$

$$AC = x + y = 52$$

$$BD = 9 + 9 = 18$$

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 52 \cdot 18 = 468$$



В некоторых случаях запись решения задачи в виде двух столбцов может быть не выгодным. Однако, в любом случае рекомендуется записывать обоснование каждому предположению. Это формирует у учащихся системное мышление и оказывает положительное влияние на их речь.

**У.3.**

1) Дано:

ABCD - ромб BD = 14 BC = 25

S=?

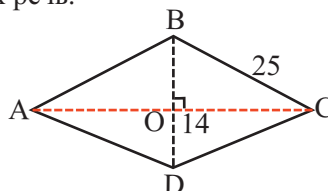
Начертим диагональ AC

$$BO = OD = 14:2 = 7$$

$$OC = \sqrt{BC^2 - BO^2} = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24$$

$$AC = 2 \cdot 24 = 48$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 48 \cdot 14 = 336$$



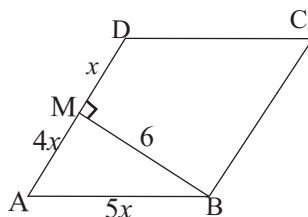
Диагонали ромба делятся пополам

Из  $\triangle BOC$  по теореме Пифагора

Диагонали ромба делятся пополам в точке пересечения

Формула площади ромба

**У.5.**  $AM = 4x$   
Дано:  $MD = x$   
 $ABCD$ - ромб  $AD = 4x + x = 5x$   
 $BM \perp AD$  Значит:  
 $BM = 6$   $AB = 5x$   
 $AM:MD=4:1$  Из  $\triangle ABM$  по теореме Пифагора  
 $S=?$   $(4x)^2 + 6^2 = (5x)^2$   
 $9x^2 = 36$   $x^2 = 4$   $x = 2$   
 $AD = AB = 5 \cdot 2 = 10$   
 $S = AD \cdot BM = 10 \cdot 6 = 60$



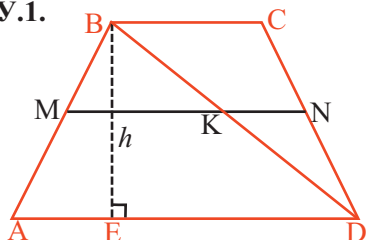
### Вопросы для оценивания:

- 1) Что можно сказать о меньшей диагонали ромба с острым углом  $60^\circ$ ?  
На какие два треугольника меньшая диагональ делит ромб в этом случае?
- 2) Чему равна высота ромба с острым углом  $30^\circ$ ?
- 3) Как можно найти площадь ромба, если известна площадь одного из прямоугольных треугольников, образованных пересечением диагоналей ромба?
- 4) Каковы формулы площади ромба?

### Урок 87-88. Стр. 116-117 учебника. Обобщающие задания

В заданиях **У1**, **У2** разными подходами доказывается, что площадь трапеции равна произведению средней линии и высоты. Рекомендуется также предоставление данного доказательства в нижеследующем двустолбчатом виде

**У.1.**



$MN$  - средняя линия  
 $MN = l$   
доказать  $S_{ABCD} = l \cdot h$

Предложение	Основание
$l = MN = MK + KN$	Аксиома деления частей
$MK = \frac{1}{2} AD$	$MK$ — средняя линия $\triangle ABD$
$KN = \frac{1}{2} BC$	$KN$ — средняя линия $\triangle BCD$
$S = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$	Аксиома сложения площадей
$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot h = MK \cdot h$	Формула площади треугольника
$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BC \cdot h = KN \cdot h$	
$S_{ABCD} = MK \cdot h + KN \cdot h$	Распределительный закон умножения
$S_{ABCD} = (MK + KN) \cdot h$	Аксиома сложения частей промежутка
$S_{ABCD} = l \cdot h$	

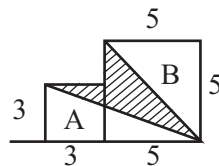
У.7.  $S_{\text{штр}} - ?$

$$S = S_A + S_B = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

$$S_{\text{штр}} = S - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 =$$

$$= 34 - 14 - 12,5 = 34 - 24,5 = 9,5$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12 \quad S_2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = 12,5 \quad S_{\text{штр}} = 9,5$$



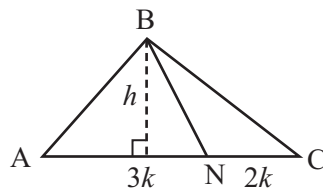
У.8. 1)  $S_{\triangle ABC} = 90 \text{ см}^2$   $AN : NC = 3 : 2$

$S_{\triangle ABN} - ?$

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot h = \frac{1}{2} 5k \cdot h = 90 \text{ см}$$

$$k \cdot h = \frac{90 \cdot 2}{5} = 18 \cdot 2 = 36$$

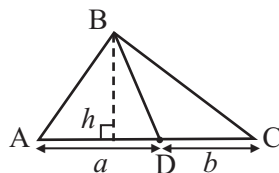
$$S_{\triangle ABN} = \frac{1}{2} 3k \cdot h = \frac{3}{5} \cdot kh = \frac{3}{5} \cdot 36 = 3 \cdot 18 = 54 \quad S_{\triangle ABN} = 54 \text{ см}^2$$



У.10. 1) Отношение площадей треугольников с равными высотами

$$S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} a \cdot h, \quad S_{\triangle BDC} = \frac{1}{2} b \cdot h$$

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{\frac{1}{2} ah}{\frac{1}{2} b \cdot h} = \frac{a}{b}$$

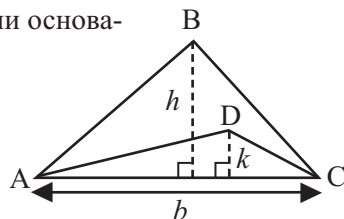


**Результат.** Отношение площадей треугольников с равными высотами равно соответственному отношению их оснований.

2) Отношение площадей треугольников с равными основаниями

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} b \cdot h \quad S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} b \cdot k$$

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{\frac{1}{2} b \cdot h}{\frac{1}{2} b \cdot k} = \frac{h}{k}$$

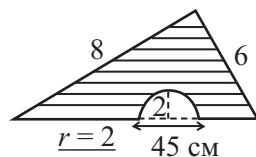


**Результат.** Отношение площадей треугольников с равными основаниями равно отношению их высот

### Методические рекомендации для решения задач

1. Обращается внимание на возможность вычисления площади сложных фигур путем деления их на меньшие части.
2. После рассмотрения соответствующих каждой задаче рисунков ученики устно представляют - из сложения (разности) каких фигур состоит данная фигура.
3. Записываются формулы для определения каждой меньшей фигуры. Определяются данные и запрашиваемые элементы.

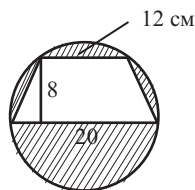
$$\text{У.11. 2) } S_{\text{штр}} = S_{\Delta} - S_{\text{полукруг}} = \frac{1}{2} 6 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2^2 = 24 - 2\pi$$



$$\begin{aligned} 3) S_{\text{штр}} &= S_{\text{кр}} - S_{\text{трап}} = \pi R^2 - \frac{a+b}{2} \cdot h = 100\pi - \frac{10+12}{2} \cdot 8 = \\ &= 100\pi - 16 \cdot 8 = 100\pi - 128. \end{aligned}$$

$$d = 2R = 20$$

$$R = 10 \text{ см}$$



**У.12.** По формулам площади треугольника  $S_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot h_1 = \frac{1}{2} b \cdot h_2 = \frac{1}{2} c \cdot h_3$

Отсюда  $a = \frac{2S_{\Delta}}{h_1}, \quad b = \frac{2S_{\Delta}}{h_2}, \quad c = \frac{2S_{\Delta}}{h_3}$

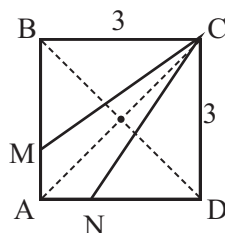
$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{2S_{\Delta}}{h_1}}{\frac{2S_{\Delta}}{h_2}} = \frac{h_2}{h_1}, \quad \frac{b}{c} = \frac{\frac{2S_{\Delta}}{h_2}}{\frac{2S_{\Delta}}{h_3}} = \frac{h_3}{h_2}, \quad a : b : c = \frac{1}{h_1} : \frac{1}{h_2} : \frac{1}{h_3}$$

Т.е. стороны треугольника обратно пропорциональны высотам, проведенным к этим сторонам. Иначе говоря, меньшая высота треугольника - это высота, проведенная к большей стороне и наоборот.

**У.14.**  $S_{\text{кв}} = 3 \cdot 3 = 9, \quad S_{\text{BCM}} = S_{\text{CMAN}} = S_{\text{CND}} = 3$

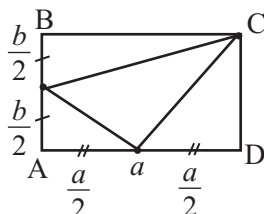
$$S_{\Delta \text{BCM}} = \frac{1}{2} \text{MB} \cdot \text{BC} = 3 \Rightarrow \text{MB} = 2$$

$$\text{CM} = \sqrt{\text{BC}^2 + \text{BM}^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$$



**У.15.**  $S = a \cdot b = 72$

$$\begin{aligned} S_{\Delta \text{CMN}} &= S_{\text{ABCD}} - S_{\Delta \text{CBM}} - S_{\Delta \text{ADN}} = \\ &= a \cdot b - \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot a - \frac{1}{2} \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{a}{2} - \frac{b}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot b = \\ &= ab - \frac{1}{4} ab - \frac{1}{8} ab - \frac{1}{4} ab = \frac{3}{8} ab = \\ &= \frac{3}{8} \cdot 72 = 27 \text{ кв.ед.} \end{aligned}$$

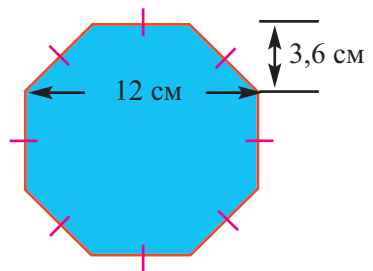
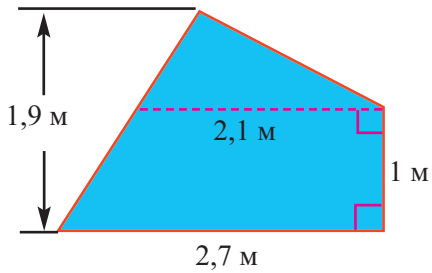
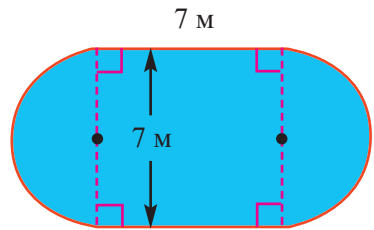
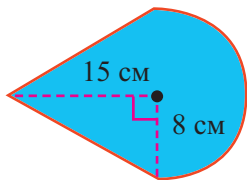
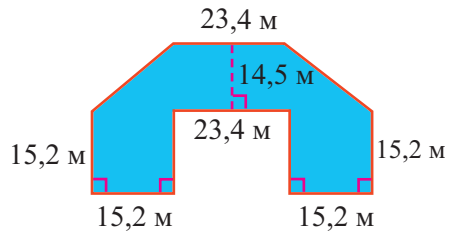
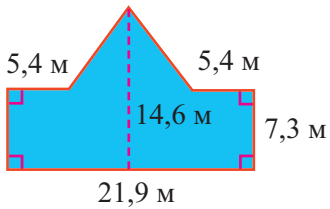


Рекомендуется задавать рабочие листы №5, №6 в качестве домашнего задания.

# Рабочий лист № 5 Площади фигур

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Найдите площади фигур



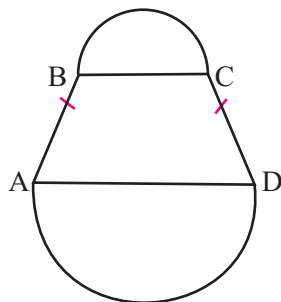
## Рабочий лист № 6

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Оценивание длительным заданием

Для производства игрушечных коробок подготовлены картонные шаблоны (модели), представленные на рисунке. Шаблон состоит из равнобедренной трапеции и полуокружностей с диаметрами, равными основаниям трапеции. На рисунке боковая сторона трапеции равняется 16 мм.

Рисунок нарисован в масштабе 1:10. Какие еще данные необходимы вам для вычисления периметра шаблона?



1) Определите эти данные измерением по масштабу и вычислите периметр.

2) Вычислите площадь картона

3) Сколько таких коробок можно изготовить из картонного листа размером  $70 \text{ см} \times 100 \text{ см}$  ?

4) Сколько игрушечных коробок можно изготовить из 1-ой тонны картона, зная, что масса картона площадью  $1 \text{ м}^2$  составляет 250 г?



## Урок 89. Задания для суммативного оценивания по разделу

1. Найдите площадь параллелограмма с острым углом  $30^\circ$ , сторонами 6 см и 8 см.

- A)  $48 \text{ см}^2$     B)  $18 \text{ см}^2$     C)  $24 \text{ см}^2$     D)  $20 \text{ см}^2$

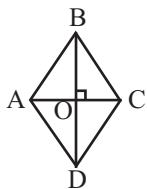
2. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе прямоугольного треугольника с катетами, равными 12 см и 16 см.

- A) 9,6 см    B) 10 см    C) 8 см    D) 8,6 см

3. Две стороны треугольника равны 20 см и 24 см. Найдите высоту, проведенную к большей стороне, если высота, проведенная к меньшей равна 6 см.

- A) 4 см    B) 7 см    C) 8 см    D) 5 см

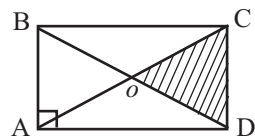
4. В ромбе ABCD  $AO = 6 \text{ см}$ ,  $BO = 8 \text{ см}$ , вычислите площадь ромба.



5. Площадь заштрихованного участка в прямоугольнике ABCD ( $S_{\Delta COD}$ ) равна  $50 \text{ см}^2$ .

Найдите площадь прямоугольника.

- A)  $100 \text{ см}^2$     B)  $150 \text{ см}^2$     C)  $200 \text{ см}^2$     D)  $120 \text{ см}^2$

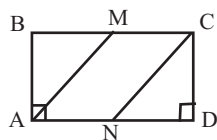


6. Установите соответствие

В прямоугольнике ABCD  $AM \parallel CN$ ,  $BM = MC = 3 \text{ см}$ ,  $AB = 4 \text{ см}$

1.  $S_{ABCD}$     2.  $S_{\Delta ABM}$     3.  $S_{\Delta MCN}$

- A)  $12 \text{ см}^2$     B)  $24 \text{ см}^2$     C)  $AM \cdot CD$     D)  $6 \text{ см}^2$

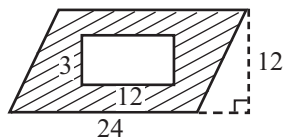


7. Длина одной стороны прямоугольника равна  $(x + 1) \text{ см}$ , а площадь  $(3x^2 + 2x - 1) \text{ см}^2$ . Покажите выражение периметра прямоугольника с переменной  $x$ .

- A)  $4x + 1$     B)  $2x - 1$     C)  $8x$     D)  $8x - 1$

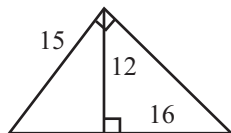
8. По данным рисунка найдите площадь заштрихованного участка.

- A) 252    B) 258    C) 28    D) 262



9. По данным найдите площадь прямоугольного треугольника.

- A) 120    B) 150    C) 180    D) 140



10. Вычислите площадь квадрата с диагональю  $2\sqrt{2}$  см.

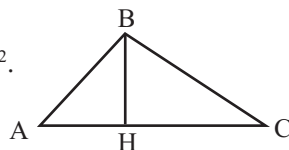
- A) 2      B) 4      C)  $4\sqrt{2}$       D)  $2\sqrt{2}$       E)  $8\sqrt{2}$

11. Острый угол ромба со стороной 10 см составляет 20% от тупого угла. Найдите площадь ромба.

- A) 20      B) 30      C) 40      D) 50

12. В треугольнике ABC  $АН : НС = 2 : 3$  и  $S_{\triangle ABC} = 60 \text{ см}^2$ . Найдите площадь треугольника BHC.

- A)  $36 \text{ см}^2$     B)  $24 \text{ см}^2$     C)  $30 \text{ см}^2$     D)  $32 \text{ см}^2$



13. Вычислите площадь трапеции со средней линией 12 см и высотой 9 см.

- A)  $98 \text{ см}^2$       B)  $108 \text{ см}^2$       C)  $112 \text{ см}^2$       D)  $120 \text{ см}^2$

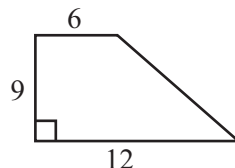
14. Установите соответствующее выражение для ромба с диагоналями  $d_1, d_2$ , периметром P, площадью S.

1.  $d_1=6 \text{ см}, d_2=8 \text{ см}$     2.  $d_1=12 \text{ см}, d_2=16 \text{ см}$     3.  $d_1=18 \text{ см}, d_2=30 \text{ см}$

- A)  $S=270 \text{ см}^2$       B)  $P=20 \text{ см}$       C)  $S=96 \text{ см}^2$       D)  $S=24 \text{ см}^2$

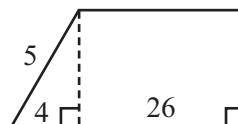
15. Вычислите площадь трапеции по данным рисунка

- A) 80      B) 72      C) 90      D) 81



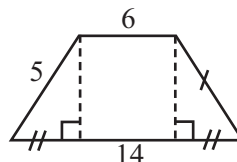
16. По рисунку найдите площадь трапеции

- A) 84      B) 72      C) 76      D) 63



17. Вычислите площадь трапеции по данным

- A) 24      B) 28      C) 32      D) 30



18. Диагонали равнобедренной трапеции с основаниями 18 см и 8 см взаимно перпендикулярны. Найдите площадь данной трапеции.

- A)  $169 \text{ см}^2$     B)  $142 \text{ см}^2$     C)  $146 \text{ см}^2$     D)  $152 \text{ см}^2$

## Раздел IV

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часов	Стр. учебника
<p>1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорции, формулы для нахождения процента при решении задач.</p> <p>2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации.</p> <p>2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями.</p> <p>3.1.2. Строит медиану заданного треугольника, строит перпендикуляр из заданной точки к заданной прямой.</p> <p>3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма, ромба, трапеции.</p> <p>3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб и трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.</p> <p>3.2.1. Знает понятие поворота и может применить для преобразования фигур.</p> <p>3.2.2. Строит конгруэнтную фигуру, используя симметрию и поворот.</p> <p>4.2.1 Составляет проект в соответствии с масштабом для заданной задачи и реализует его.</p>	90-95	Рациональные уравнения Решение задач с помощью рациональных уравнений	6	119-125
	96-98	Преобразование фигур, поворот	3	126-129
	99,100	Решение задач с использованием пропорций и отношений	2	130-131
	101	Масштаб, отношение	1	132
	102	Пропорциональные отрезки	1	133-134
	103-104	Подобные четырехугольники, подобные треугольники	2	135-136
	105-107	Подобные треугольники. Решение задач с применением подобия треугольников	3	137-140
	108-110	Признаки подобия прямоугольных треугольников	3	141-143
	111,112	Применение подобия треугольников	2	144-147
	113,114	Задачи на построение. Свойства медиан	2	148-149
	115	Преобразование подобия, гомотетия	1	150-151
	116, 117	Площади подобных фигур	2	152-153
	118	Обобщающие задания	1	154-155
	119	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
		Всего	30	

## Урок 91-95. Стр. 119-125 учебника. Рациональные уравнения. Решение задач с применением рациональных уравнений. 6 часов.

**Содержательный стандарт.** 2.1.1. Составляет квадратное уравнение, соответствующее жизненной ситуации. 2.2.1. Выполняет действия над рациональными выражениями. 2.2.2. Решает квадратные уравнения

### Навыки учащегося:

- Упрощает и решает рациональные уравнения, применяя действия над рациональными выражениями;
- Делит задачи на фрагменты, приводящие к рациональным уравнениям, и записывает выражение, соответствующее каждому фрагменту;
- Записывает уравнение, соответствующее решению задачи, и решает его
- Оценивает корни уравнения согласно условию задачи.

Решение рациональных уравнений основывается на умении сложения и вычитания рациональных выражений, упрощении, решении квадратных и линейных уравнений. При решении рационального уравнения обращается внимание на определение значений, при которых уравнение не имеет смысла.

**У.1. (Стр. 119).** Решим уравнение:

$$\frac{2n}{n-1} + \frac{n-5}{n^2-1} = 1 \quad n \neq \pm 1, \text{ указав ОДЗ, умножим на } (n-1)(n+1) \text{ обе стороны уравнения.}$$

$2n(n+1) + (n-5) = (n+1)(n-1)$ ,  $2n^2 + 2n + n - 5 = n^2 - 1$ ,  $n^2 + 3n - 4 = 0$   
 $(n+4)(n-1) = 0$   $n = -4$ ,  $n = 1$  По условию ОДЗ  $n = 1$  является значением, при котором уравнение не имеет смысла и не относится к корням уравнения.  
Ответ:  $n = -4$ .

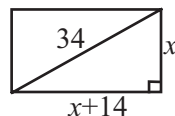
Также наряду с навыками определять посторонние корни, рекомендуется уделять внимание на проверку решений.

**У.7. (стр.121)** Рекомендуется выполнять задание следующими способами

1. Определяются данные задачи:

- Длина одной из сторон прямоугольника  $x$  см

По условию длина другой стороны  $(x+14)$  см, диагональ 34 см



2. На рисунке отмечаются определенные данные.

3. Обсуждением определяется применение теоремы Пифагора для решения задачи. По теореме Пифагора:

$$(x+14)^2 + x^2 = 34^2 \quad x^2 + 28x + 196 + x^2 = 1156 \quad 2x^2 + 28x - 960 = 0$$

$$x^2 + 14x - 480 = 0 \quad x = -7 \pm 23; \quad x = 16, \quad x + 14 = 30.$$

Учитывая то, что длина измеряется положительным числом, ученики отмечают, что решению задачи удовлетворяют только положительные корни.

Ответ: Стороны прямоугольника равны 16 м и 30 м.

**У.2. (стр.122)** Две бригады выполняют работу за 6 дней. Вместе за один день они выполняют  $\frac{1}{6}$  часть работы, первая-  $\frac{1}{x}$  часть, а вторая  $\frac{1}{x+5}$  часть. Отсюда  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \Rightarrow 6(x+5) + 6x = x(x+5) \Rightarrow 12x+30 = x^2+5x, x^2-7x-30=0$

$$x=10, x=-3$$

Ответ: I бригада выполнит работу за 10 дней, а II бригада- за 15 дней.

**У.3. (стр.123)** Скорость 1-го лыжника  $x$ , а 2-го  $x+2$ . Время, потраченное на путь будет, соответственно,  $t_1 = \frac{20}{x}$  и  $t_2 = \frac{20}{x+2}$ . Учитывая, что  $t_1 - t_2 = 20$  минут  $= \frac{1}{3}$  часа, получим уравнение  $\frac{20}{x} - \frac{20}{x+2} = \frac{1}{3}$

$$x(x+2) = 3 \cdot 20(x+2) - 3 \cdot 20x \quad x^2 + 2x = 60x + 120 - 60x \Rightarrow x^2 + 2x - 120 = 0$$

$$x_1 = 10, x_2 = -12 \Rightarrow x+2 = 10+2 = 12 \quad v_1 = 10 \text{ км/ч}, v_2 = 12 \text{ км/ч},$$

**Д.125-11.** 1-ая труба за 1 час наполняет  $\frac{1}{n}$  часть цистерны с бензином, а 2-ая  $\frac{1}{m}$  часть. Вместе трубы за 1 час наполняют  $\frac{1}{n} + \frac{1}{m} = \frac{m+n}{n \cdot m}$  часть цистерны с бензином. Предположим, что трубы наполняют цистерну за  $t$  часов, тогда  $\frac{m+n}{n \cdot m} \cdot t = 1$ . Отсюда  $t = \frac{n \cdot m}{m+n}$  (часы).

Исследуются общие свойства задач, приводящих к рациональным уравнениям. Обсуждаются простые случаи с учениками с различным уровнем восприятия.

## Урок 96-98. Стр. 126-129 учебника. Преобразование фигур. Поворот. 3 часа.

### Содержательный стандарт.

3.2.1. Знает понятие поворота и может применить для преобразования фигур.

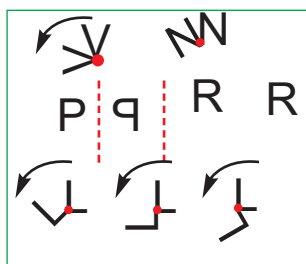
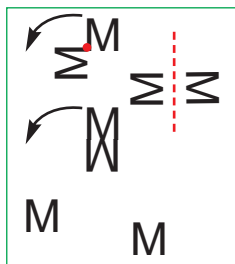
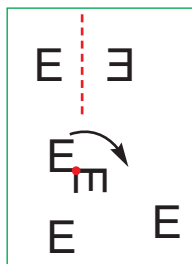
3.2.2. Строит конгруэнтную фигуру, используя симметрию и поворот.

### Навыки учащегося:

- манипулятивно показывает различные движения фигур;
- показывает различные движения фигур, начертив их;
- понимает конгруэнтность новых фигур, образованных в результате движения фигур;
- Строит узоры и модели, образуемые движением фигур.

Рекомендуется заранее подготовить плакаты, отображающие движение фигур.

**Мотивация.** Ученики могут строить модели только на одной букве, на различных буквах, а также на цифрах и фигурах.



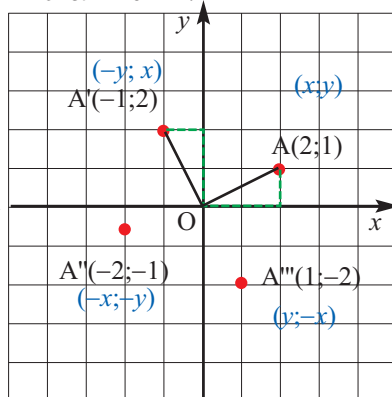
Учащимся задаются вопросы по содержанию плаката: Какое движение буквы Е изображено на плакате?

- Как вы можете описать движение отражения? Отмечается, что в результате движения отражения получается зеркальное отражение фигуры. Также движение отражения может быть представлено как осевая симметрия. При движении отражения расстояние от всех точек объекта и его отражения остаются одинаковыми по отношению к линии отражения (осевой симметрии). Аналогичные сведения высказывают для движения вращения и скольжения.

**Обучение.** Задание на исследование выполняется общеклассным обсуждением. Исследуется правило изменения координат вершин фигур в результате поворота. Это преобразование исследуется сначала на одной точке - А. Вопрос: Как изменились координаты точки А при повороте на  $90^\circ$  в направлении против часовой стрелки относительно начала координат? Значение координат точки изменились как

$$x \rightarrow -y \text{ и } y \rightarrow x.$$

$$(x;y) \rightarrow (-y; x)$$



Вопрос: Что вы можете сказать о координатах точки А'', полученной при повороте точки А' относительно начала координат в направлении против часовой стрелки на  $90^\circ$ . Координаты изменяются как  $(-y; x) \rightarrow (-x; -y)$ . Что вы можете сказать о координатах точки А''', полученной при повороте точки А'' относительно начала координат в направлении против часовой стрелки? Координаты изменяются как  $(-x; -y) \rightarrow (y; -x)$ .

Вопросы для расширения обучения: мы определили положение каждой точки после каждого поворота на  $90^\circ$  по отношению к положению изначальной.

Как мы можем определить положения точек А', А'', А''' по отношению к данной точке А? Точка А' совершила поворот по отношению к точке А на  $90^\circ$ .

$$(x;y) \rightarrow (-y; x)$$

Точка А'' получена поворотом вокруг О точки А на  $180^\circ$ .  $(x; y) \rightarrow (-x; -y)$

Точка А''' получена поворотом вокруг О точки А на  $270^\circ$ .  $(x; y) \rightarrow (y; -x)$

Дается самостоятельное задание: отметьте на плоскости координат любую точку и изобразите ее поворот по часовой стрелке или наоборот на  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ .

Задание может быть выполнено всем классом по приведенному ниже примеру.

Ученик, сидящий за первой партой, записывает информацию о движении поворота и передает товарищу, сидящему за ним; - второй ученик дополняет записанную информацию и передает следующему и т.д. Затем вместе обсуждается, была ли представлена вся информация, описывающая поворот.

Координаты данной точки	Поворот по отношению к началу координат против движения часовой стрелки			
	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$(x; y)$	$(-y; x)$	$(-x; -y)$	$(y; -x)$	$(x; y)$

Обращается внимание на правильность угла поворота и центра поворота (в данном случае это начало координат). На координатной плоскости выполняются задания поворота против движения часовой стрелки (положительное) или по часовой стрелке (отрицательное).

## Урок 99, 100. Стр. 130-131 учебника. Отношение и пропорция

**Содержательный стандарт.** 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении разных задач.

### Навыки учащегося:

- составляет новые пропорции по данной пропорции;
- применяет свойства пропорций;
- использует свойства пропорций в решении задач.

**Мотивация.** На заранее подготовленном плакате записываются определение пропорции, свойства его членов. Указываются пропорции, полученные при изменении мест средних и крайних членов пропорции. Учащиеся записывают данные пропорции в тетради и проявляют собственное отношение. Выполняются упражнения, данные в учебнике.

**У.9.** Перед решением задания у учащихся спрашивается сколько градусов составляет сумма внутренних углов треугольника. Наблюдается описание углов каждым учеником в тетради.

Дано.

$\triangle ABC$

$\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 3 : 4$

$\angle A = ?$

$\angle B = ?$

$\angle C = ?$

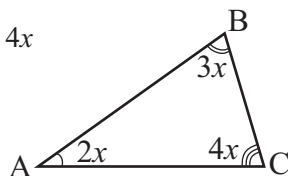
$\angle A = 2x; \angle B = 3x; \angle C = 4x$

$2x + 3x + 4x = 180^\circ$

$x = 20^\circ$

$\angle A = 40^\circ; \angle B = 60^\circ;$

$\angle C = 80^\circ$



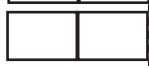
**У.11.** 2)  $\frac{2}{3}$  части денег Диляры равны  $\frac{1}{2}$  части денег Джавида. Найдите отношение денег Диляры к деньгам Джавида.

1) Задание с легкостью выполняется с помощью модели целое - часть. Этапы зарисовки модели целое - часть:

Деньги Диляры



$\frac{1}{2}$  часть денег  
Джавида



Деньги Диляры



Деньги  
Джавида



Как видно из модели:

$$\frac{\text{Деньги Диляры}}{\text{Деньги Джавида}} = \frac{3}{4}$$

2) Составлением пропорции: Если у Диляры имеется  $d$  манат, а у Джавида -  $c$  манат денег, то  $\frac{2}{3}d = \frac{1}{2}c \Rightarrow 4d = 3c \quad \frac{d}{c} = \frac{3}{4}$

## Урок 101. Стр. 132 учебника. Масштаб.

### Содержательный стандарт.

4.2.1 На основе масштаба, соответствующего требуемой задаче, составляет и претворяет в жизнь проект.

### Навыки учащегося.

- определяет размеры на рисунке, проводя измерения;
- находит реальные размеры объекта по данному масштабу;
- принимая масштаб, чертит план и рисунок объекта.

**Мотивация.** Учащимся предлагается начертить план школьной футбольной площадки. Задаются направляющие вопросы:

- 1) Можно ли начертить план площадки в тетради в реальных размерах?
- 2) Каковы будут размеры площадки на рисунке, если взять масштаб 1:1000?

**Обучение. У.2.** В задании измерениями линейкой определяются размеры каждой комнаты квартиры на рисунке и после этого по данному масштабу вычисляются реальные размеры.

**У.6.** 1) Каждые 2,5 см расстояния на карте в реальности соответствуют 15 км. Сколько км составляет расстояние между двумя городами, если на карте это расстояние равняется 23,3 см? Решить задачу можно двумя способами.

**I способ.** Составление пропорции

$$\frac{2,5}{15} = \frac{23,3}{x}$$

$$x = \frac{15 \cdot 23,3}{2,5} = 139,5 \text{ км}$$

**II способ.** Определение масштаба

$$1) \frac{2,5 \text{ см}}{15 \text{ км}} = \frac{2,5 \text{ см}}{1500000 \text{ см}} = 1 : 600000$$

Каждый 1 см на карте соответствует 600 000 см или 6 км.

$$2) 23,3 \text{ см в реальности соответствует } 23,3 \cdot 6 = 139,8 \text{ км.}$$

## Урок 102. Стр. 133-134 учебника. Пропорциональные отрезки

**Содержательный стандарт.** 1.2.5 Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении задач.

### Навыки учащегося.

- устно и письменно представляет теорему о пропорциональных отрезках и ее доказательство;
- решает задачи с применением теоремы о пропорциональных отрезках;
- делит отрезок на конгруэнтные части или на данное отношение.

**Обучение.** Выполняются упражнения, данные в учебнике.

**У.4.** 3) Если отношение углов треугольника будет как  $2 : 3 : 7$ , то к какому виду треугольников можно отнести данный треугольник?



Решение: учащиеся выполняют самостоятельную работу. В конце проверяются и изучаются ответы.

Ставятся вопросы:

– Было ли необходимо находить градусное измерение каждого угла данного треугольника?

– К какому результату мы придем, если сравним наибольший угол данного треугольника с суммой двух остальных углов?

**Мотивация.** Выполняется практическое занятие. Проводятся соответствующие измерения, вычисляются данные отношения и высказываются разные мнения. В итоге выдвигаются следующие теоремы:

**Теорема 1.** Параллельные прямые, пересекающие две или более прямые, делят эти прямые на пропорциональные отрезки.

**Теорема 2.** Если параллельные прямые на одной секущей образуют конгруэнтные отрезки, то и на любой секущей образуют конгруэнтные отрезки. Чтобы разделить данный отрезок на конгруэнтные части, ученики выполняют задачу на построение этапами.

Учащимся рекомендуется наблюдать за действиями деления отрезка в определенном отношении по данным интернет-ресурсам. В центре внимания каждого учащегося сохраняются данные построения, указанные в учебнике.

Выполняются задания, данные в учебнике.

**У.6. Решение**  
задания:

$$2 \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}^2 + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}^2$$

$1 + \sqrt{5} \qquad 2 \qquad x$

1) найдем неизвестную сторону меньшего прямоугольника

$$1 + \sqrt{5} = 2 + x \qquad x = \sqrt{5} - 1$$

2) запишем отношение сторон меньшего прямоугольника

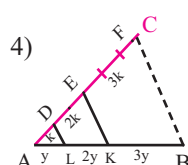
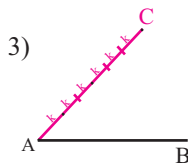
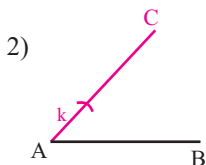
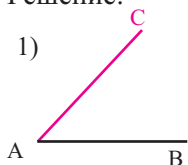
$$\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)}{2(\sqrt{5} + 1)} = \frac{4}{2(\sqrt{5} + 1)} = \frac{2}{\sqrt{5} + 1}$$

Дополнительно учащимся может быть задан следующий вопрос:

Если требуется разделить определенный отрезок в отношении 1:2:3, то какими действиями необходимо выполнить данное построение?

Учащиеся демонстрируют знания об отношении устными объяснениями.

Решение:



$DL \parallel EK \parallel FB$

## Урок 103-105. Стр. 135-136 учебника. Подобные четырехугольники, подобные треугольники. 3 часа.

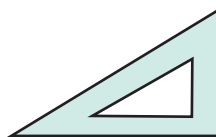
**Содержательные стандарты** 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорции, формулы для нахождения процента при решении задач.

3.1. Исследует свойства и признаки фигур с помощью геометрических изображений, представлений и логических обсуждений; отношения и пропорции, формулы для нахождения процента при решении задач.

### Навыки учащегося.

- определяет соответствующие углы и соответствующие стороны подобных четырехугольников и подобных треугольников;
- понимает конгруэнтность соответствующих углов и равенство отношений соответствующих сторон подобных фигур;
- решает задачи о подобии.

**Мотивация.** На доске демонстрируется изображение линейки треугольной формы. Задается вопрос: являются ли конгруэнтными соответствующие углы “больших” и “малых” треугольников. Выслушиваются мнения о длине соответствующих сторон.



В качестве мотивации можно вести исследования над пропорциональным увеличением и уменьшением рисунков в компьютере. Например, как изменятся размеры соответствующих сторон рисунка с размерами  $3 \times 4$  см при увеличении в 2 раза? Ответ:  $6 \times 8$ . А при увеличении в 3 раза?  $9 \times 12$ . Изменится ли геометрическая форма рисунка?

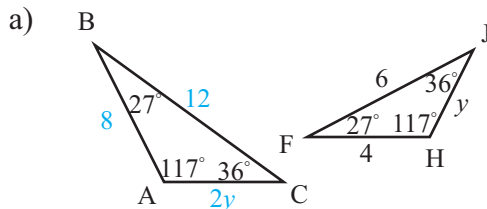
Учащимся рекомендуется вычислить отношение сторон и в первом, и во втором случаях. Отмечается, что в 2 и в 3 раза увеличенный рисунок прямоугольной формы является подобным изначальному. Определяется равенство соответствующих углов, а также отношения соответствующих сторон подобных фигур.



Вычисляются коэффициенты подобия подобных четырехугольников и подобных треугольников. Уделяется внимание на возможность выражения коэффициента подобия разными способами в зависимости от последовательности сравнения. Например, если отношение соответствующих сторон большего и меньшего треугольников  $3:2$ , то отношение соответствующих сторон меньшего треугольника к большему будет  $2:3$ .

Выполняются задания из учебника на определение равенства соответствующих углов и отношения соответствующих сторон.

**У.1.** На основе рисунка каждый ученик указывает конгруэнтность соответствующих углов, показывает соответствующую этим углам сторону и вычисляет соответствующее отношение.



Соответствующие углы:  $\angle A \cong \angle H$ ,  $\angle B \cong \angle F$ ,  $\angle C \cong \angle J$

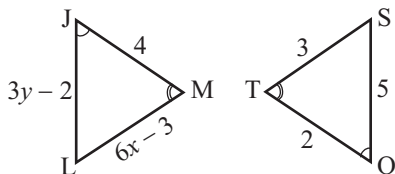
Соответствующие стороны:  $BC$  и  $FJ$ ,  $AC$  и  $JH$ ,  $AB$  и  $FH$

Отношения:  $\frac{BC}{FJ} = \frac{12}{6} = 2$      $\frac{AC}{JH} = \frac{6}{3} = 2$      $\frac{AB}{FH} = \frac{8}{4} = 2$

Значит, соответствующие углы треугольников, изображенных на рисунке, равны, а соответствующие стороны - пропорциональны, т.е.  $\Delta ABC \sim \Delta HFJ$

**У.2.** б) Найдите переменные по подобию треугольников

По данным рисунка записывается равенство соответствующих углов и отношение соответствующих сторон.



Соответствующие углы:  $\angle J \cong \angle Q$ ,  $\angle M \cong \angle T$ ,  $\angle L \cong \angle S$

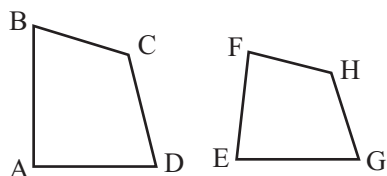
Соответствующие стороны:  $ML$  и  $TS$ ,  $LJ$  и  $SQ$ ,  $JM$  и  $TQ$

Отношения:  $\frac{ML}{TS} = \frac{LJ}{SQ} = \frac{JM}{TQ}$  Отсюда,  $\frac{6x-3}{3} = \frac{3y-2}{5} = \frac{4}{2} = 2$

$6x-3 = 6$      $6y-2 = 10$

$x = 1,5$      $y = 3$

**Во 2-ой час** дается доказательство теоремы о периметре подобных многоугольников (четырехугольников, треугольников). Отношение периметров подобных многоугольников равняется отношению длин соответствующих сторон.



Предложение	Дано
$ABCD \sim EFGH$	Отношение соответствующих сторон подобных фигур равняется коэффициенту подобия.
$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FH} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{EG} = k$	По свойству отношения и пропорции
$AB = k \cdot EF$ $CD = k \cdot GH$ $BC = k \cdot FH$ $DA = k \cdot EG$	Периметр четырехугольника
$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA =$ $= k \cdot (EF + FH + GH + EG) =$ $k \cdot P_{EFGH}$	Упрощение и свойство равенства
$\frac{P_{ABCD}}{P_{EFGH}} = k = \frac{AB}{EF}$ Теорема доказана	

## Урок 106-108. Стр. 137-140 учебника. Признаки подобия треугольников. 3 часа

**Содержательный стандарт.** 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении разных задач.

### Навыки учащегося

- показывает на примерах признаки подобия треугольников;
- использует признаки подобия при решении задач;
- решает задачи с применением признаков подобия, соответствующие реальной жизненной ситуации.

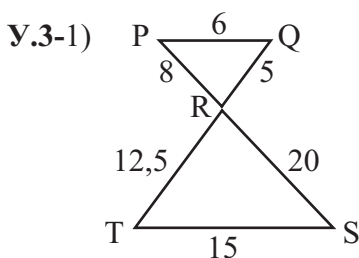
Дополнительные ресурсы: Рабочий лист №1

**Мотивация.** Задается вопрос: Какие треугольники можно называть подобными? Согласно ранее изученным правилам, треугольники являются подобными, если 3 соответствующих угла одного треугольника конгруэнтны 3 соответствующим углам другого треугольника, а также если отношения соответствующих сторон этих треугольников равны. Значит, мы можем говорить о подобии треугольников по отношению между 6 элементами (3 угла, 3 стороны).

Однако, можно говорить о подобии треугольников также по отношению меньших элементов - 2 угла, 2 стороны и 1 угол, 3 стороны. Эти отношения называются признаками подобия.

**Обучение.** Вместе с учениками последовательно исследуются признаки подобия треугольников. Обращается внимание на то, что из этих признаков признак УУ принимается без доказательства. Другие же признаки доказываются на основе этого признака. Доказательство данного в учебнике признака ССС исследуется вместе с учащимися. Рекомендуются выполнить доказательство в тетрадях самостоятельно (в виде домашнего задания) двустолбчатой таблицей.

При решении задач, составленных на признаках подобия треугольников, еще раз обращается внимание на соответствие сторон напротив равных углов и на то, что отношение этих сторон выражает коэффициент подобия.



$$\frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{5}{12,5}$$

из верности равенств

получаем  $\frac{PQ}{TS} = \frac{PR}{RS} = \frac{QR}{RT}$

По признаку ССС это означает, что  $\triangle TRS \sim \triangle QRT$ . Для записи конгруэнтности соответствующих углов выгоднее отмечать соответствующие стороны одинаковым цветом.

Соответствующие стороны: PQ и TS, PR и RS, QR и RT

Соответствующие углы - это углы напротив соответствующих сторон:

$$\angle PRQ \cong \angle SRT, \quad \angle Q \cong \angle T \quad \angle P \cong \angle S$$

С применением признаков подобия треугольников находятся размеры объектов, непосредственно измерить которые невозможно. Это широко используется в реальной жизни в важных измерениях в топологии, строительстве, а также в военных делах. Одним из методов измерения с применением подобия является придуманный великим греческим ученым Фалесом метод тени. С помощью этого метода он вычислил высоты древних египетских пирамид. Подробнее об этом говорится в задании 17 на 147-ой странице учебника.

Выполняются задания в учебнике. Уделяется внимание выполнению данных задач каждым учеником. Постольку, поскольку задания в учебники даны в виде рисунков и многие из них соответствуют реальной жизненной ситуации, рекомендуется обращать внимание на решение задачи каждым учащимся в тетради, обеспечивать участие в обсуждениях, создавать условия высказыванию своего мнения.

### 1-ый час. У.6.

1) Из-за того, что диагонали трапеции ABCD являются внутренними накрест лежащими углами,

$$\angle OCB \cong \angle OAD$$

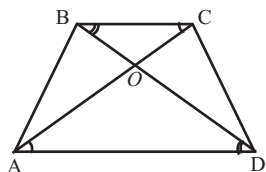
$$\angle OBC \cong \angle ODA$$

По признаку УУ  $\triangle OCB \sim \triangle OAD$

$$\text{Отсюда } \frac{OC}{OA} = \frac{CB}{AD} = \frac{OB}{OD}$$

При  $BO = 8 \text{ см}, OD = 12 \text{ см}, AD = 15 \text{ см}$

$$\frac{8}{12} = \frac{BC}{15} \quad BC = \frac{8 \cdot 15}{12} = 10 \text{ см}$$



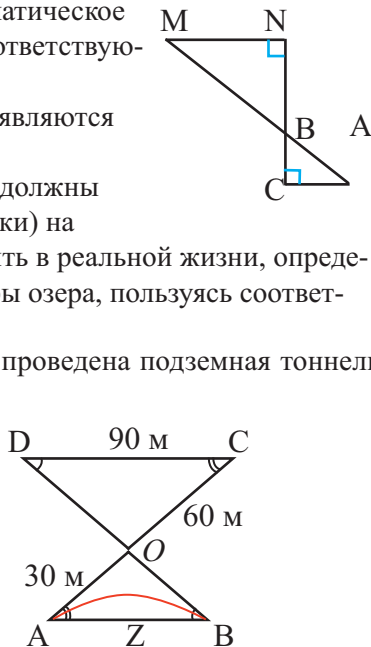
**2-ой час. У.10.** Ученики чертят в тетрадях схематическое изображение, данное на рисунке и проводят соответствующие отметки, доказывают, что  $\triangle ABC \sim \triangle MBN$ .

$\angle N = \angle C = 90^\circ$ , из-за того что  $\angle ABC \cong \angle MBN$  являются вертикальными углами.

По признаку УУ  $\triangle ABC \sim \triangle MBN$ . Обязательно должны быть выполнены задания на построение (рисунки) на определение длин, которые невозможно измерить в реальной жизни, определенным масштабом. Находят настоящие размеры озера, пользуясь соответствующими измерениями масштаба.

**У.11.** На указанной части горы должна быть проведена подземная тоннель. Найдите длину тоннели (Z).

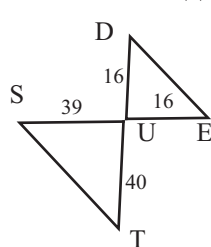
<p>Дано</p> <p><math>\angle A \cong \angle C</math></p> <p><math>\angle D \cong \angle B</math></p> <p><math>AO \cong 30 \text{ м}</math></p> <p><math>OC \cong 60 \text{ м}</math></p> <p><math>CD \cong 90 \text{ м}</math></p> <hr/> <p><math>AB = Z = ?</math></p>	<p>По признаку УУ</p> <p><math>\triangle OAB \sim \triangle OCD</math></p> <p><math>\frac{OA}{OC} = \frac{AB}{CD} = \frac{OB}{OD}</math></p> <p><math>\frac{30}{60} = \frac{Z}{90} \quad Z = 45 \text{ м}</math></p>
--	--



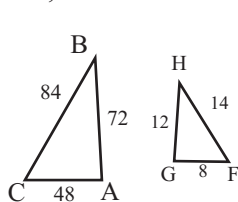
# Рабочий лист № 1 Подобие треугольников

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

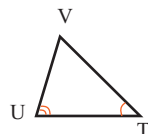
1) Какие два из треугольников на рисунке являются подобными?  
Если есть подобие, напишите его признак



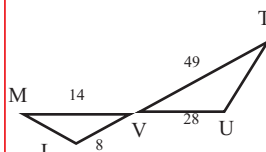
$\Delta UTS \sim$



$\Delta CBA \sim$

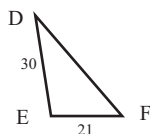
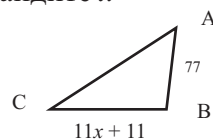
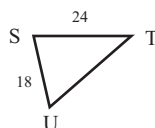
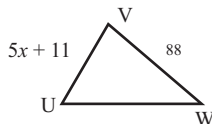
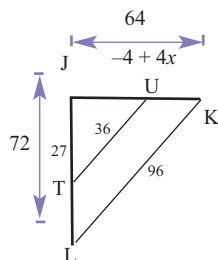


$\Delta LJK \sim$



$\Delta VUT \sim$

2) Треугольники на рисунке являются подобными . Найдите  $x$



## Таблица самооценивания



Не понимаю задание



Понимаю требуемое в задании, но не могу решить



Знаю как надо решать задание, однако в вычислениях допустил несколько ошибок



Понимаю задание и выполняю его

Навыки	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
По данным сведениям определяет, являются ли два треугольника подобными				
Записывает отношения подобия				

## Урок 109-110. Стр. 141-143 учебника. Подобие прямоугольных треугольников. 2 часа

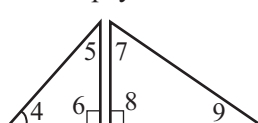
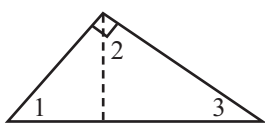
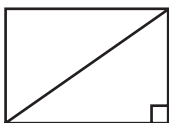
**Содержательный стандарт.** 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении разных задач.

### Навыки учащегося.

- разъясняет на рисунке деление прямоугольного треугольника высотой, проведенной к гипотенузе, на два подобных треугольника.

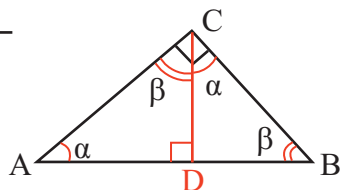
**1-ый час.** В качестве мотивации проводятся исследования в учебнике

- 1) Разделить прямоугольник по диагонали.
- 2) При складывании одного из полученных треугольников создается след высоты, проведенной с вершины прямого угла.
- 3) Разрезанием по высоте делится на два треугольника.
- 4) Измеряются углы каждого треугольника.
- 5) Определяются углы, конгруэнтные  $\angle 1$ .
- 6) Высказываются доводы о подобии подобных треугольников.



**Теорема** Высота, проведенная из вершины прямого угла прямоугольного треугольника, делит его на два подобных треугольника, каждый из которых подобен данному треугольнику.

Предложение	Обоснование
1. $\triangle ABC \quad \angle C = 90^\circ$ $CD \perp AB$	Дано
2. $\angle A \cong \angle BCD = \alpha$ $\angle ACD = \angle B = \beta$	Перпендикулярные углы соответствующих сторон
3. $\triangle ACD \sim \triangle CBD \sim \triangle ABC$ Теорема доказана.	По признаку УУ

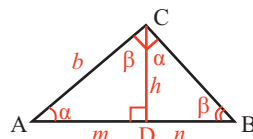


Понятие геометрическая средняя обсуждается с учащимися. Для положительных чисел  $a$  и  $b$  геометрической средней является  $x = \sqrt{ab}$ . Используя понятие геометрической средней, формируются результаты, полученные в вышеуказанной теореме.

**Результат 1.** Длина высоты, проведенной с вершины прямого угла к гипотенузе равняется геометрической средней отрезков гипотенузы, разделенной высотой.

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB} \quad \text{или по обозначениям} \quad \frac{m}{h} = \frac{h}{n} \quad h^2 = mn \quad h = \sqrt{mn}$$

Предложение	Обоснование
$\triangle ADC \sim \triangle CDB$ $\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB}$ Теорема доказана.	Согласно теореме Отношение соответствующих сторон



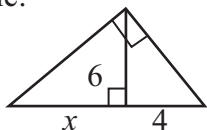
**Результат 2.** По теореме  $\triangle ABC \sim \triangle ACD$  и  $\triangle ABC \sim \triangle CBD$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BC}{CD} = \frac{AC}{AD}$$

**2-ой час. У.4.** Найдите  $x$  по данным

Решение:

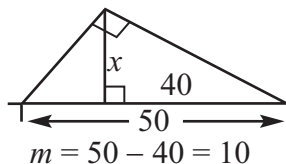
1)



По результату 1:

$$\frac{x}{6} = \frac{6}{4} \quad 4x = 36 \quad x = 9$$

2)

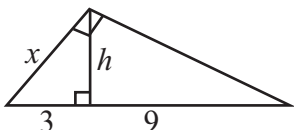


По результату 2:

$$\frac{m}{x} = \frac{x}{40} \quad x^2 = 40 \cdot m = 400$$

$$x = 20$$

3)



$$a) \quad \frac{3}{h} = \frac{h}{9} \quad h^2 = 27$$

$$b) \quad x^2 = h^2 + 3^2 \quad (\text{по теореме Пифагора})$$

$$x = \sqrt{27 + 9} = \sqrt{36} = 6$$

**У.7.** Дано:

$$AD = 8$$

$$DC = 4,5$$

$$h = ?$$

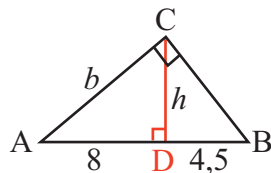
$$b = ?$$

$$1) \quad \frac{8}{h} = \frac{h}{4,5}$$

$$h^2 = 36 \quad h = 6$$

$$2) \quad b^2 = 8^2 + h^2 = 100$$

$$b = 10$$



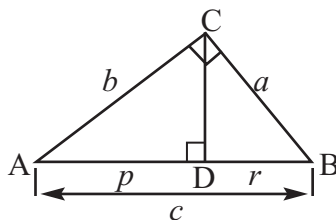
**У.8.** В задании, пользуясь результатом 2, дается доказательство теоремы Пифагора. Учащиеся записывают доказательство, отмечая основания для каждого высказывания.

Дано:

Прямоугольный треугольник  $\triangle ABC$

$CD$  - высота.

Докажите:  $c^2 = a^2 + b^2$



Предложение	Основание
1. $BD$ - высота $\triangle ABC$	Дано
2. $\frac{c}{a} = \frac{a}{r}, \quad \frac{c}{b} = \frac{b}{p}$	1. По результату 2
3. $cr = a^2, \quad cp = b^2$	2. Свойство пропорции
4. $cr + cp = a^2 + b^2$	3. Сложение почленно верных равенств
5. $c(r + p) = a^2 + b^2$	4. Вынесение общего множителя за скобки
6. $r + p = c$	5. Сложение отрезков
7. $c^2 = a^2 + b^2$	6. Свойство равенства

Теорема доказана.



## Урок 111-113. Стр. 144-147 учебника. Применение подобия треугольников. 3 часа

**Содержательный стандарт.** 1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении разных задач.

### Навыки учащегося:

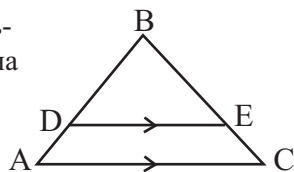
- разъясняет на рисунке деление параллельных прямых секущими на пропорциональные отрезки;
- представляет теорему о делении на пропорциональные отрезки;
- делит данный отрезок в требуемом соотношении.

**Интернет-ресурс:** <http://www.mathopenref.com/constdividesegment.html>

(Dividing a segment into several equal parts)

**1-ый час.** Исследуется в каких случаях секущая сторон треугольника делит его стороны на пропорциональные отрезки. Приводятся прямые и обратные теоремы. В задании У.1 доказательство теоремы ведется обсуждениями согласно данному плану.

**Теорема.** Прямая, пересекающая две стороны треугольника, и параллельная третьей стороне, делит стороны на пропорциональные отрезки.  $DE \parallel AC$ ,  $\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$



Предложение	Основание
1. $\triangle ABC$ $DE \parallel AC$	1. Дано
2. $\angle A \cong \angle D$ $\angle C \cong \angle E$	2. Соответствующие углы
3. $\triangle ABC \sim \triangle DBE$	3. По признаку УУ
4. $\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC}$	4. Отношение соответствующих сторон
5. $\frac{AD + DB}{DB} = \frac{CE + BE}{BE}$	5. Сложение отрезков Свойства пропорции
6. $\frac{AD}{DB} = \frac{CE}{BE}$ $\frac{BE}{CE} = \frac{BD}{AD}$	6. Свойство пропорции

**У. 4.** Применяется теорема о пропорциональных отрезках.

$$\frac{0,3}{0,9} = \frac{x}{1,5}$$

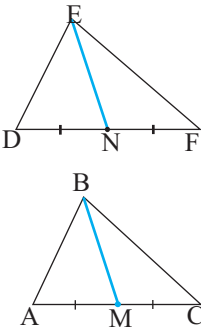
$$x = \frac{0,3 \cdot 1,5}{0,9} = 0,5$$

Ответ: Расстояние от улицы “Чинарлы” до входа в городок по улице “Китабхана”  $1,5 + 0,5 = 2$  км.



После общеклассного обсуждения ученики записывают в тетради теоремы, выражающие отношение между соотношениями высот, медиан, биссектрис подобных треугольников и отношением сторон. Деятельность каждого учащегося находится под вниманием.

**Теорема 2.** Если два треугольника подобны, то отношение длин соответствующих медиан равно отношению длин соответствующих сторон.

Предложение	Основание	
$\angle A \cong \angle D$	$\triangle ABC \sim \triangle DEF$	
$AM = \frac{1}{2} AC$	Медиана делит противоположную сторону пополам	
$DN = \frac{1}{2} DF$	Равенство отношений	
$\frac{AM}{DN} = \frac{AC}{DF}$	$\triangle ABM \sim \triangle DEN$	
$\frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$	Свойство транзитивности равенства	
$\frac{AM}{DN} = \frac{AB}{DE}$	Признак СУС	
$\triangle ABM \sim \triangle DEN$	Отношения соответствующих сторон	
$\frac{AB}{DE} = \frac{BM}{EN} = \frac{AM}{DN}$		
$\frac{BM}{EN} = \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$		

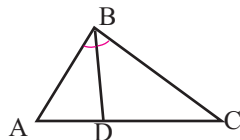
Аналогичным способом выполняется доказательство **Теоремы 1**.

### Свойство биссектрисы треугольника.

При доказательстве теоремы обращается внимание на запись теоремы словами, соответствующий рисунок и обозначение буквами.

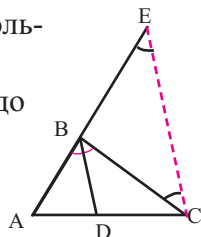
**Теорема.** Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

$$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$$



Доказательство: Чтобы выполнить доказательство, воспользуемся вспомогательной прямой.

Начертим  $CE \parallel BD$ . Продлим сторону  $AB$  и прямую  $CE$  до их пересечения.

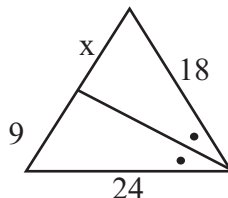


Предложение	Основание
1. $\angle ABD \cong \angle CBD$	1. Биссектриса делит угол пополам
2. $\angle E \cong \angle ABD$	2. Соответствующие углы
3. $\angle CBD \cong \angle BCE$	3. Внутренние накрест лежащие углы
4. $BC \cong BE$	4. CBE равнобедренный
5. $\triangle ABD \sim \triangle AEC$	5. Признак УУ
6. $\frac{AE}{AB} = \frac{AC}{AD}$	6. Отношение соответствующих сторон
7. $\frac{AB + BE}{AB} = \frac{AD + DC}{AD}$	7. Сложение отрезков
8. $\frac{BE}{AB} = \frac{DC}{AD} \quad \frac{BC}{AB} = \frac{DC}{AD}$	8. Пропорция и ее свойства
$\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$	9. Свойство пропорции
9. $BE = BC$	Теорема доказана

**У.8.** По рисунку найдите  $x$ .

Решение: По свойству биссектрисы

$$\frac{x}{9} = \frac{18}{24} \quad x = \frac{18 \cdot 9}{24} = \frac{27}{4} = 6,75$$



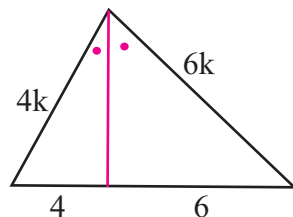
**У.9.** Периметр треугольника равен 50 см. Найдите две стороны треугольника, если биссектриса угла треугольника делит третью сторону на отрезки длиной 4 см и 6 см.

Решение:

Если биссектриса делит противоположную сторону на отрезки длиной 4 см и 6 см, то длины двух других сторон пропорциональны с 4 и 6, т.е. составляют  $4k$  и  $6k$ . По условию,  $P = 50$  см.

$$4k + 6k + 10 = 50, \quad k = 4, \quad 4k = 16, \quad 6k = 24.$$

Длина двух других сторон треугольника равна 16 см и 20 см.



## Урок 114. Стр. 148-149 учебника. Задачи на построение. Свойство медиан.

**Содержательный стандарт.** 3.1.2. Строит медиану заданного треугольника, строит перпендикуляр из данной точки к заданной прямой.

### Навыки учащегося:

- строит медианы данного треугольника с помощью циркуля;
- строит перпендикуляр из заданной точки к заданной прямой.

Оба построения, данные в учебнике, выполняются обсуждениями. Построения рекомендуется наблюдать посредством интернет-адресов:

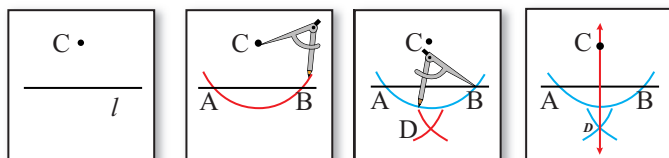
<http://www.mathopenref.com/constdividesegment.html>

<http://www.onlinemathlearning.com/construct-median.html>

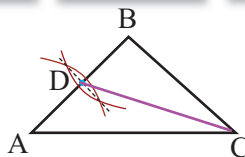
Ключевое слово: **Constructing the medians of a triangle.**

С помощью этого сайта учащиеся могут распечатывать шаги построения в формате PDF и ознакомиться с правильным доказательством.

1. Построение перпендикуляра к данной прямой из заданной точки



2. Построение медианы треугольника основано на построении срединного перпендикуляра отрезка

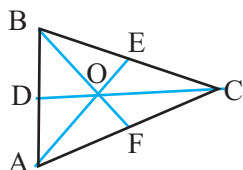


**Мотивация.** Данное в учебнике практическое занятие используется в качестве мотивации. Ученики эмпирическим способом - практическим путем находят центр тяжести треугольника и стараются держать в равновесии пластиковую, картонную доску на кончике карандаша. Преподаватель: как видно, это занимает много времени. Однако, зная, что точка пересечения медиан является центром тяжести, с легкостью можно выполнить это задание. В реальной жизни данное свойство медиан широко используется.

**Точка пересечения медиан треугольника называется центром тяжести треугольника. Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся в точке пересечения в отношении 2:1, начиная от вершины.**

По данному условию можно написать различные отношения. Эти отношения широко используются в решении задач.

$$\begin{aligned} CO : OD &= 2 : 1 \\ AO : OE &= 2 : 1 \\ BO : OF &= 2 : 1 \\ OD : DC &= 1 : 3 \\ OE : AE &= 1 : 3 \\ OF : BF &= 1 : 3 \end{aligned}$$



$$CO : DC = 2 : 3 \quad AO : AE = 2 : 3 \quad BO : BF = 2 : 3$$

$$\begin{aligned} CO &= \frac{2}{3} CD & AO &= \frac{2}{3} AE & BO &= \frac{2}{3} BF \\ OD &= \frac{1}{3} CD & OE &= \frac{1}{3} AE & OF &= \frac{1}{3} BF \end{aligned}$$

Вместе с учащимися исследуются свойства медианы, высоты и биссектрисы равнобедренного треугольника. Это стимулирует в учениках интерес к самостоятельным исследованиям.

**Обучающие занятия.** Выполняются задания У.1, У.2, У.3. Обращается внимание на правильное написание отношений отрезков 2:1, 3:1, 3:2, 2:3, 1:3.

**У.3.** BE и CD - медианы треугольника.

По данным рисунка найдите переменные.

Задание можно выполнить, записав различные отношения.

$$1) CD = 36 + y + 8 = y + 44$$

$$\frac{2}{3}(y + 44) = 36; \quad 2y + 88 = 108; \quad y = 10$$

$$2) 2(y + 8) = 36 \quad y = 10$$

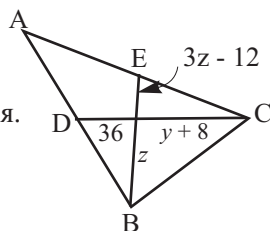
$$3) \frac{1}{3}(y + 44) = y + 8, \quad y + 44 = 3y + 24, \quad y = 10$$

Аналогичные отношения записываются для переменной  $z$ .

Ученикам задается вопрос: 1) Как вы можете найти длину медианы CD, не проводя письменные вычисления?

Если известно, что меньшая часть равна 36, медиана будет  $3 \cdot 36 = 108$ .

$$2) \text{Выразите BE переменной } z: BE = z + \frac{1}{3}z = 1\frac{1}{3}z$$



**Самостоятельные занятия. У.4.** Учащиеся самостоятельно выполняют задание. Также можно воспользоваться рабочим листом в качестве формативного оценивания.

**Оценивание.** Оценивание ведется построением медиан треугольника, прочтением рисунка с геометрическими данными, навыками решения задач с применением свойства медианы.

## Урок 115. Стр. 150-151 учебника. Преобразование подобия. Гомотетия

**Содержательный стандарт. 3.1.** Исследует признаки и свойства фигур при помощи геометрического изображения, представления, воображения и логических обсуждений.

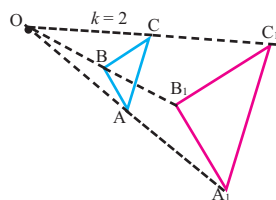
**Навыки учащегося:**

- объясняет гомотетию по рисунку.
- строит гомотетичную фигуру по заданному центру и коэффициенту.

Учащимся объясняется правило выполнения построений о преобразовании подобия. Уделяется внимание следующим пунктам.

1. Чертится изначальная фигура
2. Выбирается центр гомотетии
3. Принимается коэффициент гомотетии

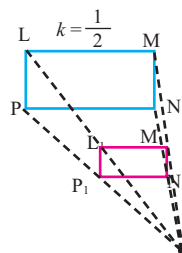
центр  
гомотетии



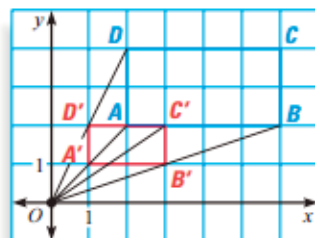
4. С помощью циркуля вычисляется расстояние от центра гомотетии до вершин данной фигуры.
5. По коэффициенту гомотетии с помощью циркуля измеряются расстояния численно с коэффициент подобия, начиная от вершин изначальной фигуры на лучах, исходящих из центра преобразования.

Учащиеся исследуют преобразование подобия при  $k$  больше единицы и при  $k$  меньше единицы.

При  $0 < k < 1$  в результате преобразования фигура уменьшается относительно изначальной фигуры, а при  $k > 1$  увеличивается.



Построение преобразований подобия на координатной плоскости дает более яркое представление подобия. На рисунке определяется, что координаты каждой точки прямоугольника  $A'B'D'C'$ , гомотетически построенного по отношению к прямоугольнику  $ABDC$ , в 2 раза больше первоначальных. Значит, чтобы найти координаты гомотетически построенной фигуры на плоскости координат, координаты изначальной фигуры необходимо умножить на коэффициент  $k$ .



$$A(2, 2) \rightarrow A'(1, 1)$$

$$B(6, 2) \rightarrow B'(3, 1)$$

$$C(6, 4) \rightarrow C'(3, 2)$$

$$D(2, 4) \rightarrow D'(1, 2)$$

Учащиеся демонстрируют понимание преобразования подобия построением преобразования различных многоугольников. Рекомендуется выполнять данное в качестве домашнего задания. Это задание дает возможность оценить навыки учащихся более обширно. Поиском в интернете “**dilation activities**” можно найти более интересные упражнения.

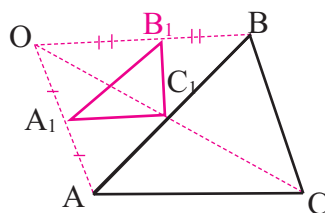
Выполняются данные в учебнике задания. Задания охватывают такие навыки как построение подобных фигур (также на координатной плоскости), определение коэффициента подобия.

**У.4** Каждый ученик выполняет задание в тетради.

- 1) Центр  $O$ ,  $k = \frac{1}{2}$

$$\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC$$

$$\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{B_1C_1}{BC} = \frac{A_1C_1}{AC} = \frac{1}{2}$$



## Рабочий лист № 2

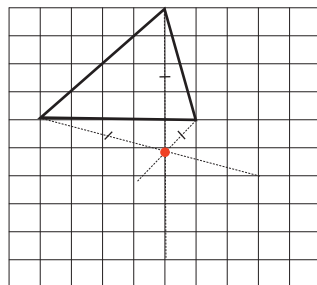
### Гомотетия

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Постройте треугольник, гомотетичный данному треугольнику относительно заданной точки с коэффициентом

a)  $k = \frac{1}{2}$

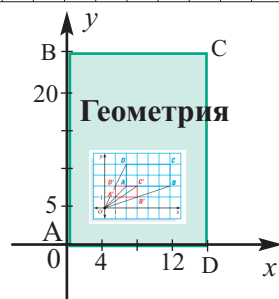
b)  $k = 2$



2) Издательство готовит для рекламы увеличенные и уменьшенные изображения обложки нового учебного пособия по геометрии.

a) Запишите координаты вершин A, B, C, D обложки

A (\_\_\_\_; \_\_\_\_) B (\_\_\_\_; \_\_\_\_), C (\_\_\_\_; \_\_\_\_), D (\_\_\_\_; \_\_\_\_)



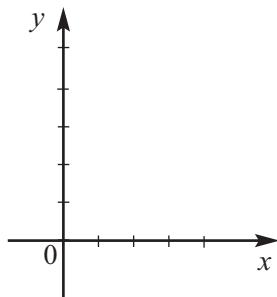
b) Поместите на координатной плоскости координаты вершин A, B, C, D обложки по коэффициенту гомотетии  $k = 2$  и запишите.

A (\_\_\_\_; \_\_\_\_)

B (\_\_\_\_; \_\_\_\_),

C (\_\_\_\_; \_\_\_\_),

D (\_\_\_\_; \_\_\_\_)



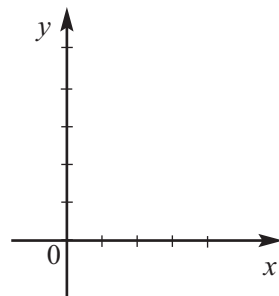
с) Поместите на координатной плоскости координаты вершин A, B, C, D обложки по коэффициенту  $k = \frac{1}{2}$  и запишите.

A (\_\_\_\_; \_\_\_\_)

B (\_\_\_\_; \_\_\_\_),

C (\_\_\_\_; \_\_\_\_),

D (\_\_\_\_; \_\_\_\_)



### Таблица самооценивания



Не понимаю задание



Понимаю требуемое в задании, но затрудняюсь выполнять



Выполнил задание



С легкостью выполнил задание

Навыки	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
По заданному центру и коэффициенту гомотетии строит фигуру, гомотетичную данной				
По координатам гомотетичных фигур определяет коэффициент подобия				

## Урок 116, 117. Стр. 152-153 учебника. Площади подобных фигур. 2 часа.

### Содержательный стандарт

1.2.5. Применяет свойства отношения и пропорций, формулы для нахождения процента при решении разных задач.

3.1.4. Вычисляет площади треугольника, параллелограмма ромба трапеции.

3.1.5. Классифицирует четырехугольники (параллелограмм, прямоугольник, ромб, трапеция) и знает их свойства, применяет свойства параллелограмма.

### Навыки учащегося:

- применяет признаки подобия при решении задач;
- решает задачи о площади подобных фигур, обобщает результаты вычислений.

В качестве **мотивации** предлагается вычислить площади квадратов со сторонами 5 см и 10 см, и отношение их площадей. Могут быть заданы следующие вопросы:

1) Как изменится площадь квадрата, если увеличить длину его сторон в 2 раза, в 3 раза?

2) Как изменится площадь прямоугольника при увеличении длины и ширины в 2 раза?

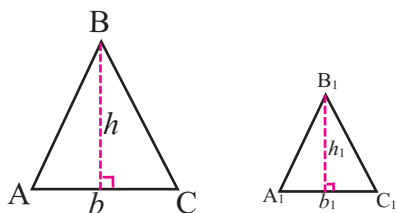
**Обучение.** Указывается связь между отношением соответствующих сторон подобных фигур и отношением их площадей, и на доске чертится несколько подобных фигур.

Выполняются данные в учебнике упражнения.

**У.1.** Задание целесообразно выполнять парами.

**У.2.** Дано:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$   $\frac{AC}{A_1C_1} = k$   
 $AC = b$   $A_1C_1 = b_1$

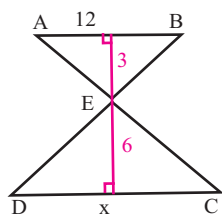
Доказать:  $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = k^2$



Предложение	Основание
$\frac{h}{h_1} = \frac{b}{b_1}$	Отношение высот подобных треугольников равно отношению соответствующих сторон. Формулы площади треугольника
$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bh$ $S_{\triangle A_1B_1C_1} = \frac{1}{2} b_1 h_1$	
$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = \frac{\frac{1}{2} bh}{\frac{1}{2} b_1 h_1} = \frac{b}{b_1} \cdot \frac{h}{h_1} = \frac{b}{b_1} \cdot \frac{b}{b_1} = k^2$	
	Отношение площадей и упрощение



**У.3.** 1) Дано:  $AB \parallel CD$   
 Найти:  $S_{ABE}=?$   $S_{CED}=?$



Предложение	Основание
$\angle A \cong \angle C$ $\angle B \cong \angle D$	При пересечении двух параллельных прямых секущей прямой, накрест лежащие углы равны.
$\Delta ABE \sim \Delta CDE$	По признаку подобия УСУ
$S_{ABE} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 3 = 18$	По формуле площади треугольника
$\frac{AB}{DC} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	Отношение высот в подобных треугольниках равно отношению длин соответствующих сторон
$\frac{S_{ABC}}{S_{CED}} = \left(\frac{AB}{CD}\right)^2$	По теореме об отношении площадей подобных треугольников
$\frac{18}{S_{CED}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$	
$S_{CED} = 4 \cdot 18 = 72$	

**У. 6.** Дано.

$$\Delta_1 \sim \Delta_2 \quad S_1 = 45 \text{ см}^2 \quad S_2 = 80 \text{ см}^2$$

$$P_1 + P_2 = 35 \text{ см}$$

$$P_1 = ? \quad P_2 = ?$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{a_1}{a_2} \quad \text{Отношение периметров двух подобных треугольников равно отношению соответствующих сторон}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 \quad \text{Отношение площадей двух подобных треугольников равно квадрату отношения соответствующих сторон}$$

$$\frac{45}{80} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 \quad \text{Запишем данные}$$

$$\frac{9}{16} = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^2 \quad \frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{4} \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{3}{4} \quad P_2 = 35 - P_1 \quad \frac{P_1}{35 - P_1} = \frac{3}{4}$$

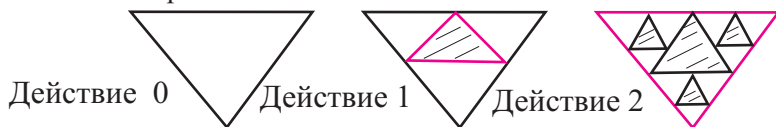
$$4 P_1 = 105 - 3 P_1 \quad 7 P_1 = 105 \quad P_1 = 15 \quad P_2 = 35 - 15 = 20$$

**Контрольные вопросы:**

- 1) Какие фигуры называются подобными?
- 2) Конгруэнтны ли соответствующие углы подобных фигур?
- 3) Чему равно отношение соответствующих сторон подобных фигур?
- 4) Чему равно отношение площадей подобных фигур, если отношение периметров равняется  $k$ ?

## Урок 118. Стр. 154-155 учебника. Обобщающие задания

**У.9.** Исследуя изображение, ученики повторяют последовательность в тетрадах. Один из учеников выполняет технику изображения на доске. По ходу действий рисунок может усложняться. Однако, системный подход облегчает понимание изображения.



Пусть периметр изначального треугольника будет  $P_0=1$ .

В 1-ом действии соответствующие стороны треугольников пропорциональны, т.к. стороны цветного треугольника являются средними линиями изначального. По признаку подобия ССС, треугольники подобны и коэффициент подобия

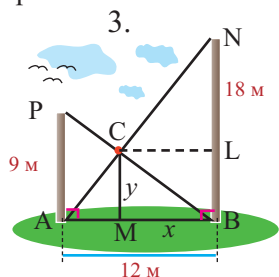
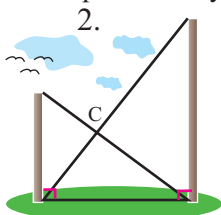
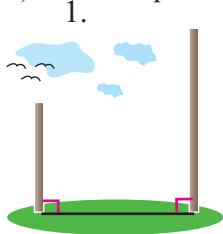
$$k = \frac{1}{2} \quad \text{Тогда,} \quad \frac{P_1}{P_0} = \frac{1}{2} \quad P_1 = \frac{1}{2}$$

Т.к. средние линии треугольника делят его на 4 конгруэнтных треугольника, 3 треугольника, построенные во 2-ом действии, подобны треугольнику, построенному в 1-ом действии, с коэффициентом подобия  $\frac{1}{2}$ .  $P_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ .

Подобным образом показывается, что периметры каждого треугольника, полученного в 3-ем действии,  $P_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ . Обобщая результаты, ученики приходят к заключению, что в любом  $n$ -ом действии периметры полученных треугольников можно вычислить по формуле  $P_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ .

**У.10.** Ученики последовательно чертят в тетрадах схематическое изображение согласно данному условию. Исследуется, какие из нижеследующих сведений являются необходимыми.

- 1) Два столба с разными высотами перпендикулярно вкопаны в землю. Значит они параллельны.
- 2) Столбы прикреплены друг к другу металлическими проволоками.
- 3) Место пересечения проволок закреплено муфтой.



Находится расстояние от верхней точки низкого столба до нижней точки высокого столба:  $\sqrt{9^2 + 12^2} = 15$  (м)

Для решения задачи проводится буквенное обозначение.

Расстояние от муфты до большего столба обозначим через  $x$ , расстояние от муфты до земли -  $y$ . Если расстояние от муфты до верхней точки низкого столба будет  $z$ , то расстояние от муфты до нижней точки большего столба будет  $15-z$ .

1) Найдите расстояние от муфты до большого столба.

$$\frac{18}{y} = \frac{12}{12-x}$$

$$\frac{9}{y} = \frac{12}{x}$$

$$\triangle ANB \sim \triangle ACM$$

$$\triangle APB \sim \triangle MCB$$

Так как прямоугольные треугольники, у которых одни острые углы конгруэнтны - подобны.

Из 2-го уравнения имеем  $3x = 4y$ . Учитывая это, в 1-ом уравнении получаем:

$$12y = 18 \cdot 12 - 18x \quad 4y = 6 \cdot 12 - 6x \quad 3x = 72 - 6x \quad x = 8 \text{ (м)}$$

Найдя  $y$  из равенства  $3x = 4y$ , получаем ответ на 2-ой вопрос:  $y = 6 \text{ (м)}$

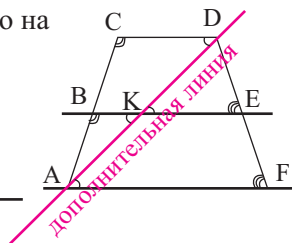
2) Муфта находится на высоте 6 м от земли.

3) По теореме о пропорциональных отрезках  $\frac{z}{4} = \frac{15-z}{8}$ , а отсюда  $z = 5$ .

Расстояние от муфты до верхней точки низкого столба составляет 5 м.

4) Расстояние от муфты до нижней точки большого столба составляет 10 м.

**У.11.** Используя дополнительную линию, как показано на рисунке, доказывается высказывание.



Предложение	Основание
1. $CD \parallel BE \parallel AF$	1. Дано
2. $\angle C \cong \angle B$	2. Соответствующие углы
3. $\triangle ACD \sim \triangle ABK$	3. По признаку УУ
4. $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AK}$	4. Отношение соответствующих сторон
5. $\frac{AB+BC}{AB} = \frac{AK+KD}{AK}$	5. Сложение отрезков
6. $\frac{BC}{AB} = \frac{KD}{AK}$	6. Свойства пропорции
7. $\angle DAF \cong \angle DKE$	7. Соответствующие углы
8. $\triangle ADF \sim \triangle KDC$	8. По признаку УУ
9. $\frac{AD}{KD} = \frac{DF}{DE}$	9. Отношение соответствующих сторон
10. $\frac{AK+KD}{KD} = \frac{DE+EF}{DE}$	10. Сложение отрезков
11. $\frac{AK}{KD} = \frac{EF}{DE}$	11. Свойства пропорции
$\frac{BC}{AB} = \frac{DE}{EF}$	

## Таблица критериев суммативного оценивания по разделу

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

	<b>Навыки</b>	<b>Примечания</b>
1.	Решает рациональные уравнения	
2.	Решает задачи, приводимые к рациональным уравнениям	
3.	По данной пропорции составляет новые	
4.	Применяет свойства пропорции в решении задач	
5.	Находит настоящие размеры объекта по масштабу	
6.	Применяет свойства отношения и пропорции в решении задач, соответствующих реальным жизненным ситуациям	
7.	Определяет соответствующие углы и соответствующие стороны подобных четырехугольников и подобных треугольников	
8.	Использует признаки подобия фигур в решении задач	
9.	Решает задачи, составленные на площади подобных фигур	

## Урок 119. Задания суммативного оценивания по разделу.

1. Решите уравнение  $(x - 3) \cdot (1 - \frac{1}{x-3}) = 0$

- A) 3; 4      B) 4      C) 2; 3      D) 2; 4

2. Расстояние между двумя речными портами равно 60 км. Корабль проплывает это расстояние туда и обратно за 9 часов. Найдите скорость корабля в стоячей воде, если скорость течения реки равна 5 км/ч?

- A) 20 км/ч      B) 18 км/ч      C) 25 км/ч      D) 15 км/ч

3. Двое рабочих разгружают грузовик, полный арбузами, за 2 часа. Первый рабочий в одиночку может выполнять эту работу на 3 часа раньше, чем второй. За сколько часов выполнит эту работу каждый рабочий по отдельности?

- A) 3 часа; 6 часов      B) 4 часа; 7 часов  
C) 5 часов; 8 часов      D) 6 часов; 9 часов

4. В какую точку преобразуется точка N ( -2; 1) при повороте относительно начала координат по часовой стрелке на 90°?

- A) A ( -2; - 1)      B) (2; 1)      C) (1; -2)      D) (1; 2)

5. В симметрии относительно оси x точка A ( -3; - 2) перешла в точку A<sub>1</sub> (x ; y). Найдите x и y.

- A) x=3; y = -2      B) x=-2; y=3      C) x=3; y=2      D) x=-3; y=-2

6. Укажите координаты, полученные при повороте координат (x; y) относительно начала координат на 180°.

- A) (- x ; y)      B) (y ; -x)      C) (-y ; x)      D) (-x ; -y)

7. Сколько предложений верно?

- Отношение площадей подобных треугольников равняется коэффициенту подобия.
- Отношение периметров подобных треугольников равняется отношению соответствующих сторон.
- Если две стороны треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника, то эти треугольники подобны.
- Если два угла треугольника конгруэнтны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.

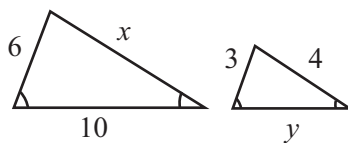
- A) одно      B) два      C) три      D) четыре

8. 1,5 см расстояния на карте соответствуют 20 км. Если расстояние от Баку до горы Савалан составляет на карте 30 см, чему равно это расстояние в реальности?

- A) 300 км      B) 400 км      C) 350 км      D) 320 км

9. По рисунку найдите  $x$  и  $y$ .

- A)  $x = 5; y = 8$     B)  $x = 8; y = 5$   
C)  $x = 4; y = 8$     D)  $x = 8; y = 10$

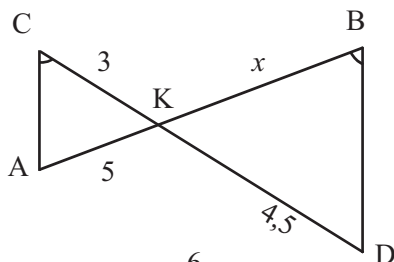


10. Коэффициент подобия двух подобных треугольников равен  $\frac{5}{2}$ . Чему равен периметр меньшего треугольника, если периметр большего составляет 24 см?

- A) 12 см    B) 12,5 см    C) 9,6 см    D) 12,4 см

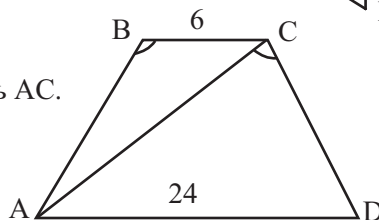
11. Найдите  $x$  по данным рисунка

- A) 10    B) 12  
C) 6,5    D) 7,5



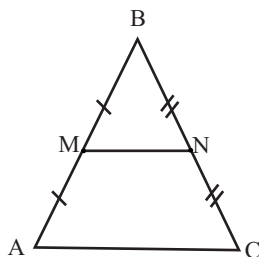
12. В трапеции ABCD  $\angle ABC \cong \angle ACD$ , BC = 6 см, AD = 24 см. Найдите диагональ AC.

- A) 10 см    B) 14 см  
C) 8 см    D) 12 см



13. Найдите площадь треугольника ABC, если MN — средняя линия  $\triangle ABC$ ,  $S_{\triangle MBN} = 5,25 \text{ см}^2$

- A)  $10,5 \text{ см}^2$     B)  $21 \text{ см}^2$   
C)  $10,25 \text{ см}^2$     D)  $12 \text{ см}^2$



14. Биссектриса треугольника делит противоположную сторону на отрезки длиной 3 см и 4 см. Найдите длину меньшей стороны треугольника, если известно, что периметр равен 21 см.

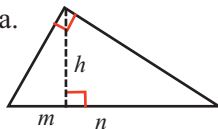
- A) 7 см    B) 8 см    C) 5 см    D) 6 см

15. Установите соответствие.

$h$  - высота, проведенная к гипотенузе прямоугольного треугольника,  
 $m$  и  $n$  являются отрезками гипотенузы,  $S$  - площадь треугольника.

1.  $m=4 \text{ см}, n=9 \text{ см}$     2.  $m=9 \text{ см}, n=16 \text{ см}$     3.  $m=4 \text{ см}, n=4 \text{ см}$

- A)  $h=6 \text{ см}$     B)  $h=4 \text{ см}$     C)  $h=12 \text{ см}$     D)  $S=39 \text{ см}^2$



## Раздел V

Содержательный стандарт	Урок №	Тема	Количество часов	Страницы учебника
<p>1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства.</p> <p>2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.</p> <p>2.2.3. Решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля и неравенства, приводимые к линейным неравенствам.</p> <p>3.2.3. Находит координаты середины отрезка по координатам точек, являющихся концами, записывает уравнение прямой по двум заданным точкам.</p> <p>4.1.1. Распознает наиболее используемые международные единицы измерения (баррель, мила, фarenгейт) и может использовать их.</p> <p>5.1.1. Собирает информацию, определенную по двум параметрам (например, информацию о росте и весе человека).</p> <p>5.1.2. Систематизирует собранную информацию по определенному признаку.</p> <p>5.1.3. Находит границы, характеризующие численное значение информации.</p> <p>5.1.4. Определяет в простых случаях связь между параметрами информации, зависящей от двух параметров.</p> <p>5.2.1. Понимает является ли событие зависимым или нет, находит вероятность произведения двух независимых событий.</p> <p>5.2.2. Находит вероятность произведения двух зависимых событий (условная вероятность).</p> <p>5.2.3. Применяет правило умножения при решении задач на вычисление вероятности.</p>	120-121	Неравенства	2	157-159
	122,123	Применение свойств неравенств (сложение и вычитание)	2	160,161
	124-125	Применение свойств неравенств (умножение и деление)	2	162-164
	126	Сложение и умножение неравенств	1	165,166
	127	Числовые промежутки	1	167,168
	128-131	Решение линейных неравенств с одной переменной	4	169-172
	132,133	Решение двойных неравенств	2	173-175
	134-135	Решение неравенств, содержащих переменную под знаком модуля	2	176-177
	136	Обобщающие задания	1	178,179
	137	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
	138-139	Прямоугольный треугольник и тригонометрические отношения	2	180-182
	140-142	Применения тригонометрических отношений при решении задач	3	183-186
	143	Тригонометрические тождества	1	187
	144-146	Уравнение прямой, проходящей через две точки	3	188-190
	147-148	Обобщающие задания	2	191-192
	149	Действия над множествами	1	193
	150,151	Сбор информации	2	194,195
	152-154	Сбор и представление информации	3	196-199
	155-156	Диаграмма рассеивания. Обобщающие задания	2	200-202
	157,158	Меры центральных тенденций и наибольшая разность	2	203,204
	159,160	Вычисление вероятностей	2	205-206
	161	Число возможных событий	1	207
	162,163	Зависимые и независимые события	2	208-210
	164	Обобщающие задания. Самооценивание	1	211-212
	165	Задания для суммативного оценивания по разделу	1	
	166-170	Обобщающие задания по разделам. Большое суммативное оценивание	5	
	<b>Всего</b>		<b>51</b>	

## Урок 120-121. Стр. 157-159 учебника. Неравенства. 2 часа.

**Содержательный стандарт.** 2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

### Навыки учащегося:

- представляет неравенство словесно, изображением на числовой оси и математической записью;
- представляет математической записью и изображением на числовой оси неравенство, заданное словесно, и наоборот;
- представляет математическую модель простых жизненных ситуаций неравенством (например, выразить предложение “цена этой книги не меньше 5 манат” неравенством)

Обсуждается задание исследования в учебнике. Учащиеся должны уметь высказывать мнение относительно того, что выражает заданное неравенство.

1) Предупреждение “Масса почтовых упаковок не должна превышать 8 кг” выражает неравенство  $x \leq 8$ .

Ученикам создается условие выражать одно и то же неравенство по-разному. Для повышения логического мышления тема неравенств является одной из самых полезных. Поэтому не советуется решение монотонных упражнений. Широкое место должно уделяться выполнению заданий, отражающих проблемные ситуации.

3) Предложение “Чтобы пройти во 2-ой тур, в 1-ом туре Сеймур должен набрать минимум 50 баллов” выражает неравенство  $x \geq 50$  (здесь  $x$  обозначает сумму набранных баллов): Если Сеймур наберет меньше 50-и баллов, он не пройдет во 2-ой тур.

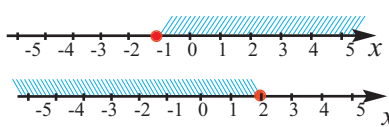
4) Неравенство, соответствующее предложению “В гимнастической группе занимаются дети младше 13-и лет” будет:  $t < 13$  ( $t$  - возраст).

Для изображения неравенств на числовой оси рекомендуется уделять 8-10 минут общеклассной деятельности.

При изображении числовых неравенств, записанных с помощью символов  $\geq$  и  $\leq$ , соответствующая точка окрашивается.

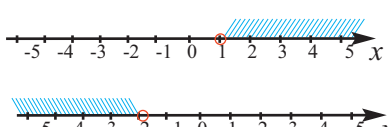
$x \leq -1$   
 $x \leq 2$

Это означает, что координаты этой точки удовлетворяют неравенству.



При изображении неравенств, записанных символами  $<$  и  $>$ , соответствующая точка не окрашивается. Это означает, что координаты этой точки не удовлетворяют неравенству.

$x < -1$   
 $x > 2$



Рекомендуется подготовить электронные или бумажные плакаты, которые могут быть следующего содержания:



Неравенства можно выразить словами, математической записью, а также изображением на числовой оси.

Словами	Математическая запись	Изображение
Все действительные числа больше -2	$x > -2$	
Все действительные числа больше или равно 3	$x \geq 3$	
Все действительные числа меньше -1	$x < -1$	
Все действительные числа меньше или равно 0	$x \leq 0$	

### Обучающие задания.

**У.5.** а) Возраст учеников VIII класса не меньше 15-и. Если обозначим возраст кого-то из них  $x$ , получим неравенство  $x \geq 15$ .

д) “Долгожители”- люди, живущие более века. Если обозначим возраст кого-либо из них  $x$ , получим неравенство  $x > 100$ .

**У.8.** Сравнение чисел  $c$  и  $d$  при равенстве разности  $c - d$  числам  $-3$ ;  $4$ ;  $0$ , опирается на применение следующих правил

$$a - b > 0 \Rightarrow a > b$$

$$a - b < 0 \Rightarrow a < b$$

$$a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

Имеем:

$$c - d = -3 < 0 \Rightarrow c - d < 0 \Rightarrow c < d$$

$$c - d = 4 > 0 \Rightarrow c - d > 0 \Rightarrow c > d$$

$$c - d = 0 \Rightarrow c = d$$

### Прикладные задания.

**У.16.** Сравним значение выражений  $b(b + 1)$  и  $(b + 2)(b - 3)$

при  $b = -4$ ;  $b = -3$ ;  $b = 2$ .

$$b = -4; \quad b(b + 1) = -4 \cdot (-3) = 12; \quad (b + 2) \cdot (b - 3) = -2 \cdot (-7) = 14$$

$$b = -3; \quad b(b + 1) = -3 \cdot (-2) = 6; \quad (b + 2) \cdot (b - 3) = -1 \cdot (-6) = 6$$

$$b = 2 \quad b(b + 1) = 2 \cdot 3 = 6; \quad (b + 2) \cdot (b - 3) = 4 \cdot (-1) = -4$$

Как видно, при  $b = -4$   $b(b + 1) < (b + 2)(b - 3)$

при  $b = -3$   $b(b + 1) = (b + 2)(b - 3)$

при  $b = 2$   $b(b + 1) > (b + 2)(b - 3)$

Значит, в зависимости от  $b$  значение I выражения может быть больше, меньше или равно II выражению.

**У.17.** а) Докажем, что при любом  $a$  значение выражения  $a^2 - 4a$  больше соответствующих значений  $2a - 10$ .

Для этого мы должны показать, что разность значений I и II выражений больше нуля:

$$\begin{aligned} a^2 - 4a - (2a - 10) &= a^2 - 4a - 2a + 10 = a^2 - 6a + 10 = a^2 - 6a + 9 + 1 = \\ &= (a - 3)^2 + 1 > 0. \end{aligned}$$

**У.18. а)** Чтобы доказать неравенство  $c^2 + 1 \geq 2c$ , рассмотрим разность левого и правого сторон:

$$c^2 + 1 - 2c = c^2 - 2c + 1 = (c - 1)^2 \geq 0$$

Подобным образом выполняются задания, данные в пунктах б) и с).

б)  $a(a + 3) \geq 3a$        $a(a + 3) - 3a = a^2 + 3a - 3a = a^2 \geq 0$

с)  $d^2 - cd + c^2 \geq cd$ ?       $d^2 - cd + c^2 - cd = d^2 - 2cd + c^2 = (d - c)^2 \geq 0$

**Оценивание.** Оценивание проводится по навыкам выражать неравенства словами, математической записью, изображением на числовой оси, представлению определенных значений, удовлетворяющих неравенства.

## Урок 122-125. Стр.160- 164 учебника. Свойства неравенств. 5 часов.

**Содержательный стандарт.** 2.1.2. Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

### Навыки учащегося:

- объясняет на примерах, что при прибавлении и вычитании одного и того же числа от обеих частей данного неравенства, получается верное неравенство;
- решает неравенства с применением этого свойства;
- объясняет на примерах, что при умножении и делении обеих частей на одно и то же положительное число, получается верное неравенство;
- решает неравенство, умножая и деля обе части на одно и то же отрицательное число.

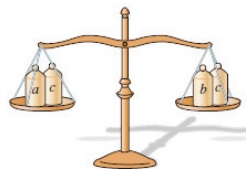
### 1-2 часы. Свойства неравенств (Прибавление и вычитание одного и того же числа).

**Мотивация.** Задается вопрос: Какие свойства равенств вы знаете?

Выслушиваются мнения. Высказываются мнения о свойствах равенства при прибавлении, вычитании, умножении и делении на одно и то же число. Можно ли отнести эти свойства и к неравенствам? Эта мысль обсуждается на модели весов.

$$a = b$$

$$a + c = b + c$$



$$a < b$$

$$a + c < b + c$$



В конце обсуждения дается обобщение “При прибавлении и вычитании одного и того же числа от обеих частей верного неравенства (равенства), получается верное неравенство (равенство)” по модели весов.

Ниже представлено решение некоторых заданий. Обращается внимание на то, чтобы обучающие задания выполнялись всеми учащимися. Решение этих заданий не должно создавать трудностей, т.к. ученики знакомы с решением линейных уравнений. Однако изображение решения на числовой оси, представление решения путем подбора, построение соответствующей неравенству жизненной ситуации остаются в центре внимания.

**У.3.**  $a > b$

$$a - 6 - (b - 6) = a - 6 - b + 6 = a - b > 0 \Rightarrow a - 6 > b - 6$$

Отметим, что также прибавлением к обеим частям неравенства  $-6$  можно показать что  $a - 6 > b - 6$ :  $a + (-6) > b + (-6)$

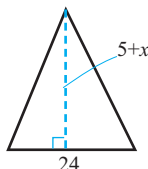
**Прикладные задания.**

**У.10.** Дано:  $h = 5 + x$

$$24 < h$$

$$24 < 5 + x \quad \text{если прибавим } (-5),$$

$$19 < x \Rightarrow x > 19$$



**3-4 часы. Свойства неравенств (умножение и деление на одно и то же число).**

Аналогичные рассуждения проводятся и при умножении и делении обеих частей неравенств на одно и то же число. Если обе части верного неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получим верное неравенство. Если обе части верного неравенства разделить или умножить на одно и то же отрицательное число и поменять знак неравенства на противоположный, то получим верное неравенство.

Применяя эти свойства решаются задания из учебника

**У.1.** а) Умножим обе стороны неравенства  $a > b$  на 4:  $4a > 4b$

б) Умножим обе стороны неравенства  $a > b$  на  $(-5)$ :  $-5a < -5b$

с) Разделим обе части неравенства  $a > b$  на  $\frac{1}{2}$ :  $\frac{a}{\frac{1}{2}} > \frac{b}{\frac{1}{2}} \Rightarrow 2a > 2b$

д) Разделим обе части неравенства  $a > b$  на  $(-2)$  к:  $\frac{a}{-2} < \frac{b}{-2} \Rightarrow -\frac{a}{2} < -\frac{b}{2}$

**У.2.** 4)  $-15 \leq 5b$   $\div 5$   $-3 \leq b \Rightarrow b \geq -3$

7)  $\frac{P}{6} > 5$   $\cdot 6$   $P > 5 \cdot 6 \Rightarrow P > 30$  10)  $\frac{t}{9} < -12$   $\cdot 9$   $t < -12 \cdot 9 \Rightarrow t < -108$

**10-b.**  $a, b, c, d, > 0$   $a > b, b > d$  и  $c > a \Rightarrow c > a > b > d$

Из обыкновенных дробей с одинаковыми числителями меньше та, знаменатель которой больше  $\frac{1}{c} < \frac{1}{a} < \frac{1}{b} < \frac{1}{d}$

**У.11-1.** Если разрезать ленту на  $n$  части длиной по 3 см, то длина оставшейся части будет:  $28 - 3n$ .

$$28 - 3n \geq 15$$

$$28 - 15 \geq 3n$$

$$28 - 15 \geq 3n \quad 13 \geq 3n \quad n \leq 4 \frac{1}{3} \quad \text{Ответ: на 4 части.}$$

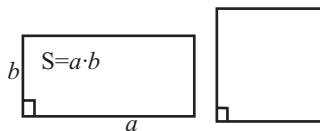
**У.12** а) Если сумма двух чисел остается постоянной, то их произведение принимает НБЗ, если множители равны. Когда  $a + b = 16$  при  $a = b$ , т.е. при  $a = b = 8$  произведение  $a \cdot b$  принимает свое НБЗ, равное  $8 \cdot 8 = 64$ .

$$b) P_{\text{прям.}} = 20(a + b) = 40, a + b = 20,$$

При  $a = b = 10$  площадь будет наибольшей:

$$S = a \cdot b = 10 \cdot 10 = 100 \text{ см}^2$$

Т.е. среди прямоугольников с периметром 40 см наибольшую площадь имеет квадрат со стороной 10 см.



**У.13.**

$$a) \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{a \cdot b}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline S=a \cdot b \\ P=2(a+b) \\ \hline \end{array}$$

$$S = ab = 36 \text{ см}^2, P_{\text{НМЗ}} - ?$$

$P=2(a+b)$ . Как видно НМЗ периметра соответствует НМЗ  $a+b$ . Поэтому в неравенстве  $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$  при  $a=b$ , имеем  $\Rightarrow \frac{a+a}{2} = \sqrt{36} = 6, a=b=6, P=4a=24$

## Урок 126. Стр. 165-166 учебника. Сложение и умножение неравенств

**Содержательный стандарт. 2.1.2.** Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

**Навыки учащегося:**

- Применяет свойства о почленном сложении и умножении неравенств при оценке выражений.

Теоремы о почленном сложении и умножении неравенств находят применение при выполнении простейших упражнений на оценку выражений.

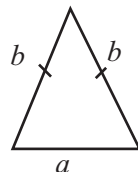
Деньги Арифа и Бахтияра можно выразить неравенствами  $7 < a < 10$  и  $5 < b < 8$  соответственно. Смогут ли они купить мячик по цене 13 манат ?

**У.6.** Оценим  $P = a + 2b$

$$16 \leq a \leq 18, 24 \leq b \leq 26, 48 \leq 2b \leq 52$$

$$64 \leq P \leq 70$$

$$\begin{array}{r} 16 \leq a \leq 18, \\ + 48 \leq 2b \leq 52 \\ \hline 64 \leq a+2b \leq 70 \end{array}$$



$$\text{У.8. } 1) \frac{+58^\circ \leq \alpha \leq 59^\circ}{82^\circ \leq \beta \leq 83^\circ}$$

$$58^\circ + 82^\circ \leq \alpha + \beta \leq 59^\circ + 83^\circ$$

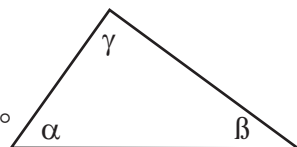
$$140^\circ \leq \alpha + \beta \leq 142^\circ$$

$$-140 \geq -(\alpha + \beta) \geq -142^\circ \Rightarrow -142^\circ \leq -(\alpha + \beta) \leq -140^\circ$$

К обеим частям прибавим  $180^\circ$

$$-142^\circ + 180^\circ \leq 180^\circ - (\alpha + \beta) \leq 180^\circ - 140^\circ$$

$$38^\circ \leq \gamma \leq 40^\circ$$



$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

# Рабочий лист №1

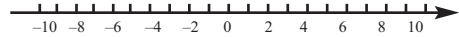
## Самооценивание

### Решение неравенств с применением свойств неравенств

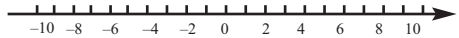
Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Решите неравенство и отметьте решение на числовой оси

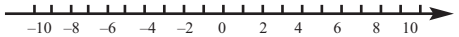
1.  $y - 3 \leq -10$



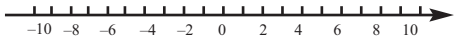
2.  $n + 4 \geq 9$



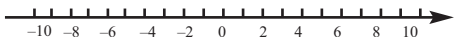
3.  $8d < 24$



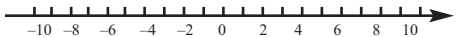
4.  $17 + r > 20$



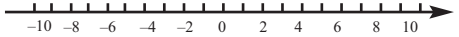
5.  $c - 12 \geq -13$



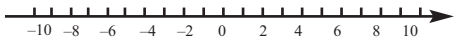
6.  $5a < 20$



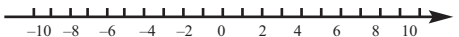
7.  $-63 + w \geq -70$



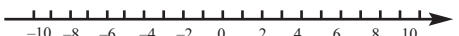
8.  $\frac{1}{3}q < 2$



9.  $11a < 44$



10.  $14 + r > 20$



Не понимаю задания



Понимаю что требуется в задании, но не могу решить



Решил все примеры, но в решении некоторых не уверен



Решил все примеры с легкостью

Навыки	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Решает неравенство прибавлением и вычитанием одного и того же числа от обеих частей				
Решает неравенство умножением и делением на одно и то же число обеих частей				

## Рабочий лист №2

### Самооценивание

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

#### Запишите соответствующие неравенства

Температура воздуха, когда начался ветер, была  $38^{\circ}\text{C}$ . Под воздействием холодного ветра температура начала уменьшаться на 2 градуса за каждый час. Через сколько часов температура воздуха будет меньше  $21^{\circ}$ ?

Гюляр размещает яйца в коробки. Каждая коробка вмещает по 12 яиц. 2 коробки уже заполнены. Сколько яиц необходимо Гюляр, чтобы заполнить 17 коробок?

6-и кратное значение какого числа не больше 96?

Половина дороги от дома Вахида до торгового центра меньше 6 км.

Длина прямоугольника больше ширины в 4 раза. Найдите длину прямоугольника, если его ширина меньше 60 см.

Друг Фарруха ждет его на расстоянии 3 км от его дома, и просил, чтобы тот был на месте в течении 20 минут. Фаррух отправился в путь на велосипеде. С какой минимальной скоростью он должен ехать, чтобы доехать до места встречи в назначенное время?

#### Составьте задачу, соответствующую неравенствам:

$$x + 3 \geq 15$$

$$\frac{x}{20} < 12$$

$$72 - 12a < 24$$



Не понимаю задания



Понимаю что требуется в задании, но не могу решить



Выполнил задание



С легкостью выполнил задание

Навыки				
Решает задачи составлением соответствующего неравенства				
Строит задачу, соответствующую данному неравенству				

## Урок 127. Стр. 167-168 учебника. Числовые промежутки.

**Содержательный стандарт.** 2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

1.1.4. При выполнении действий над множествами применяет их свойства.


### Навыки учащегося:

- выражает числовые промежутки (интервалы), соответствующие неравенствам, в виде множеств;
- представляет числовые промежутки изображением на числовой оси;
- представляет числовые промежутки, применяя свойства действий над множествами.

Выполняются упражнения, охватывающие навыки изображения на числовой оси числовых промежутков, записи числовых промежутков в виде множеств. Навыки правильного представления данных промежутков составляют основу решения неравенств.

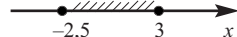
Ученик на примерах показывает в каких случаях данная точка относится к решению, а в каких случаях нет.

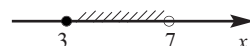
У.3. а)  $x \geq -6$  

б)  $x \leq 3$  

в)  $x < -6$  

г)  $x > 4$  

У.4. а)  $-2,5 \leq x \leq 3$  

д)  $3 \leq x < 7$  

У.6. а) Целые числа, относящиеся к промежутку  $(-5; 3)$ :  $4; -3; -2; -1; 0; 1; 2$

У.7. б) Наибольшим целым числом в промежутке  $(-4; 5,2)$  является 5, а наименьшим  $-3$ .

У.8. а)  $(-2; 5) \cap (-1, 6) = (-1; 5)$



б)  $(5; +\infty) \cap (-\infty; 7) = (5; 7)$



У.9. а)  $(-5; 1) \cup [-2; 5) = (-5; 5)$



У.10. г) Найдите  $(A \setminus B) \cup (A \cap B)$

$A = [-2; 1)$ ,  $B = (0; 3)$ ,  $C = (-1; 2)$

$A \setminus B = [-2; 0]$

$A \cap B = (0; 1)$



$(A \setminus B) \cup (A \cap B) = [-2; 0] \cup (0; 1) = [-2; 1)$

## Урок 128-131. Стр. 169-172 учебника. Решение линейных неравенств с одной переменной. 4 часа

**Содержательный стандарт.** 2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

### Навыки учащегося:

- решает линейные неравенства с одной переменной с применением свойства неравенства;
- решает различные задачи, сводящиеся к линейным неравенствам с одной переменной;
- составляет задачу, соответствующую данному линейному неравенству.

Внимание учеников обращается на применение свойств неравенства для решения линейных неравенств. Учащиеся устно высказывают эти свойства и записывают последовательно сказанные свойства на доске математической записью и на числовых примерах.

Внимание учеников обращается на то, что решение с построением неравенства, соответствующего условию задачи, аналогично решению задачи с построением уравнения.

**У.8.** Учитывая, что Лейла за  $x$  минут сканирует  $4x$  фотографии, то по условию задачи получим неравенство  $56 - 4x < 10$ . А отсюда

$$-4x < 10 - 56, -4x < -46, x > \frac{46}{4}, \quad x > 11\frac{1}{2}$$

Т.е., Лейла должна поработать больше  $11,5$  минут, чтобы у нее осталось меньше  $10$  фотографий для сканирования.

**У.9.** У Наримана есть подарочный чек на сумму  $50$  манат, из которых он потратил  $15$  манат, и у него осталось  $35$  манат денег. Учитывая, что цена очков составляет  $2,55$  манат, на  $x$  пар очков он потратит  $2,55x$  манат. По условию задачи получим  $2,55x \leq 35$ . А отсюда:

$x \leq \frac{35}{2,55} = \frac{3500}{255} = 13\frac{185}{255} = 13\frac{37}{51}$ . Из-за того, что количество пар очков является натуральным числом, наибольшее количество, которое может купить Нариман, составляет  $13$  пар.

**У.11.** б)  $(\sqrt{2} - 3) \cdot (5 - x) > 0$

Из-за того, что  $\sqrt{2} - 3 < 0$ , разделив обе части неравенства на этот числовой множитель, получим  $5 - x < 0$ . Отсюда  $-x < -5$ . Умножив обе части этого неравенства на  $-1$ , получим  $x > 5$ .

**У.15.** Если обозначим три последовательных нечетных числа через  $x$ ,  $x + 2$ ,  $x + 4$ , то  $x + x + 2 + x + 4 > 105 \Rightarrow 3x > 105 - 6 = 99 \Rightarrow 3x > 99$

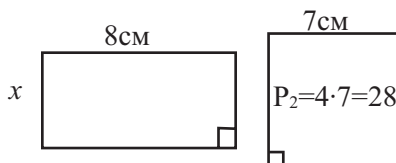
$$x > \frac{99}{3} = 33 \quad x > 33$$

Наименьшим нечетным числом, следующим за  $33$ , является число  $35$ .



**У.16.** Если обозначим ширину прямоугольника через  $x$ , его периметр будет  $P_1=2(8+x)$ .

По условию  $P_1 < P_2$



Тогда  $2(8+x) < 28 \Rightarrow 16 + 2x < 28 \Rightarrow 2x < 12$

$x < 6$ . Т.е., ширина прямоугольника должна быть меньше 6 см.

**У.17.** Примем расстояние, которое требуется найти за  $x$ . Из-за того, что скорость моторной лодки по течению реки составляет  $18 + 2 = 20$  км/ч, а скорость против течения  $18 - 2 = 16$  км/ч, туристы потратят на дорогу туда  $\frac{x}{20}$ , а на обратную дорогу  $\frac{x}{16}$  часов времени. Учитывая, что по условию задачи время не больше 3 часов, получим следующее неравенство:

$$\frac{x}{20} + \frac{x}{16} \leq 3 \quad | \times 80 \Rightarrow$$

$$4x + 5x \leq 3 \cdot 80 \Rightarrow 9x \leq 240 \quad x \leq \frac{240}{9} = \frac{80}{3} \quad x \leq 26\frac{2}{3}$$

Наибольшее расстояние, на которое могут удалиться туристы, составляет  $26\frac{2}{3}$  км.

**У.18.** Велосипедисты едут навстречу друг другу. Скорость одного из них 12 км/ч, второго -  $x$ . Тогда сумма проеденной ими пути за 2 часа составит  $2(12+x)$ . По условию задачи на этой 45 км-вой дороге велосипедисты должны встретиться меньше, чем через 2 часа. Тогда

$$2(12+x) > 45$$

$24 + 2x > 45 \Rightarrow 2x > 21, x > 10,5$  км/ч. Т.е. скорость второго велосипедиста должна быть больше 10,5 км/ч.

**У.20.** Обозначим число дней, которое требуется найти, через  $x$ . Тогда Ульвия за этот промежуток должна потратить на обед  $4,5 \cdot x$  манат денег. По условию задачи  $80 - 4,5x < 20 \Rightarrow$

$$-4,5x < 20 - 80, -4,5x < -60$$

$$x > \frac{-60}{-4,5} = \frac{60}{4,5} = 13\frac{15}{45} = 13\frac{1}{3} \quad x > 13\frac{1}{3}$$

Учитывая, что количество дней является целым числом, получим  $x = 14$  дней.

**У.21.** По условию должно быть  $180^\circ(n-2) > 900^\circ$ .

Делением каждой части на 180 получим:  $n - 2 > 5, n > 7$ .

Т.е., наименьшее количество сторон, которое может иметь искомый восьмиугольник.

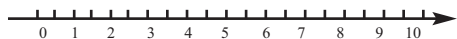
**Оценивание.** В центре внимания держится уровень обучения учащихся выполнять прикладные задания. По результатам наблюдения, наряду с выполнением заданий в учебнике, рекомендуется подготовка рабочих листов.

**Рабочий лист №3**  
**Самооценивание**  
**Решение линейных неравенств с одной переменной**

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Решите неравенства, покажите решение на числовой оси

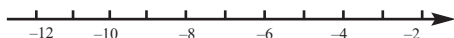
1)  $-3(p + 1) \leq -18$



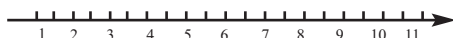
2)  $-4(-4 + x) > 56$



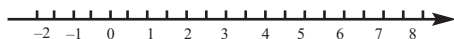
3)  $-b - 2 > 8$



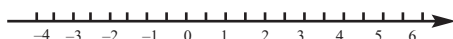
4)  $-4(3 + n) > -32$



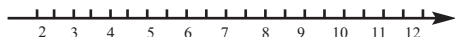
5)  $4 + \frac{n}{3} < 8$



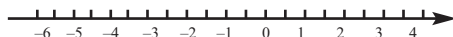
6)  $-3(r - 4) \geq 0$



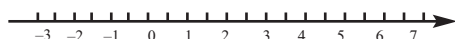
7)  $-7x + 7 \leq -56$



8)  $-3(p - 7) \geq 21$



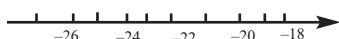
9)  $-11x - 4 > -15$



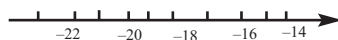
10)  $\frac{-9+a}{15} > 1$



11)  $-1 \leq \frac{v-2}{21}$



12)  $-132 > 12(n + 9)$



Не понимаю задания



Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить



Выполнил задание



С легкостью выполнил задание

















Навыки				
Решает линейные неравенства с одной переменной				
Графически изображает решение на числовой оси				

**Рабочий лист №4**  
**Самооценивание**  
**Решение неравенств**

Имя \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

Навыки	Объясняет на данном примере, что понял и записывает еще один пример	При наличии трудностей, повторно обращается к примерам и обучающим задачам в учебнике	Мои результаты
Представляет простые неравенства словесной записью, математической записью, изображением на числовой оси	Для числа $x$ отметьте на числовой оси несколько точек, чтобы : а) $x > 3$ ; б) $x < -1$ .	Стр.158-159, №2, 6, 7, 13	   
Применяет свойства неравенств - сложение и вычитание, умножение и деление	Если известно, что $a > b$ , записать соответствующий знак сравнения вместо $\bullet$ : а) $3a \bullet 3b$ б) $-4a \bullet -4b$ в) $3 - 2a \bullet 3 - 2b$	Стр.160 №4, Стр.162 №2, 3	   
Решает линейные неравенства с одной переменной. Графически изображает на числовой оси решение числовым промежутком	$2(x - 3) - 1 < 4 - x$	Стр.169-170, № 1, 2, 3, 4, 5	   
Решает двойное неравенство, простые неравенства, содержащие переменную под знаком модуля	$-3 < 1 - 2x \leq 5$ $ x - 2  < 7$	Стр.173, № 1, 2 Стр.176 № 1-4	   

## Урок 132, 133. Стр. 173-175 учебника. Решение двойных неравенств. 2 часа

**Содержательный стандарт.** 2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

### Навыки учащегося:

- решает линейные неравенства с одной переменной, применяя свойства неравенства;
- решает различные неравенства, приводящие к линейным неравенствам с одной переменной;
- составляет задачу, соответствующую данному линейному неравенству.

### Обсуждается задание на исследование.

У Айтен больше 10 манат, меньше 25 манат.

Обозначим деньги Айтен буквой  $x$ .

Первое сведение о деньгах Айтен:

Больше 10 манат.  $x > 10$

Второе сведение о деньгах Айтен:

Меньше 25 манат.  $x < 25$

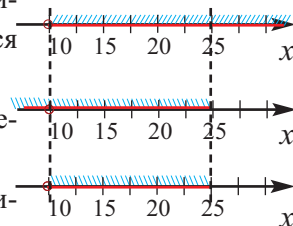
Выразим оба сведения о деньгах Айтен вместе:  $10 < x < 25$

Такие неравенства называются двойными неравенствами. Двойные неравенства выражаются двумя неравенствами. Исследуется изображение сведений на отдельных числовых осях, а также на одной числовой оси.

**Методические рекомендации:** 1. Обращается внимание на умение учеников читать двойные неравенства: неравенство  $10 < x < 25$  читается как “ $x$  больше 10 и меньше 25”, или “ $x$  находится между 10 и 25”.

2. Рекомендуется представление значения, задач на перемещение математической записи и на числовой оси.

3. Из-за того, что значение этих переменных положительно, множество отрицательных чисел не учитывается.



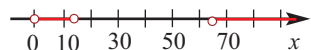
Для исследования советуется задать еще одну задачу.

**При температуре тела меньше  $35^\circ$ , и больше  $37^\circ$ , человек считается больным.** В этой задаче есть два сведения об одной переменной - температуре тела. Соответствующее неравенство записывается как  $x < 35^\circ$  или  $x > 37^\circ$ .

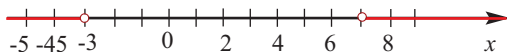
Другой пример: Билеты для просмотра кинофильма бесплатны для лиц в возрасте меньше 12-и лет или для лиц с возрастом больше 65 лет:

$x < 12$  или  $x > 65$ .

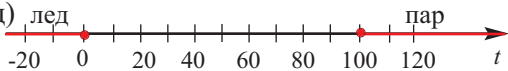
Два неравенства, соответствующие такого рода ситуациям записываются при помощи союза **или**.



Если два неравенства задаются при помощи союза *и*, то множеством решений неравенства является пересечение двух множеств. Если двойное неравенство задается при помощи союза *или*, то множество решений соответствует объединению двух множеств. Например, все действительные числа меньше  $-3$  или больше  $7$ : решение двух неравенств выражается в виде  $x < -3$  или  $x > 7$ .



**У.6.**  $t \leq 0^\circ$  кристалльное состояние (лед)  $t \geq 100^\circ$  пар



**У.7.** Решение неравенств  $x < 5$  и  $x > 3$  является общей частью промежутков (пересечением):  $(3; 5)$ . А в случае  $x > 5$  или  $x < 3$  решением могут быть числа, входящие в оба промежутка. Решение неравенства является объединением этих промежутков.



$$C: (-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$$

**У.8.** Учитывая, что за  $x$  месяцев на банковском счету Фармана будет  $100 + 15x$  манат, а на счету у Гюльнар  $155 + 12x$  манат, то по условию задачи получим  $100 + 15x > 155 + 12x$ . А отсюда  $3x > 55 \Rightarrow x > \frac{55}{3} = 18 \frac{1}{3}$

Ответ: Через 19 месяцев сумма вклада Фармана станет больше суммы вклада Гюльнар.

**У.12.** По I тесту 90 баллов

По II тесту  $x$  баллов

Средний балл, который надеется набрать Магомед - не меньше 93.

Для среднего балла можно записать это отношение:  $93 \leq \frac{90+x}{2} \leq 100$

$$186 \leq 90 + x \leq 200 \quad x \leq 100$$

$$90 + x \geq 186 \Rightarrow x \geq 96. \quad x \leq 100.$$

Ясно, что,  $[96; 100]$  будет требуемым промежутком. Наименьшее количество баллов, которое должен набрать Магомед 96.

**У.13.** I тест 81 балл  $85 \leq \frac{81+90+x}{3} \leq 95$

II тест 90 баллов

$$255 \leq 171 + x \leq 285$$

III тест  $x$  баллов

$$255 - 171 \leq x \leq 285 - 171$$

$$84 \leq x \leq 114, \quad \text{учитывая, что } x \leq 100, \text{ то}$$

$$84 \leq x \leq 100$$

**У.14.** 1) Частота слуха человека варьирует в интервале  $20 \leq T_1 \leq 20000$ , а собаки  $15 \leq T_2 \leq 50000$ .

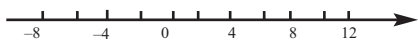
2)  $T_1 \cap T_2 = [20; 20000] \cap [15; 50000] = [20; 20000]$  в этом интервале оба способны слышать.

3) В интервалах  $(15; 20)$  и  $(20000; 50000]$  собака слышит, а человек - нет.

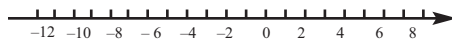
**Рабочий лист № 5**  
**Решение двойных неравенств**

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

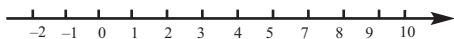
1)  $m - 2 < -8$  или  $\frac{m}{8} > 1$



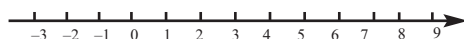
2)  $-1 < 9 + n < 17$



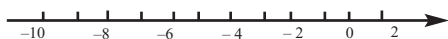
3)  $2x < 10$  или  $\frac{x}{2} \geq 3$



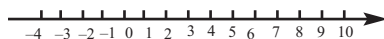
4)  $x + 8 \geq 9$  и  $\frac{x}{7} \leq 1$



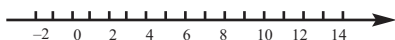
5)  $-3 \leq \frac{p}{2} < 0$



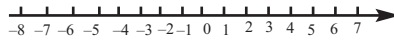
6)  $r + 5 \geq 12$  или  $\frac{r}{9} < 0$



7)  $7v - 5 \geq 65$  или  $-3v - 2 \geq -2$



8)  $-10b + 3 \leq -37$  или  $3b - 10 \leq -25$



## Урок 134, 135. Стр. 176-177 учебника. Неравенства, содержащие переменную под знаком модуля. 2 часа

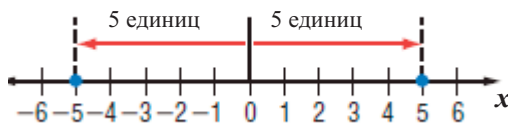
**Содержательный стандарт. 2.2.3.** Решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля и неравенства, приводимые к линейным неравенствам.  
2.1.2 Решает простые задачи, сводящиеся к линейным неравенствам, зависящим от одной переменной.

### Навыки учащегося:

- знает правило решения неравенства, содержащего переменную под знаком модуля, и применяет в решении соответствующих неравенств;
- представляет решение неравенства, содержащего переменную под знаком модуля, математической записью на числовой оси;
- записывает и решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля, соответствующие реальной жизненной ситуации.

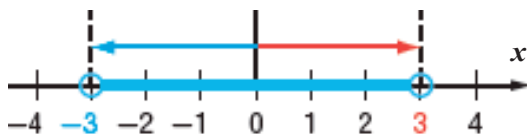
### Дополнительные ресурсы: Рабочий лист № 6

**Мотивация.** Демонстрирует изображение, выражающее абсолютное значение числа. Учащиеся показывают понимание понятия абсолютного значения.



Обсуждается задание на исследование. Внимание учеников обращается на то, что на продуктах погрешность массы по стандарту указывается числом со знаком  $\pm$  и указывается, что математически эту информацию можно записывать, применяя знак абсолютного значения.

Неравенство  $|x| < 3$  показывает, что расстояние между точкой, соответствующей  $x$  и точкой 0, меньше 3 единиц. Это - множество точек, соответствующих числам больше  $-3$ , меньше 3. Поэтому для решения неравенств, содержащих переменную под знаком модуля, требуется решение двух неравенств.  $x > -3$  и  $x < 3$ . Решение неравенства  $|x| < 3$  можно записать в виде двойного неравенства  $-3 < x < 3$ .



У.2. а)  $|x| < 4 \Rightarrow -4 < x < 4, \quad (-4; 4)$

б)  $|x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2, \quad [-2; 2]$

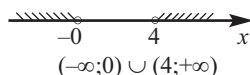
в)  $|x| < -1$  из-за того, что  $|x| \geq 0$ , неравенство не имеет решения.

г)  $|x| > 4 \Rightarrow x > 4$  или  $x < -4: (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$

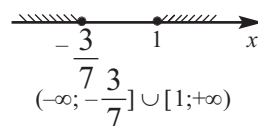
д)  $|x| > -1$  из-за того, что  $|x| \geq 0$  любое значение  $x$  является решением неравенства:  $(-\infty; +\infty)$

е)  $|x| > 0$  все значения  $x$ , различные от нуля, являются решением неравенства:  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

$$\text{У.3. а) } |x - 2| > 2 \quad x - 2 > 2 \text{ или } x - 2 < -2 \\ x > 4 \text{ или } x < 0$$



$$\text{д) } |7x - 2| \geq 5 \quad 7x - 2 \geq 5 \text{ или } 7x - 2 \leq -5 \\ 7x \geq 7 \text{ или } 7x \leq -3 \\ x \geq 1 \text{ или } x \leq -\frac{3}{7}$$



**2-ой час.**

**У.7.** Если обозначим абонентскую плату через  $x$ , то по условию

$$|x - 25| \leq 5$$

$$x - 25 \leq 5 \text{ и } x - 25 \geq -5$$

$$x \leq 30 \text{ и } x \geq 20 \Rightarrow 20 \leq x \leq 30$$



**У.9.** При каких значениях  $a$ , решением неравенства является множество действительных чисел  $\mathbb{R}$ ?

а) Учитывая, что модуль не принимает отрицательные значения, правая сторона должна принять не положительные значения.

А отсюда, для того, чтобы неравенство  $|x + 1| \geq a - 2$  удовлетворялось по всей часовой оси, должно быть  $a - 2 \leq 0$ , т.е.  $a \leq 2$ .

$$\text{б) } |x - 3| > a + 1, \quad a + 1 < 0, \quad a < -1$$

**У.2.** Если обозначим количество экземпляров через  $x$ , то для принтера А расходуется  $85 + 0,05x$  манат, а для принтера В  $215 + 0,01x$  манат. Покупка принтера В выгоднее в том случае, если деньги, расходуемые для него, будут меньше денег, расходуемых для принтера А.

$$\begin{aligned} \text{Т.е. } 215 + 0,01x < 85 + 0,05x &\Rightarrow -130 < 0,04x \\ 0,01x - 0,05x < 85 - 215 &\Rightarrow -0,04x < -130 \\ -0,004x < -130 &\Rightarrow x > \frac{-130}{-0,04} = \frac{13000}{4} = 3250 \end{aligned} \quad x > 3250$$

Значит, если количество экземпляров будет больше 3250и, (3251, 3252, ...), то покупать принтер В выгоднее.

## Урок 136, 137. Стр.178-179 учебника. Обобщающие задания.

### Суммативное оценивание. 2 часа

Обобщающие упражнения охватывают навыки решения линейных неравенств, двойных неравенств, неравенств, содержащих переменную под знаком модуля. Эти задания могут быть также использованы в качестве пробной контрольной работы для суммативного оценивания.

При решении задач обращается внимание на деление задачи на фрагменты и умение записывать неравенство, соответствующее каждому фрагменту.

**У.4.**  $F = \frac{9}{5}C + 32^\circ$  Найдем изменение температуры по Цельсию, если температура в течение дня изменилась с  $65^\circ$  до  $115^\circ$  по Фаренгейту  $65^\circ \leq F \leq 115^\circ$ .

$$65^\circ \leq \frac{9}{5}C + 32^\circ \leq 115^\circ \Rightarrow 65^\circ - 32^\circ \leq \frac{9}{5}C \leq 115^\circ - 32^\circ$$

$$33^\circ \leq \frac{9}{5}C \leq 83^\circ \quad \left| \times \frac{5}{9} \right. \quad 33^\circ \cdot \frac{5}{9} \leq C \leq 83^\circ \cdot \frac{5}{9} \Rightarrow (18\frac{1}{3})^\circ \leq C \leq (46\frac{1}{9})^\circ$$
















**Рабочий лист № 6**  
**Самооценивание**  
**Решение неравенств**

Имя \_\_\_\_\_

Фамилия \_\_\_\_\_

Дата \_\_\_\_\_

Навыки	Объясняет на данном примере понимание и записывает еще один пример	При наличии трудностей, повторно обращается к примерам и обучающим задачам в учебнике	Мои результаты
Решает двойные неравенства, выраженные союзами “и” “или”	$-3 < 1 - 2x \leq 5$ $x + 1 > 5 \text{ или } x + 1 < 0$	Стр.173, №1, 2	   
Решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля	$ x - 2  < 7$	Стр.176, №1-4	   
Решает задачи о линейных неравенствах с одной переменной	<p><i>Длины двух сторон треугольника - 3 единицы и 5 единиц. Запишите целые значения, которые могут соответствовать III стороне .</i></p> 	Стр.171, №9, 15-18	   

## Критерии суммативного оценивания по разделам

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

№	Критерии оценивания
1.	Представляет неравенства словесной записью, математической записью, изображением на числовой оси
2.	Оценивает множество решений неравенства, применяя свойства неравенства
3.	Выполняет упражнения на почленное сложение и умножение неравенств
4.	Изображает числовые промежутки на числовой оси, выражает эти промежутки с применением свойств множеств
5.	Решает линейные неравенства, используя свойства неравенства, представляет решение на числовой оси математической записью
6.	Представляет на числовой оси множество решений двойных неравенств
7.	Различает друг от друга множество решений двух неравенств, данных союзом “и”, а также союзом “или”
8.	Решает неравенства, содержащие переменную под знаком модуля
9.	Составлением неравенств решает задачи, соответствующие жизненной ситуации.

## Упражнения для суммативного оценивания

1. Какие неравенства верны при  $a > b$  ?  
I.  $a + 3 = b + 3$     II.  $-2,1a > -2,1b$     III.  $7a > 7b$     IV.  $-\frac{a}{5} < -\frac{b}{5}$   
V.  $a - 0,1 < b - 0,1$   
A) II, V    B) I, II, III    C) I, III, IV    D) III, IV, V
2. Найдите произведение целых чисел, входящих в промежуток  $(-7,3 ; 5,3)$ .  
A)  $-35$     B)  $120$     C)  $0$     D)  $720$
3. Найдите пересечение промежутков  $(-\infty ; 20)$  и  $(-5 ; +\infty)$ .  
A)  $(-\infty ; -5)$     B)  $(-5 ; 20)$     C)  $(20 ; +\infty)$     D)  $(-\infty ; +\infty)$
4. Сумма двух чисел меньше 12. Если одно из чисел 4, какие значения может принять другое число?
5. Оцените выражение  $\frac{2x}{y}$ , если  $4 < x < 6$  и  $1 < y < 2$ .  
A)  $3 < \frac{2x}{y} < 8$     B)  $4 < \frac{2x}{y} < 8$     C)  $3 < \frac{2x}{y} < 4$     D)  $4 < \frac{2x}{y} < 12$
6. При каких значениях  $c$  выражение  $2(c-3) - (0,5+c)$  положительно?
7. Стороны прямоугольника  $a$  и  $b$ . Если  $15 < a < 20$ ,  $6 < b < 8$ , оцените периметр прямоугольника.  
A)  $42 < P < 56$     B)  $21 < P < 28$   
C)  $90 < P < 160$     D)  $20 < P < 27$
8. Если  $1 < a < 3$ , оцените выражение  $8 - 2a$ .
9. Установите соответствие для неравенств.  
1.  $-4 \leq x \leq 4$     2.  $-4 < x \leq 4$     3.  $-3 < x < 4$   
A) Наименьшее целое решение  $-4$ .    B) Наименьшее целое решение  $-3$ .  
C) Наибольшее целое решение  $3$ .    D) Сумма целых решений равна  $0$ .
10. Решите неравенство  $(1-\sqrt{5}) \cdot (x-3) < 0$ .

11. При каких значениях  $x$   $\sqrt{3x+15}$  выражение имеет смысл?

- A)  $x \geq -5$       B)  $x \leq -5$       C)  $x \geq -3$       D)  $x > -5$

12. Найдите наибольшее целое решение неравенства  $-2x > 8$ .

- A) 4      B)  $-4$       C)  $-3$       D)  $-5$

13. Решите неравенство

$$\frac{6x-1}{4} + \frac{1-2x}{2} > 10$$

- A)  $(19,5; +\infty)$     B)  $(-\infty; 19,5)$     C)  $(-19,5; +\infty)$     D)  $(-\infty; -19,5)$

14. При каких значениях  $x$ , функция  $y = \frac{2}{3}x - 8$  принимает не отрицательные значения?

- A)  $(12; +\infty)$     B)  $[12; +\infty)$     C)  $(-\infty; 12]$       D)  $(-\infty; 12)$

15. При каких значениях числа  $a$ , уравнение  $x^2 - 7x + a = 0$  не имеет корней?

- A)  $a \geq 12,25$     B)  $a \leq 12,25$     C)  $a > 12,25$     D)  $a < 12,25$

16. Найдите число целых решений неравенства  $|2x-1| \leq 5$ .

- A) 4      B) 5      C) 3      D) 6

17. Основания трапеции  $x$  см и  $y$  см.

К какому промежутку относится значение длины средней линии трапеции, если  $7 \leq x \leq 11$ ;  $5 \leq y \leq 9$ ?

18. Установите соответствие

1.  $|x-1| > -1$     2.  $|x-2| < 1$     3.  $|x-1| < -2$

- A)  $(-\infty; +\infty)$     B)  $\emptyset$     C)  $(1; 3)$     D) наибольшее целое решение 2.

19. Длина прямоугольника 7 см. Сколько см должна быть ширина, чтобы периметр прямоугольника был меньше периметра квадрата со стороной 6 см?

- A)  $x < 5$       B)  $x \leq 5$       C)  $x > 5$       D)  $x \geq 5$

20. Найдите наименьшее целое решение, удовлетворяющее неравенству  $(2-\sqrt{5}) \cdot x < 4-\sqrt{20}$ .

- A) 3    B) 1      C) 2      D) 0

## Урок 138-143. Стр. 180-187 учебника. Прямоугольный треугольник и тригонометрические отношения. 6 часов.

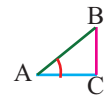
**Содержательный стандарт. 3.1.3.** Применяет теорему Пифагора, знает определение тригонометрических функций для острого угла и находит их значение для некоторых углов.

### Навыки учащегося:

- в прямоугольном треугольнике синус, косинус и тангенс острого угла выражает отношением сторон;
- находит синус, косинус и тангенс углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;
- с помощью калькулятора находит градусную меру угла по тригонометрическому отношению;
- находит неизвестную сторону прямоугольного треугольника, используя тригонометрические отношения;
- выполняет вычисления, применяя тригонометрические тождества;
- решает различные задачи о тригонометрических тождествах.

**Дополнительные ресурсы:** Рабочий лист № 1.

Рекомендуется заранее подготовить плакат со следующим содержанием

Тригонометрические отношения		
$\sin \angle A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$	$\sin \angle A = \frac{BC}{AB}$	
$\cos \angle A = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$	$\cos \angle A = \frac{AC}{AB}$	
$\operatorname{tg} \angle A = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$	$\operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC}$	

**Мотивация.** Выполняется практическая работа. Сравняются результаты. Исследуется какие отношения остаются постоянными в каждом треугольнике.

Представляется информация о том, что этим отношениям даются определенные названия, и они широко применяются в решении многих практических задач в реальной жизни.

**У.1.** (стр. 181) Из  $\triangle ABC$  Из  $\triangle A_1B_1C_1$

$$\sin \angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{4}{5}$$

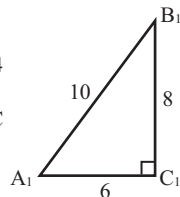
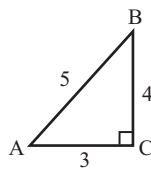
$$\cos \angle A = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC} = \frac{4}{3}$$

$$\sin \angle A_1 = \frac{B_1C_1}{A_1B_1} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \angle A_1 = \frac{A_1C_1}{A_1B_1} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\operatorname{tg} \angle A_1 = \frac{B_1C_1}{A_1C_1} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$



Сравниваются результаты, выслушиваются мнения учеников.

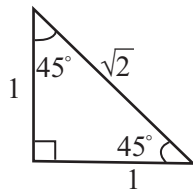
Задания У.3, У.4, У.5 на стр. 181 являются упражнениями определения синуса, косинуса и тангенса острых углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ .

1) Чертятся треугольники с углами  $45^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ . Учащиеся понимают, что эти треугольники равнобедренны и подобны. Для простоты, примем катеты за единицу. Гипотенуза этих треугольников  $\sqrt{2}$ .

$$a) \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$b) \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$c) \operatorname{tg} 45^\circ = \frac{1}{1} = 1$$

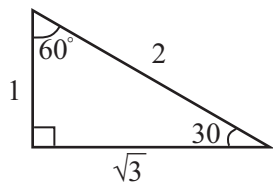


2) Нарисуем треугольник с углами  $30^\circ$ ;  $60^\circ$ ;  $90^\circ$ , найдем значения  $\sin 30^\circ$ ,  $\cos 30^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 30^\circ$ ;  $\sin 60^\circ$ ,  $\cos 60^\circ$ ,  $\operatorname{tg} 60^\circ$ .

Если принять меньший катет треугольника за единицу, то другой катет этих треугольников будет больше меньшего катета в  $\sqrt{3}$  раза.

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

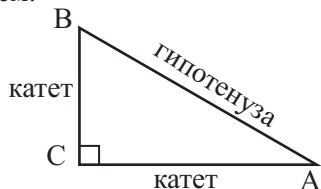
$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \quad \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$



Задача У.7. выполняется общеклассным обсуждением.

$$\sin \angle A = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{катет}}{\text{гипотенуза}} < 1$$

$$\cos \angle A = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{катет}}{\text{гипотенуза}} < 1$$



При  $BC < AC$   $\operatorname{tg} \angle A = \frac{BC}{AC} < 1$ , при  $AC > BC$   $\operatorname{tg} \angle B = \frac{AC}{BC} > 1$ ,

При  $AC = BC$ ,  $\operatorname{tg} \angle A = 1$

Т.е., синус и косинус острого угла всегда меньше 1, а тангенс может быть больше 1, меньше 1 и равен 1.

У.9. В задании по измерениям на рисунке даются значения синуса, косинуса и тангенса острого угла и результаты округляются до десятых. Из  $\Delta SRT$

$$\sin \alpha = \frac{15}{25} = 0,6$$

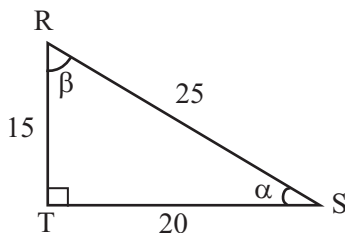
$$\sin \beta = 0,8$$

$$\cos \alpha = \frac{20}{25} = 0,8$$

$$\cos \beta = 0,6$$

$$\operatorname{tg} \beta = 1,333 \approx 1,3$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{15}{20} = 0,75 \approx 0,8$$



Из  $\triangle XYZ$

$$\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{13}} = \frac{2}{3,6055} \approx 0,6$$

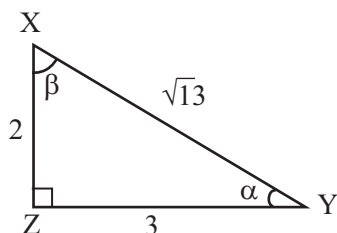
$$\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3}{3,6055} \approx 0,8$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3} \approx 0,6666 \approx 0,7$$

$$\sin \beta \approx 0,8$$

$$\cos \beta \approx 0,6$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{3}{2} = 1,5$$



**Во 2-ой час** выполняются задания на вычисление  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\operatorname{tg}$  любого угла с помощью калькулятора. Полученные результаты округляются.

**У.10.** 1)  $\cos 70^\circ \approx 0,3640 \approx 0,36$

$$\sin 56^\circ \approx 0,8290 \approx 0,83$$

$$\operatorname{tg} 2^\circ \approx 0,0349 \approx 0,03$$

2)  $\operatorname{tg} \angle A = 0,5095, \quad \angle A \approx 27^\circ$

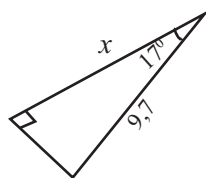
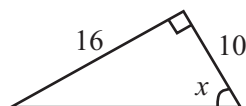
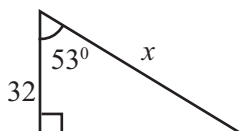
$$\sin \angle A = 0,35, \quad \angle A \approx 30^\circ 30'$$

$$\cos \angle A = 0,135, \quad \angle A \approx 83^\circ 29'$$

**У.11.**  $\frac{32}{x} = \cos 53^\circ \Rightarrow x \approx \frac{32}{0,6018} \approx 53,2$

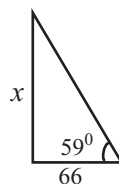
$$\operatorname{tg} x = \frac{16}{10} = 1,6 \Rightarrow x \approx 58^\circ$$

$$\frac{x}{9,7} = \cos 17^\circ \Rightarrow x = 9,7 \cdot \cos 17^\circ \approx 9,7 \cdot 0,9563 \approx 9,3$$



**В 3-ий час** с использованием тригонометрических отношений решаются задачи, данные на стр. 183- 186, соответствующие реальным жизненным ситуациям. Учащийся понимает возможность вычисления с помощью тригонометрических отношений в прямоугольном треугольнике высоты объекта (катет), расстояние от одного объекта до другого (катет), расстояние от наивысшей точки объекта до поверхности земли (гипотенуза). В центре внимания держатся навыки черчения в тетрадах соответствующих задаче рисунков. Решаются задачи на нахождение неизвестных сторон и углов, периметра прямоугольного треугольника по данному углу и стороне. Это называется решением прямоугольного треугольника.

**У.2.**  $\frac{x}{66} = \operatorname{tg} 60^\circ \Rightarrow x = 66 \cdot \operatorname{tg} 60^\circ \approx 66 \cdot 1,73 \approx 114,2$



$$\operatorname{tg} x = \frac{231}{1524} \approx 0,1516$$



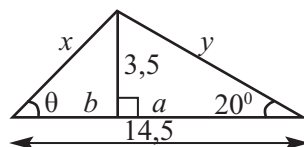
$$x \approx 8,6^\circ$$

**У.3.**  $\sin 20^\circ = \frac{3,5}{y}, y = \frac{3,5}{\sin 20^\circ} \approx 10,23$

$$\frac{3,5}{a} = \operatorname{tg} 20^\circ \Rightarrow a = \frac{3,5}{\operatorname{tg} 20^\circ} \approx 9,62$$

$$b = 14,5 - a \approx 14,5 - 9,62 \approx 4,88$$

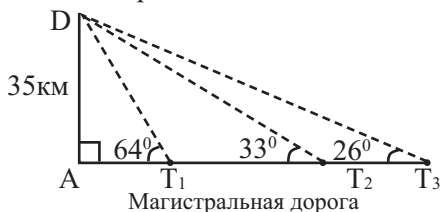
$$\operatorname{tg} \theta = \frac{3,5}{b} \approx \frac{3,5}{4,88} \approx 0,72, \quad \theta \approx 36^\circ$$



$$\frac{3,5}{x} = \sin \theta \Rightarrow x = \frac{3,5}{\sin \theta} \approx \frac{3,5}{0,588} \approx 5,95$$

**У.5.**  $DT_1, DT_2, DT_3 - ?$

Источник радиоволн



$$\frac{35}{DT_1} = \sin 64^\circ$$

$$DT_1 = \frac{35}{\sin 64^\circ} \approx \frac{35}{0,8988} \approx 38,9408 \approx 39 \text{ км}$$

$$\frac{35}{DT_2} = \sin 33^\circ$$

$$DT_2 = \frac{35}{\sin 33^\circ} \approx \frac{35}{0,5446} \approx 64,2673 \approx 64 \text{ км}$$

$$\frac{35}{DT_3} = \sin 26^\circ$$

$$DT_3 = \frac{35}{\sin 26^\circ} \approx \frac{35}{0,4384} \approx 79,8357 \approx 80 \text{ км}$$

В 4-ый час, используя углы подъема и спуска, вычисляются высоты объектов, непосредственное измерение которых не представляется возможным. По данным углам подъема и спуска вычисляются требуемые расстояния.

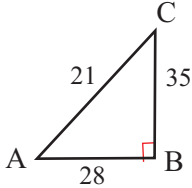


**Рабочий лист № 1**  
**Самооценивание**

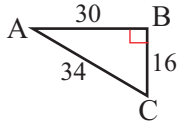
**Найдите неизвестное по данным прямоугольного треугольника**

1) Запишите требуемые тригонометрические отношения в данных треугольниках

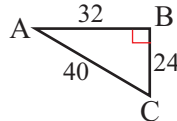
a)  $\sin \angle C$



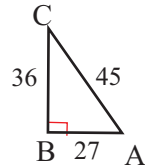
b)  $\cos \angle A$



c)  $\sin \angle C$

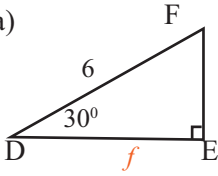


d)  $\operatorname{tg} \angle A$

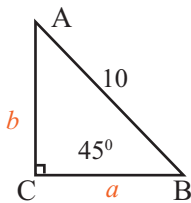


2) Найдите стороны в данных треугольниках, обозначенные переменными

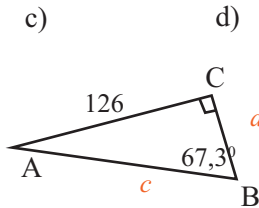
a)



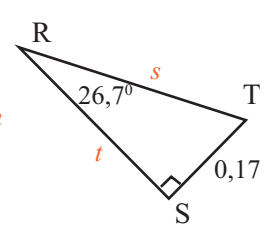
b)



c)



d)



3) Решите задачи:

a) Стороны равностороннего треугольника 12 см. Найдите высоту треугольника.

b) В равнобедренном треугольнике угол при основании  $30^\circ$ , а основание  $10\sqrt{3}$ .

1. Найдите высоту треугольника

2. Найдите длину боковых сторон треугольника

c) Найдите гипотенузу прямоугольного треугольника, если один из острых углов треугольника равен  $45^\circ$ , а один из катетов 5 см.



Не понимаю задания



Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить его



Выполнил задание



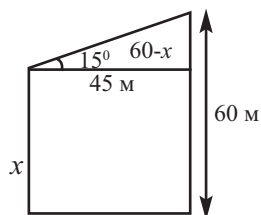
С легкостью выполнил задание

Навыки				
В прямоугольном треугольнике выражает $\sin$ , $\cos$ , $\operatorname{tg}$ соответствующего угла отношением сторон				
С помощью тригонометрических отношений находит неизвестную сторону или угол в прямоугольном треугольнике				

$$\text{У.6.} \quad \frac{60-x}{45} = \operatorname{tg} 15^\circ$$

$$60-x = 45 \cdot \operatorname{tg} 15^\circ \Rightarrow$$

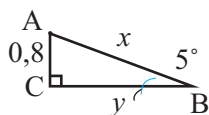
$$x = 60 - 45 \cdot \operatorname{tg} 15^\circ \approx 60 - 45 \cdot 0,2679 \approx \\ \approx 60 - 13,6629 \approx 46,34 \text{ м}$$



**У.7.** Сначала получим необходимую информацию для одной ступени.

Если обозначим в прямоугольном треугольнике ABC  $AB = x$ ,  $BC = y$ , то с помощью угла B ( $5^\circ$ ) и высоты AC (высота ступени) (0,8 м) можем записать следующее: учитывая, что

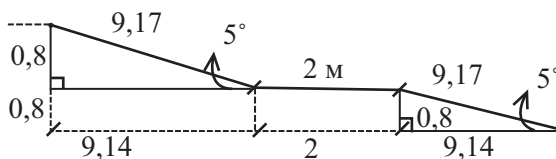
$$\frac{0,8}{x} = \sin 5^\circ \quad \frac{0,8}{y} = \operatorname{tg} 5^\circ \quad \text{и} \quad \sin 5^\circ \approx 0,0872, \quad \operatorname{tg} 5^\circ \approx 0,0875,$$



получим

$$x = \frac{0,8}{0,0872} \approx 9,17 \quad y = \frac{0,8}{0,0875} \approx 9,14.$$

Отсюда видно, что люди с ограниченными возможностями, проходя дорогу больше  $x - y \approx 9,17 - 9,14 = 0,03 \text{ м} = 3 \text{ см}$ , поднимаются на высоту 0,8 м = 80 см. А теперь обратим внимание на последовательность ступеней. После каждой ступени идет горизонтальный участок длиной 2 м, затем ставится новая ступень. А это означает подъем еще на 0,8 м.



Как видно, через две ступени пожилые люди поднимаются на высоту 1,6 м. А путь, пройденный ими, составил  $9,17 + 2 + 9,17 = 20,34$ .

Если обратим внимание на рисунок, это расстояние по горизонтальной дороге составляет

$$9,14 + 2 + 9,14 = 20,28 \text{ м.}$$

Общий пройденный путь можно определить так: между двумя последовательными ступенями имеется один 2 метровый горизонтальный участок, между тремя ступенями - два 2 метровых горизонтальных участка и т.д.

Высота, соответствующая числу ступеней, будет  $0,8 \cdot n$ . Если обозначим пройденный путь через  $s$ , в зависимости от числа ступеней можно записать равенство  $s = 9,17n + 2(n-1)$ ,  $h = 0,8n$

(Расстояние горизонтальной дорогой будет  $s_0 = 9,14 \cdot n + 2(n-1)$ ).

На вопрос сколько ступеней должно быть на расстоянии в 65 м, можно ответить так:

Решим уравнение

$$9,17n + 2(n - 1) = 65$$

$$11,17n - 2 = 65 + 2 = 67$$

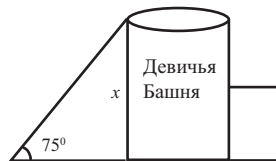
$$11,17n = 65 \quad n = \frac{67}{11,17} \approx 6$$

6 ступеней будет достаточно. В этом случае, каждый человек, пользующийся ими, поднимается на высоту  $h = 0,8 \cdot 6 = 4,8$  м.

**У.8.**  $\frac{x}{8} = \operatorname{tg} 75^\circ \approx 3,73$

$$x = 8 \cdot \operatorname{tg} 75^\circ \approx 8 \cdot 3,73 \approx 29,9 \text{ м}$$

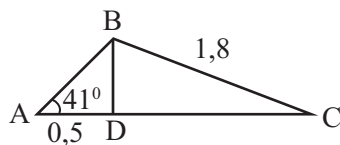
(Высота Девичьей Башни составляет 28 м)



**У.12.** Найдите градусную меру измерения углов  $\triangle ABD$  и длину сторон  $\triangle BDC$   
 $\angle ABD = 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ$

$$\frac{0,5}{AB} = \cos 41^\circ \Rightarrow AB = \frac{0,5}{\cos 41^\circ} = \frac{0,5}{0,7547} \approx 0,66$$

$$\frac{BD}{0,5} = \operatorname{tg} 41^\circ \Rightarrow BD = 0,5 \cdot \operatorname{tg} 41^\circ \approx 0,5 \cdot 0,8693 \approx 0,43$$

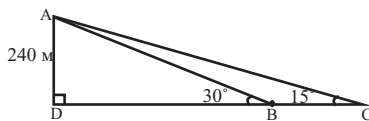


Из  $\triangle BDC$   $\frac{BD}{1,8} = \sin \angle C$ ,  $\sin \angle C = \frac{0,5 \cdot \operatorname{tg} 41^\circ}{1,8} \approx \frac{0,4346}{1,8} = 0,2414$ ,  $\angle C \approx 14^\circ$

$$\angle DBC = 90^\circ - \angle C \approx 90^\circ - 14^\circ \approx 76^\circ$$

$$\frac{DC}{1,8} = \cos \angle C \Rightarrow DC = 1,8 \cdot \cos \angle C \approx 1,8 \cdot 0,9703 \approx 1,75$$

**У.14.** Представьте себе, что вы альпинист и находитесь на вершине горы высотой 240 м. Отсюда вы видите двух всадников на лошадях, движущихся по направлению к горе. Угол снижения от вас до всадника В составляет  $30^\circ$ , а до всадника С -  $15^\circ$ .



1) Сколько метров в данный момент составляет расстояние между вами и каждым всадником? 2) Чему равно расстояние между двумя всадниками?

Сначала схематически представим задачу.

1) Определим расстояние между АВ и АС в прямоугольных треугольниках ADB и ADC. В прямоугольном треугольнике противолежащий углу  $30^\circ$  катет равен половине гипотенузы. Т.е.,

$$AD = \frac{AB}{2} \Rightarrow AB = 2AD = 2 \cdot 240 = 480 \text{ м}$$

Тот же результат получим из равенства  $\frac{AD}{AB} = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ .

А из  $\triangle ADC$   $\frac{240}{AC} = \sin 15^\circ \approx 0,2588$

А отсюда получим  $AC \approx \frac{240}{0,2588} \approx 927,36 \text{ м}$ .

2) Расстояние между всадниками В и С можно получить из равенства  $BC = DC - DB$ :

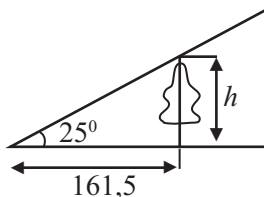
$$\text{Из } \triangle ABD \quad \frac{240}{AB} = \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow DB = 240 \cdot \sqrt{3} \approx 415,69 \text{ м}$$

$$\text{Из } \triangle ADC \quad \frac{240}{DC} = \operatorname{tg} 15^\circ \approx 0,2679 \Rightarrow DC = \frac{240}{0,2679} \approx 895,86 \text{ м}$$

$$\text{Тогда } BC = DC - DB \approx 895,86 - 415,69 \approx 480,17 \text{ м.}$$

$$\text{У.15.1) } \frac{h}{161,5} = \operatorname{tg} 25^\circ \approx 0,4663$$

$$h = 161,5 \cdot \operatorname{tg} 25^\circ \approx 161,5 \cdot 0,4663 \approx 75,3074$$

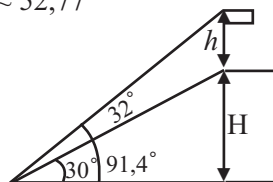


$$\text{У.16. } \frac{H}{91,4} = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad H = 91,4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 52,77 \quad H \approx 52,77$$

$$\frac{H+h}{91,4} = \operatorname{tg} 32^\circ, \quad H+h = 91,4 \cdot \operatorname{tg} 32^\circ \Rightarrow$$

$$\operatorname{tg} 32^\circ \approx 0,6249 \Rightarrow h = 91,4 \cdot \operatorname{tg} 32^\circ - 52,77 \approx$$

$$\approx 57,1159 - 52,77 \approx 4,35 \text{ м}$$



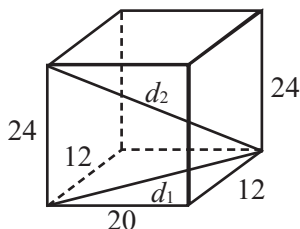
$$\text{У.19. } d_1^2 = 20^2 + 12^2 = 400 + 144 = 544$$

$$d_2^2 = 24^2 + d_1^2 = 576 + 544 = 1120 \quad d_2^2 = 1120$$

$$d_2 = \sqrt{1120} \approx 33,4665,$$

Длина палки  $l = 34$  см, а диагональ ящика  $d_2 \approx 33,4665$ .

Из-за того, что  $l > d_2$ , палка не поместится в ящик.



У.20. Сначала составим схему, соответствующую условию задачи. Обозначим расстояние от птичьего гнезда на дереве через  $QH$ , точку, на которой расположен орнитолог с углом подъема  $60^\circ$  через  $O_1$ , точку расположения орнитолога с углом подъема  $30^\circ$  через  $O_2$ . Зная, что расстояние между наблюдателями составляет 58 м, определим расстояния  $QO_1$  и  $QO_2$ . Для этого проведем нижеследующие обозначения:

$QH = h$ ,  $HO_1 = x$ ,  $HO_2 = x + 58$ ,  $QO_1 = l_1$ ,  $QO_2 = l_2$

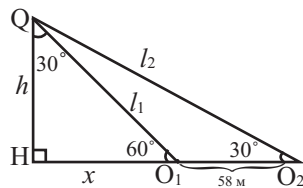
$$\text{Из } \triangle QHO_1 \quad \frac{h}{x} = \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow h = x \cdot \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3} \cdot x$$

$$\text{Из } \triangle QHO_2 \quad \frac{h}{x+58} = \operatorname{tg} 30^\circ \Rightarrow h = (x+58) \cdot \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{x+58}{\sqrt{3}}$$

Из этих двух равенств  $\sqrt{3} \cdot x = \frac{x+58}{\sqrt{3}}$  или  $3x = x + 58$ . Отсюда  $x = 29$  м

Тогда  $l_1 = 2x = 58$  м и  $HO_2 = x + 58 = 29 + 58 = 87$  м

$$\text{Из } \triangle QHO_2 \quad \frac{HO_2}{l_2} = \cos 30^\circ \Rightarrow 87 = l_2 \cdot \cos 30^\circ \text{ и } l_2 = \frac{87}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{87 \cdot 2}{\sqrt{3}} \approx \frac{174}{1,732} \approx 100 \text{ м}$$



Таким образом, расстояние от I орнитолога до гнезда составляет 58 м, а от второго - приблизительно 100 м.

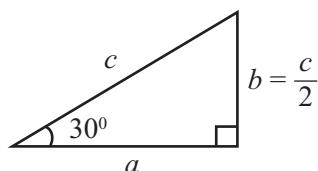
**В 6-ой час** выполняются упражнения с применением тригонометрических тождеств, данные на стр. 187.

**У.2** 1)  $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$

$$\sin 30^\circ = \frac{b}{c} = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2} \quad \cos 30^\circ = \frac{a}{c} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}c}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1$$

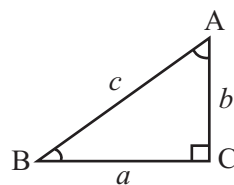
$$a^2 = c^2 - b^2 = c^2 - \frac{c^2}{4} = \frac{3}{4}c^2 \quad a = \frac{\sqrt{3}}{2}c$$



2)  $\operatorname{tg} A = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{3} \Rightarrow b = 3a \quad c^2 = a^2 + b^2 = a^2 + 9a^2 = 10a^2$

$$c = a\sqrt{10} \quad \sin A = \frac{a}{c} = \frac{a}{a\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \frac{1}{10}} = \sqrt{\frac{9}{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$



$$\sin B = \frac{b}{c} = \frac{3a}{a\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10} \quad \cos B = \frac{a}{c} = \frac{a}{a\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

## Урок 144-146. Стр. 188-190 учебника. Уравнение прямой, проходящей через две точки. 3 часа.

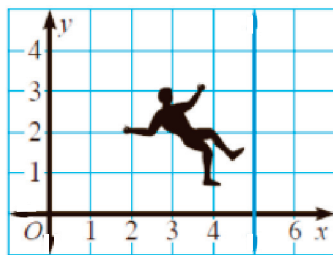
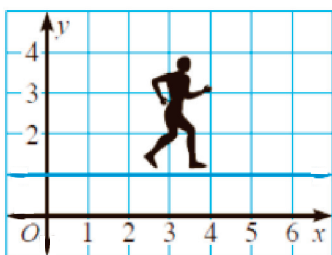
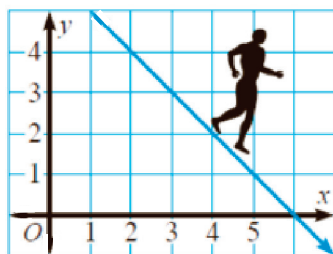
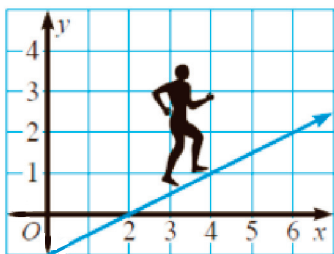
**Содержательный стандарт. 3.2.3.** Находит координаты середины отрезка по координатам точек, являющихся концами, записывает уравнение прямой по двум заданным точкам.

### Навыки учащегося:

- по угловому коэффициенту и координатам точки записывает уравнение прямой в виде  $y - y_1 = k(x - x_1)$ ;
- определяет угловой коэффициент по координатам двух точек на прямой;
- по данному графику прямой определяет угловой коэффициент, записывает соответствующее уравнение прямой;
- по угловому коэффициенту определяет взаимное расположение двух прямых на координатной плоскости.

**Мотивация.** С 7-ого класса ученики знакомы с уравнением прямой в виде  $y = kx + b$ . Проверяются знания об определении точек пересечения прямой с координатными осями, расположении прямой на координатной плоскости в зависимости от углового коэффициента  $k$ . Рекомендуется заранее подготовить электронный или бумажный плакат, как показано ниже.

Ученики исследуют связь между значениями  $x$  и  $y$  для каждого случая. Выясняется, что на 1-ом рисунке с возрастанием значения  $x$  значение  $y$  тоже возрастает, на 2-ом рисунке с возрастанием значения  $x$  уменьшается значение  $y$ , на 3-ем рисунке значение  $x$  меняется, значение  $y$  остается постоянным, на 4-ом рисунке значение  $x$  остается постоянным, а значение  $y$  меняется.



Зависят ли все эти изменения от знака и значения углового коэффициента  $k$ ? Выслушиваются мнения учеников. Построением с помощью граф калькулятора различных графиков, в зависимости от знака углового коэффициента  $k$ , учащиеся определяют возрастание или убывание значения  $y$ . При положительном  $k$ ,  $y$  возрастает, при отрицательном  $k$  значения  $y$  уменьшаются.

**Обучение.** Обучающий блок пошагово анализируется вместе с учащимися. Внимание учеников обращается на широкое применение записи уравнения прямой в виде  $y = kx + b$  и  $y - y_1 = k(x - x_1)$ .

В зависимости от ситуации используются нижеследующие формы записи:

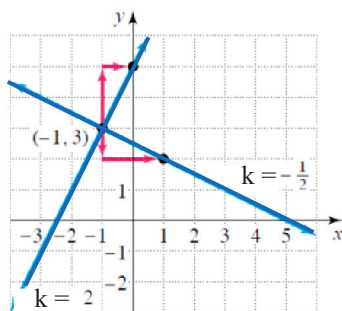
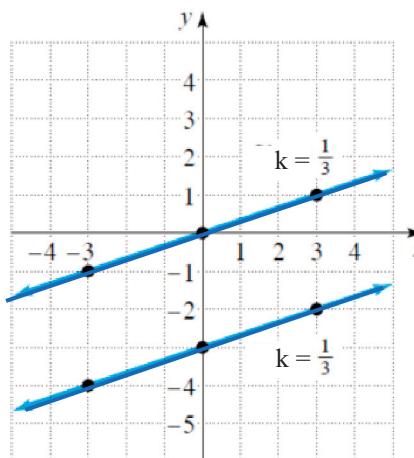
$$y = kx + b;$$

$$y - y_1 = k(x - x_1).$$

Обсуждается формула для определения углового коэффициента  $k$

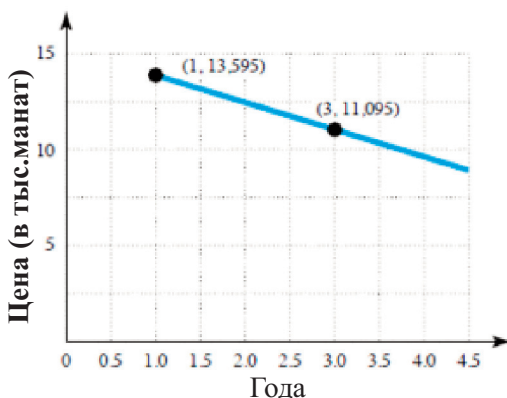
$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ и выполняются задания с применением данной формулы.}$$

Определяется взаимное расположение двух прямых в зависимости от углового коэффициента  $k$ . Эти прямые параллельны, если угловые коэффициенты равны ( $k_1 = k_2$ ), и перпендикулярны, если угловые коэффициенты удовлетворяют равенству  $k_1 \cdot k_2 = -1$ .



Вместе с учениками исследуется каким величинам в реальной жизненной ситуации соответствуют угловой коэффициент.

Например, на графике представлена зависимость стоимости автомобиля от срока его эксплуатации. Здесь  $k$  обозначает изменение стоимости автомобиля за каждый последующий год. В этом случае коэффициент пропорциональности  $k$  можно представить как “коэффициент старения”. Например, если определим по графику коэффициент  $k$ , то можем найти цену автомобиля через 3 года. Ученики приводят подобные примеры из реальной жизни. Например, в прямолинейном равномерном движении  $k$  соответствует скорости и т.д.



## Урок 147, 148. Стр. 191-192 учебника. Обобщающие задания. 2 часа

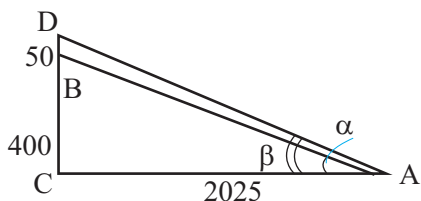
Обобщающие задания охватывают навыки выражения синуса, косинуса, тангенса острого угла отношением сторон в прямоугольном треугольнике, нахождения синуса, косинуса, тангенса углов  $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ , нахождения градусного измерения угла по тригонометрическим отношениям (и наоборот), выполнения различных задач с применением тригонометрических отношений. Держится в центре внимания выполнение задания каждым учащимся. По уровню выполнения учениками данных заданий составляются рабочие листы.

У.1.

$$\begin{aligned} BD &= 50 \text{ м} \\ BC &= 400 \text{ м} \\ AC &= 1025 \text{ м} \end{aligned}$$


---

Из  $\triangle ABC$   $\operatorname{tg} \alpha = \frac{400}{2025} \approx 0,1975$



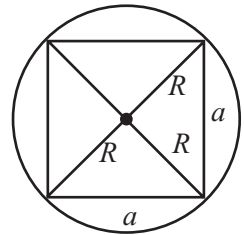
$\alpha \approx 11^\circ 10'$  Если самолет пролетит под этим углом подъема, то разобьется о гору.

Из  $\triangle ADC$   $\operatorname{tg} \beta = \frac{450}{2025} \approx 0,2222$

Под этим углом подъема самолет пролетит на высоте 50 м над горой.

$\beta - \alpha = 12^\circ 32' - 11^\circ 10' = 1^\circ 22'$  !!! (Такая разница может привести к трагедии).

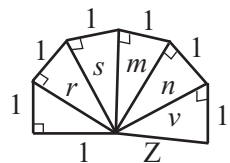
**У.2.**  $d = 2R = 45$  см. Чтобы обтесать бревно с диаметром 45 см в форме прямоугольной призмы с основанием в форме квадрата с наибольшим размером, диагональ этого квадрата должна быть равна диаметру бревна.



Тогда  $a^2 + a^2 = 45^2$ ,  $2a^2 = 45^2$

$a^2 = \frac{2025}{2} = 1012,5 \Rightarrow a = \sqrt{1012,5} \approx 31,82$

**У.3.** Фигура, изображенная на рисунке, состоит из прямоугольных треугольников. Оба катета одного из них равны 1. Последовательным применением теоремы Пифагора находят стороны остальных треугольников.



По теореме Пифагора:

$r = \sqrt{1+1} = \sqrt{2} \rightarrow s = \sqrt{1+2} = \sqrt{3}$ ,  $m = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$ ,  $n = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$ ,

$v = \sqrt{1+5} = \sqrt{6}$ ,  $Z = \sqrt{1+6} = \sqrt{7}$

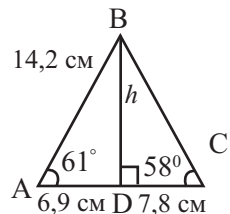
**У.14.** Какое из тригонометрических отношений верно для определения высоты треугольника?

A)  $\cos 58^\circ = \frac{h}{7,8}$  B)  $\operatorname{tg} 58^\circ = \frac{h}{7,8}$

C)  $\operatorname{tg} 61^\circ = \frac{h}{14,2}$  D)  $\operatorname{tg} 61^\circ = \frac{h}{6,9}$

Из  $\triangle ABD$   $\operatorname{tg} 61^\circ = \frac{BD}{AD} = \frac{h}{6,9}$

Из  $\triangle CBD$   $\operatorname{tg} 58^\circ = \frac{BD}{DC} = \frac{h}{7,8}$



Значит, в пунктах В и D высота  $h$  определена правильно.



## Рабочий лист № 1

### Уравнение прямой, проходящей через две точки

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Запишите уравнение прямой, проходящей через данные точки

$(-1;1)$  и  $(2;7)$

$(-3;3)$  и  $(6;0)$

$(-3;3)$  и  $(6;0)$

$(-2;2)$  и  $(-1;7)$

$(-1;3)$  и  $(-2;-2)$

$(-1;3)$  и  $(-2;-2)$

$(3;-1)$  и  $(0;4)$

$(4;-5)$  и  $(-3;1)$

$(4;-5)$  и  $(-3;1)$

2) Напишите уравнения прямых по данным.

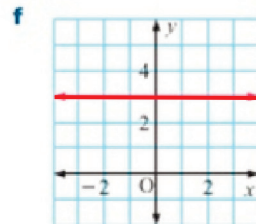
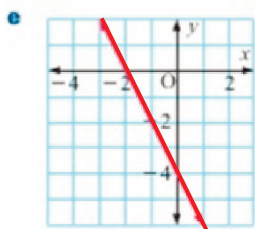
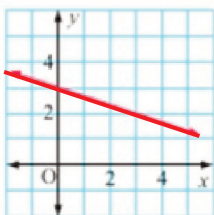
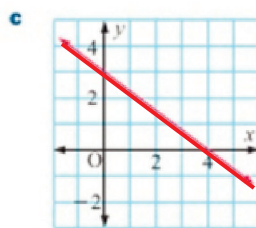
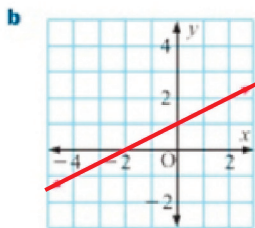
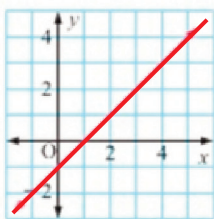
При  $k = 2$  проходит через точку  $A(1;4)$

При  $k = -3$  проходит через точку  $A(3;1)$

При  $k = -\frac{1}{4}$  проходит через точку  $A(2;-3)$

При  $k = -\frac{4}{5}$  проходит через точку  $A(10;-4)$

3) Определите угловой коэффициент прямой, изображенной на рисунке и запишите ее уравнение.



## Урок 149. Стр. 193 учебника. Действия над множествами. 1 час.

**Содержательный стандарт.** 1.1.4. При выполнении действий над множествами, применяет их свойства.

### Навыки учащегося:

- решает задачи на объединение, пересечение, разность множеств;
- определяет количество элементов в объединении и пересечении множеств.

Задание на исследование может быть заранее подготовлено в виде рабочего листа и роздано учащимся. Этим способом можно диагностически оценить насколько правильно ученики применяют действия над множествами.

С этой целью в задании исследования можно составить новые образцы, изменяя элементы множеств, данных диаграммой Венна. Учащиеся выполняют соответствующие действия.

Напишите элементы требуемых множеств.

**A**

**C**

**B**

$$(A \cap B) \cup C =$$

$$(A \cap C) \cup B =$$

$$(B \cap C) \cup A =$$

$$(A \cup B) \cap C =$$

$$(A \cup C) \cap B =$$

$$(B \cup C) \cap A =$$

$$(A \cap B) \cup C = \{0, 2, 6, 8, 9, 11, 12\}$$

**A**

**C**

**B**

$$(A \cup B) \cap C =$$

$$(A \cup C) \cap B =$$

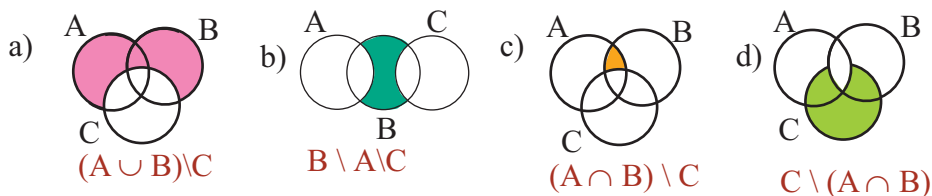
$$(B \cup C) \cap A =$$

$$(A \cap B) \cup C =$$

$$(A \cap C) \cup B =$$

$$(B \cap C) \cup A =$$

**У.4** Задание выполняется общеклассным обсуждением.

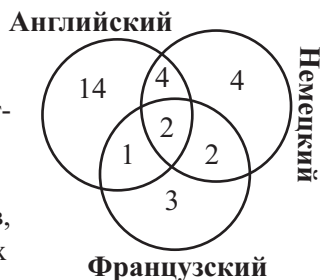


Также рекомендуется выполнение обратной задачи. Рисуются 3 пересекающихся круга, по заданным действиям окрашивается соответствующая часть круга.

**У.6.** Задание выполняется с помощью диаграммы Венна. Определяются действия решения.

1. Рисуются 3 пересекающихся круга.
2. На каждом круге отмечается язык.
3. Число разговаривающих на всех трех языках отмечается в общей части этих кругов (2 человека).
4. Число разговаривающих на двух языках указывается на пересечении двух соответствующих кругов, вычитая число разговаривающих на всех трех языках (1 человек, 2 человека, 4 человека).

5. Число разговаривающих на одном языке отмечается на соответствующей части круга, при этом вычитаются отмеченные на 3-ем и 4-ом шагах.



## Урок 150-151. Стр. 194-195 учебника. Сбор информации. 2 часа.

### Содержательный стандарт.

5.1.2. Систематизирует собранную информацию по определенному признаку.

#### Навыки учащегося:

- ставит вопросы для сбора информации;
- объясняет на примерах понимание информации, изменяющейся в большом диапазоне, как “совокупность (популяция)”, а выбранную из совокупности группу как “выбор”;
- представляет для исследования примеры совокупности и выбора;
- обосновывает верность или неверность прогноза по верности или неверности выбора для совокупности;
- на основе результатов исследования дает прогнозы (например, из 100 человек восьмерым не понравился концерт, скольким не понравится концерт из 2000?).

**Дополнительные ресурсы:** Рабочие листы № 1, № 2

**Обучение.** Для статистического исследования определение проблемы и правильная постановка вопроса играют важную роль. Постановка вопроса исследуется нижеследующими примерами.

1) *Хочу знать, довольны ли покупатели ... (обслуживанием, качеством товаров и т.д.)?*

2) *Хочу знать, довольны ли работники ... (законодательством, зарплатой, рабочими часами и т.д.)?*

3) *Хочу знать, какая зависимость имеется между переменными  $x$  и  $y$ ?*

4) *Хочу знать разность между  $x$  и  $y$ .*

Правильная постановка вопросов исследования важна для правильной оценки ситуации. Например, ответ вопроса “Довольны ли вы обслуживанием?” будет “Да” или “Нет”, или же будет неопределенным, что является не важным для новых решений. По этой причине важным является постановка вопросов, определяющих качество обслуживания.

### Сбор и систематизирование информации:

**1-ый шаг. Формирование вопроса.** На этом этапе исследуется постановка вопросов, их последовательность, характер возможных ответов.

**2-ой шаг. Сбор информации.** Как и когда должна быть собрана информация на этом этапе? Как можно приобрести информацию (письменной анкетой, устным опросом, наблюдением, экспериментом)? Как первоначально регистрировать полученную информацию?

**3-ий шаг. Анализ, систематизирование и представление информации.** Какой график должен быть выбран для представления информации? Наглядно ли демонстрирует ответ выбранная форма?

### Пример

В таблице указаны цены различных блюд в столовой.

Выполните задания.

**1. Сбор информации:** Исследовательская группа исследует цены блюд. Первым шагом отмечаются все цены на блюда:

1,50	2,75	1,52	8,00	9,00
2,20	4,80	1,25	2,00	4,40
1,00	3,25	2,45	3,15	3,20
2,70	1,90	6,77	6,20	2,10

### 2. Систематизирование и представление информации:

1) Сгруппируйте данную информацию по нижеследующим интервалам цен:

1) 1-3 манат

2) 4-6 манат

3) 7-10 манат

2) Систематизируйте информацию с помощью таблицы.

3) Выберите наиболее подходящую форму графика для представления информации (гистограмма).

### 3. Анализирование и сравнение информации:

1) Каким интервалам цен соответствует большинство блюд?

2) Нигяр говорит, что первичное фиксирование информации было проведено неудачно. Если бы блюда изначально были поделены на категории – например, соки, салаты, супы, основные блюда, то можно было бы более реально оценить ситуацию. Зачем Нигяр так думает? Обсудите и сгруппируйте цены по этим категориям. Например, салаты 1-3 манат и т.д.

Статистическое исследование можно обобщить нижеуказанным схематическим изображением. Рекомендуется вывесить такую таблицу в классе.



Если исследуемому объекту присуща информация, изменяющаяся в большом диапазоне, то исследование ведется над мелкими группами, относящимися к этому объекту. Мы будем называть информацию, изменяющуюся в большом диапазоне, **совокупностью** или популяцией, а выбранную из совокупности маленькую группу - **выбором**. Результаты исследования по выбору применяются в совокупности, дается прогноз.

Если выбор не верен, то результаты не правильно оценивают ситуацию, прогноз не подтверждается.

Представляются примеры о совокупности и выборе.

1) Чтобы найти соответствующее лекарственное средство для борьбы с новыми сорняками на помидорной грядке, агроном сначала вытащил с каждого ряда по 5 рассад.

**Совокупность:** все рассады, **выбор:** 5 рассад с каждого ряда.

2) В фабрике для проверки, соответствуют ли болты стандартам, проверены размеры каждого сотого болта.

**Совокупность:** все болты, **выбор:** каждый сотый болт.

Здесь обращается внимание на случайный выбор элементов, т.е. все элементы совокупности имеют равный шанс выбора.

**У.1** выполняется задание. Определяются совокупность и выбор для каждого случая.

1) Большая часть посетителей столовой - студенты. Каждому 15-му студенту было предложено прикрепить к стене рисунки 4 любимых овощей.

**Совокупность:** все студенты, пользующиеся услугами столовой,  
**выбор:** каждый 15-ый студент. Выбор представляет совокупность.

Рекомендуется анализировать также другие данные задачи. Если студенты последовательно вывесят рисунки 4 любимых овощей, то на 1-ом месте окажется наиболее любимая овощ.

2) Чтобы проверить, сколько минут посетители проводят в столовой во время обеда, на каждый 10-ый чек поставили отметку. Правильный выбор.

**Совокупность:** все посетители, **выбор:** каждый 10-ый.

3) Для определения места постройки нового футбольного стадиона опросили игроков одной команды.

В этом случае выбор не представляет совокупность. Неправильный выбор. Потому, что мнения игроков одной команды могут быть субъективными.

4) Работники муниципалитета провели опрос, отражающий мнение населения по поводу того, как они относятся к выгулу собак в парке. Для этого они узнали мнения 50 человек, у которых есть собаки.

**Совокупность:** все городское население, **выбор:** 50 человек, у которых есть собаки. Выбор не представляет совокупность.

**2-ой час.** Решаются задачи прогнозирования с применением результатов выбора в совокупности.

**У.3.** В городе 10 000 человек имеют право на голосование. До выборов среди 500 выбранных случайным образом человек был проведен опрос, по результатам которого 180 человек ответили “Нет”. Можно ли по результатам опроса узнать, сколько процентов всех избирателей хотели бы выбрать на новый срок действующего мера города?

**Совокупность**                      10 000 человек

**Выбор**                                500 человек

Вопрос: Если провести выборы сегодня, то согласитесь ли вы заново избрать действующего мера?

Результаты: 180 человек из 500 ответили “Нет”.

Применим результаты в совокупности:

500                      180

10 000                       $x$

$$500x = 180 \cdot 10000 = 180 \cdot 20 = 3600$$

Значит, 3600 человек из 10 000 ответят “Нет”, а 6800 человек “Да”.

Прогноз: Если в ближайшее время провести выборы, то действующий мер имеет больше шансов быть заново избранным.

Задания **У.3**, **У.4** также являются заданиями на применение результатов выбора в совокупности.

## Рабочий лист №1

### Совокупность и выбор

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Определите совокупность и выбор. Правильно ли представлена совокупность выбором?

а) Вы хотите исследовать, сколько фильмов за неделю просматривают ученики вашей школы? Вы провели опрос среди 25 учеников вашего класса.

Совокупность:

Выбор:

Выбор представляет совокупность \_\_\_\_\_

б) Вы хотите исследовать, сколько книг прочитано учениками вашей школы за летние каникулы. Вы узнаете мнение каждого 5-го ученика, заходящего в школьный двор.

Совокупность:

Выбор:

Выбор представляет совокупность \_\_\_\_\_

2) По какому исследованию можно получить более правильный результат?

а) На вопрос “Занимаетесь ли вы спортом?” из 60-и случайно выбранных учеников “да” ответили 12. Можно ли прийти к заключению, что 20% учеников вашей школы занимаются спортом?

б) При опросе среди пришедших на старый стадион случайно выбранных 100 человек, 80 - за строительство нового стадиона. Значит ли это, что 80% городского населения за строительство нового стадиона?



Не понимаю задания



Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить



Выполнил задание



С легкостью выполнил задание

Навыки:				
На примерах объясняет понятие информации как “совокупность”, а исследуемую часть как “выбор”				
Обосновывает верность или неверность прогноза по верности или неверности выбора для совокупности				

# **Рабочий лист №2** Совокупность и выбор

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Руководство школы провело исследование, каким путем родители осведомляются о школьных новостях, и получило нижеследующие результаты.

Средство	Число родителей
Посредством ученика	12
Спрашиваю у учителя по телефону	12
Посредством социальных сетей	8
Периодически прихожу в школу	16

а) Сколько родителей из 800, согласно этим результатам, узнают школьные новости посредством социальных сетей?

б) Сколько процентов из 1000 родителей, согласно этим результатам, узнают школьные новости, периодически посещая школу?

с) По данным сведениям запишите еще один вопрос по прогнозированию.

---



---



---



Не понимаю задания



Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить



Выполнил задание



С легкостью выполнил задание

Навыки:				
Даются прогнозы на основе результатов, полученных при исследовании				



## Урок 152-154. Стр. 196-199 учебника. Сбор и представление информации. 3 часа.

### Содержательный стандарт.

5.1.2. Систематизирует собранную информацию по определенному признаку.

- представляет информацию, данную в таблице, в соответствующей графической форме;
- представляет информацию, данную в графической форме, в другой графической форме;
- решает задачи, данные диаграммой, графиком.

Для представления собранной информации выбор правильной графической формы играет важную роль. Рекомендуется подготовить плакаты с графическим изображением представленной информации.

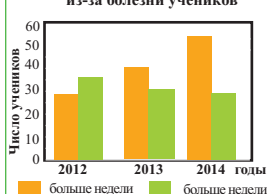
Это может быть барграф, двустолбчатый барграф, круговая диаграмма, гистограмма, линейный график и т.д.



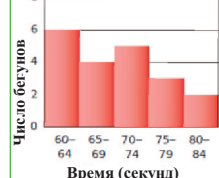
Основные химические элементы в организме человека



Число отсутствующих из-за болезни учеников



Результаты пробега на дистанцию 400 м



**У.1** Зачем информацию, данную в таблице, выгоднее представить гистограммой? Выслушиваются мнения учеников. Если количество числовой информации и значения чисел очень различаются в близких по составу числовых данных, то необходимо группировать их по определенному интервалу изменения. В этом случае более наглядное представление информации - гистограмма.

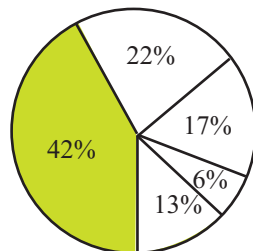
**У.2** В задании собранная информация дана в процентах. Такого типа информацию выгоднее представлять круговой диаграммой.

Рекомендуется обсуждение задания по нижеследующим вопросам.

1. Что выражает в задаче полная информация?
2. Какие части составляют полную информацию?

Расход	% бюджета
Еда	42%
Одежда	13%
Транспорт	6%
Услуги	17%
Прочее	22%

42% → 151°  
13% → 47°  
6% → 22°  
17% → 61°  
22% → 79°



Обращается внимание на построение круговой диаграммы каждым учеником. Такие задания охватывают навыки вычисления процента, измерения угла.

По данной информации вычисляются части месячного бюджета в 850 манат. Изменения расходов можно представить такой таблицей:

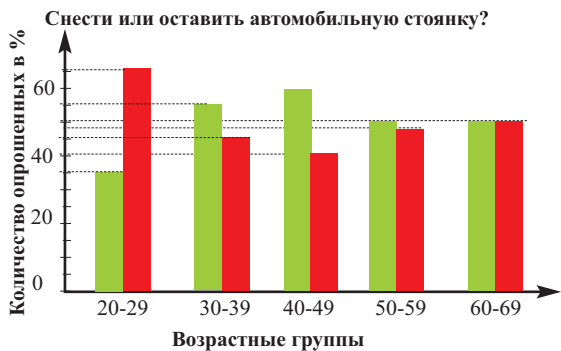
Расход	% бюджета Прошлый месяц	% бюджета Этот месяц
Еда	42%	57% (+15%)
Одежда	13%	8% (-5%)
Транспорт	6%	6%
Услуги	17%	17%
Прочее	22%	12% (-10%)

Построение круговой диаграммы в соответствии с изменением расходов может быть задано учащимся в качестве домашней работы.

**У.3** Задание охватывает навыки представления заданной гистограммой информации в форме круговой диаграммы. Здесь части круга строятся определением, какую часть от общей информации составляют отдельные части.

Эти задания играют важную роль в формировании навыков представления, связывания, а также в развитии социальных навыков учеников.

Анализируется информация, данная в таблице.



Возраст	Оставить	Снести
20-29	35%	65%
30-39	55%	45%
40-49	60%	40%
50-59	52%	48%
60-69	50%	50%

Учащиеся обсуждениями обнаруживают выгодность представления этой информации в виде двустолбчатого графика. Потому что так можно сравнивать соответствующие сведения и приобрести новую информацию. Например, лица в возрасте 20-29 лет не , чтобы во дворе строили автостоянку.

### Рабочий лист №3

Сбор и представление информации

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Заполните таблицу в соответствии с датами рождения одноклассников. Постройте круговую диаграмму. Укажите части круговой диаграммы в градусах, процентах и отношении. Представьте свои вычисления в письменном виде.

Дата рождения			
Месяц	Число учеников	В градусах	В процентах
Январь			
Февраль			
Март			
Апрель			
Май			
Июнь			
Июль			
Август			
Сентябрь			
Октябрь			
Ноябрь			
Декабрь			



Не понимаю задания



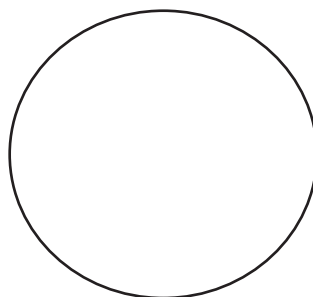
Выполнил задание







Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить



С легкостью выполнил задание



Навыки				
Собирает и отмечает информацию				
Представляет информацию круговой диаграммой				

## Урок 155-156. Стр. 200-202 учебника. Сбор и представление информации. Диаграмма рассеивания.

**Содержательный стандарт. 5.1.4.** Определяет в простых случаях связь между информацией, зависящей от двух параметров, и параметром.

### Навыки учащегося:

- представляет информацию по таблице с двумя параметрами;
- представляет в виде таблицы информацию, зависящую от двух параметров;
- представляет в виде барграфа информацию, зависящую от двух параметров.

**1-ый час.** Во многих случаях при исследовании одного объекта приходится анализировать два вида информации. Эту информацию удобнее представить в виде таблицы или барграфа. Например, информация о цвете и размерах одежды. В этом случае требуется определение информации по категориям: несколько цветов (красный, синий, белый) и размеров S (Small) - маленький размер, M (medium) - средний размер, L (Large) - большой размер.

Информация, полученная при опросе о гендерном различии, тоже относится к информации, зависящей от двух параметров. Можно поручить учащимся исследовать, являются ли девочки и мальчики в классе правой или левой. Сначала информация фиксируется нижеследующим образом, затем, систематизируясь, представляется в виде таблицы.

Мальчик или девочка	М	Д	Д	М	Д	М	Д	Д	М	Д	М	М	Д	М	Д
Правша или левша	прав	лев.	прав	прав	прав	прав	прав	прав	прав	прав	лев.	лев.	прав	прав	прав

По составленной таблице с двумя параметрами можно ответить на вопросы разных категорий:

- 1) Сколько девочек являются левшами?
- 2) Сколько всего правшей?
- 3) Сколько мальчиков участвовали в опросе? и т.д.

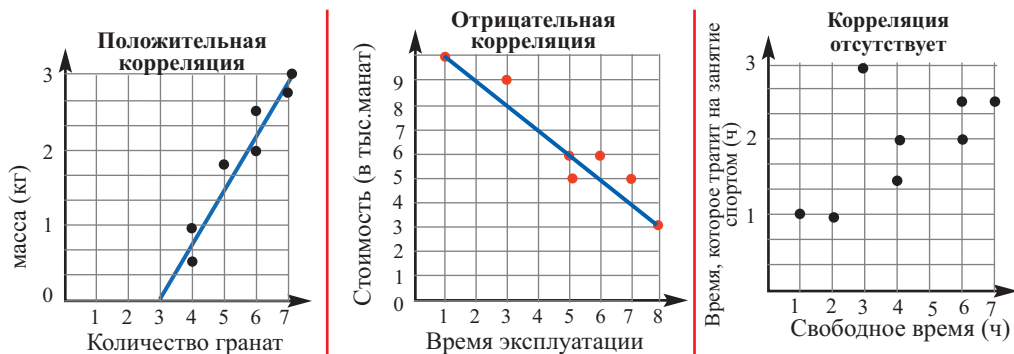
		Правша или левша		
		Правша	Левша	Всего
Пол	Девочка	7	1	8
	Мальчик	5	2	7
	Всего	12	3	15

- 4) Запишите отношение числа левшей к числу правшей.

Данные таблицы, отмеченные красным цветом, получены из первоначальной информации. Рекомендуется решение задач на вычисление процента, построенных на сравнении информации. Правило построения таблицы с двумя параметрами исследуется учениками самостоятельно. В задании У.1 навыки представления информации в виде таблицы с двумя параметрами могут быть использованы в качестве формативного оценивания.

Также с помощью ключевых слов **“data and two way table for 8 grade+pdf”** можно найти различные ресурсы по теме.

**2-ой час.** Диаграмма рассеивания показывает зависимость между двумя группами информации. Эта зависимость называется корреляцией. Существует три вида корреляции: 1. Положительная корреляция; 2. Отрицательная корреляция; 3. Отсутствие корреляции.

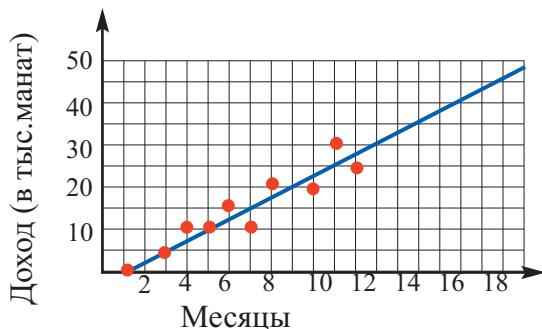


В зависимости между двумя параметрами наблюдаются случаи слабой и сильной корреляции.

По диаграмме рассеивания также можно давать верные прогнозы. Задание У.2 охватывает навыки чтения информации с диаграммы рассеивания и навыки применения. Ученики приходят к выводу, что между возрастом девочек и их умением плавать нет зависимости.

**У.2 (стр. 202)** На диаграмме рассеивания представлен доход фирмы за первый год деятельности.

Верно ли, что по данной диаграмме можно найти наименьшую сумму, которую может получить фирма на 16-ом месяце существования? Исследованием графика можно дать этот прогноз.



Согласно графику можно наблюдать, что повышение дохода каждые 4 месяца составляет 10 тысяч манат. А это дает возможность прогнозировать, что в 16-ый месяц доход составит приблизительно 42000 манат.

### Рабочий лист №4

Изменение среднего арифметического, моды и медианы с добавлением новой информации

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

1) Отметьте изменения среднего арифметического, моды и медианы:  
Всегда - В, иногда - И, никогда - Н.

Изменения	Влияние		
	среднее арифметическое	медиана	мода
Добавлен нуль			
Добавлено два противоположных числа			
Добавлено два разных по знаку и абсолютно-му значению числа			
Добавлено два одинаковых положительных (отрицательных) числа			

2) Проведено оценивание по 100 балльной системе. Если средний балл Эльмара 89,5, он получает наивысший уровень А. Его средний балл по 4 оцениваниям равен 88. Сколько баллов он должен набрать в последнем оценивании, чтобы получить уровень А?

3) В информации о температуре воздуха за неделю медиана равна  $37^{\circ}$ , мода  $37^{\circ}$ , средняя температура  $37^{\circ}$ , наибольшая разность  $10^{\circ}$ . Запишите численную информацию, соответствующую ежедневной температуре за неделю.



Не понимаю задания



Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить



Выполнил задание



С легкостью выполнил задание

Навыки				
Рассуждает по поводу изменения мер центральных тенденций и наибольшей разности при добавлении (убавлении) информации				

Урок 157-158. Стр. 203, 204 учебника. Меры центральных тенденций и наибольшая разность. 2 часа.

**Содержательный стандарт:** 5.1.3. Находит границы, характеризующие численное значение информации.

**Навыки учащегося:**

- представляет соответствующие информации интервалы, кластер, пустоту и отклонение;
- использует меры центральных тенденций и наибольшую разность для анализа информации;
- ведет рассуждения об изменении мер центральных тенденций и наибольшей разности с добавлением или убыванием новой информации.

Под мерами центральных тенденций подразумеваются среднее арифметическое, мода и медиана.

Найдите среднее арифметическое, моду и медиану для групп информации А и В. Напишите мнения об этих группах.

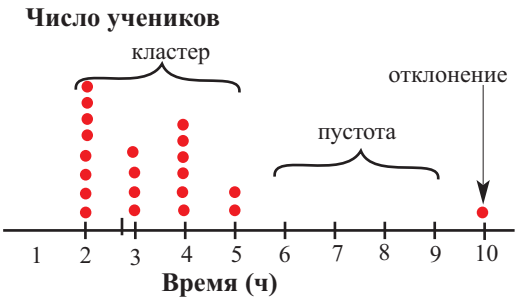
Группа информации А: 99, 99, 100, 100, 100, 100, 100, 101, 101

Группа информации В: 1, 1, 99, 100, 100, 100, 101, 199, 199

Ср.арифм.	Медиана	Мода	Как видно, для обеих информационных групп среднее арифметическое, медиана и мода равны 100. Однако в группу В входят очень маленькие числовые информации.
А	100	100	100
В	100	100	100

Меры	Преимущества	Недостатки
Среднее арифметическое	Отражает в себе всю информацию	При наличии очень маленьких или очень больших числовых информации (отклонений), сильно влияет на результат и направляет его неправильно.
Медиана	Очень маленькие или очень большие числовые информации не влияют	При большом количестве информации создаются трудности в последовательном написании и это занимает много времени
Мода	Отклонения не влияют Выгодна, если информация представлена не числами (цвет, форма, вид и т.д.)	1. Может быть несколько мод 2. Мода может отсутствовать 3. Может не правильно характеризовать всю информацию

При анализе информации важную роль играет правильный учет интервалов: кластер - интенсивность информации плотная; пустота - нет информации; отклонения - интервалы сильного отличия информации. Это помогает правильно оценивать ситуацию и правильно прогнозировать. Наряду с мерами центральных тенденций для представления информации используется также наибольшая разность.



10 часов принимается за отклонение.

Если не учитывать это отклонение, среднее арифметическое будет:

$$(2 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2) : 20 = 3,1.$$

Каждый ученик в среднем смотрит телевизор примерно 3 часа.

Если учтем эти значения, то среднее арифметическое будет

$$(2 \cdot 8 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2 + 1 \cdot 10) : 21 = 3\frac{3}{7}.$$

Информацию можно представить также медианой:

2;2;2;2;2;2;2;3;3;3;3;4;4;4;4;4;5;5;10.

Медиана равна 3. И среднее арифметическое, и медиана дают возможность правильно оценить ситуацию.

**У.1.** 1) Возраст 6 человек в одной группе: 11, 14, 12, 12, 11, 32.

**Медиана.** Медиана равна 12. Человек в возрасте 32 лет - отклонение. Из-за наличия отклонения среднее арифметическое возрастает.

2) Месячный доход (в манатах): 325,320,300,325,325,4000.

**Мода и наибольшая разность**

Здесь мода равна 325.

3) Пробег, который совершил Самир за 5 дней (км): 3, 5, 4, 5, 6.

**Среднее арифметическое**

Эта информация может быть правильно оценена средним арифметическим, потому, что представлена в виде кластера.

**2-ой час. У.5.** 1) Медиана равна 16 и нижеследующие числа добавляются к множеству информации. Не проводя письменных вычислений, определите, изменится ли медиана в каждом случае.

а) 15 и 17      б) 14 и 18      в) 18 и 21      г) 13 и 12

Медиана равна 16. Ученик определяет изменение информации по медиане, расположению

а) и перед медианой, и после медианы добавлена 1 информация. Медиана не меняется.

б) этот пункт является аналогичной ситуацией.

А при добавлении информации в пунктах в) и г), медиана изменится. Потому, что оба добавляются или перед медианой, или после нее.

2) Среднее арифметическое равно 16. Определите, изменится ли среднее арифметическое при добавлении двух нижеследующей информации.

1) 2) Среднее арифметическое равно 16. При добавлении каких двух чисел изменится эта мера?

а) 15 и 17      б) 14 и 18      в) 18 и 21      г) 13 и 12

При добавлении 2 чисел со средним арифметическим 16, среднее арифметическое не меняется. Это пункты а) и б). Если добавить информацию из пунктов в) и г), среднее арифметическое изменится.

**У.6** В задании представлена информация о времени, за которое некоторые птицы выводят птенцов (время инкубации). Ученики могут подготовить реферат интерактивно с уроком биологии.



## Урок 159-160. Стр. 205-206 учебника.

### Вычисление вероятности. 2 часа.

**Содержательный стандарт.** 5.2.1. Понимает, является событие случайным или нет, находит вероятность произведения двух независимых событий.

5.2.2. Находит вероятность произведения двух зависимых событий (условная вероятность).

5.2.3. Применяет правило умножения при решении задач на выполнение вероятности.

#### Навыки учащегося:

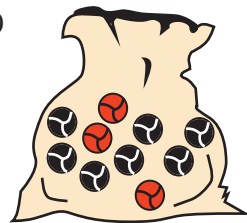
- объясняет на примерах понимание понятий экспериментальной и теоретической вероятности;
- понимает приближение вероятности к теоретической при увеличении количества экспериментов;
- решает задачи на вычисление экспериментальной и теоретической вероятности и прогнозирование.

Рекомендуется выполнение нижеследующего занятия в качестве практического.

**Занятие.** Представьте себе, что вы вытащили из мешка 20 шаров, и из них 10 оказались черными. По этому результату сравните теоретическую и экспериментальную вероятности.

Для сравнения выполните нижеследующее

1. Найдите теоретическую вероятность.
2. Построением пропорции по теоретической вероятности, дайте прогноз на то, сколько шаров из 20 вынутых окажутся черными.
3. Найдите экспериментальную вероятность.
4. Сравните теоретическую и экспериментальную вероятности.
5. Повторите этот эксперимент. Сравните результаты.



**1-ый час.** Примеры в учебнике на вычисление теоретической и экспериментальной вероятности выполняются общеклассным обсуждением. В примерах исследуется, какую новую информацию можно приобрести по экспериментальной вероятности. Ученикам разъясняется, что при определении информации о погоде используется экспериментальная вероятность происшедшего случая. Эти статистические анализы важны в прогнозировании.

**У.3.** Задача решается построением пропорции. Можно заранее говорить о том, что число событий будет кратно 10-и  $\frac{3}{10} = \frac{9}{n}$ ,  $n = 30$

**2-ой час.** Экспериментальная и теоретическая вероятности. Для вычисления экспериментальной вероятности проводятся эксперименты, фиксируются результаты. Проведение этих экспериментов обязательно.

**У.3** и **У.4** охватывают такие навыки учащихся, как проведение экспериментов, фиксирование результатов, прогнозирование по полученным результатам. Оба эксперимента могут быть выполнены в классной обстановке, группами или парами.

**У.1.** В барграфе указаны результаты подбрасывания зары 300 раз. Чтобы найти, сколько раз выпадали очки меньше 4-х, сложим числа, указанные в 1-ом, 2-ом и 3-ем столбцах:  $48 + 51 + 47 = 146$

Значит, из 300 экспериментов подбрасывания зары, в 146 выпало очко меньше 4-х. По формуле экспериментальной вероятности

$$P(\text{очко меньше 4}) = \frac{146}{300} = \frac{73}{150}$$

Найдем теоретическую вероятность данного события.

При подбрасывании зары 300 раз очко на каждой стороне может выпасть  $300 : 6 = 50$

Тогда очки меньше 4-х могут выпасть  $50 + 50 + 50 = 150$  раз.

Отсюда ясно, что теоретическая вероятность данного события равна  $\frac{150}{300} = \frac{1}{2}$

Сравнение значений теоретической и экспериментальной вероятностей показывает, что они очень мало отличаются друг от друга.

### Урок 161. Стр. 207 учебника. Число возможных событий.

**Содержательный стандарт. 5.2.3.** Применяет правило умножения при решении задач на вычисление вероятности.

**Навыки учащегося:** - находит число возможных вариантов в сложном событии, используя диаграмму разветвления,  
- составление списка и правило умножения.

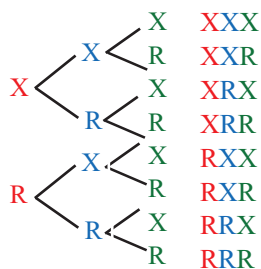
Если событие произошло в результате двух или нескольких элементарных событий, то это оно является сложным (составным) событием. Например, одновременное подбрасывание 2 монет является сложным событием. В сложных событиях количество возможных результатов можно найти при помощи:

- 1) диаграммы разветвления; 2) составлением списка;
- 3) таблиц; 4) правила умножения.

**Правило умножения:** если элемент  $a$  можно выбрать  $n$  способами, а элемент  $b$  -  $m$  способами, то упорядоченную пару  $(a, b)$  можно выбрать  $n \cdot m$  способом.

Материал обучения и пример обсуждается общеклассной деятельностью.

1-ый пример помогает найти число возможных событий при помощи диаграммы, 2-ой пример - при помощи таблицы, а 3-ий - при помощи правила умножения. В каждом случае исследуется связь между условием и результатом. В 1-ом примере речь идет о 3-х монетах и каждая из них имеет 2 возможных варианта. Исследуются всевозможные варианты.



**У.3.** а) В разряде тысяч четырехзначного числа можем записать 1, 2, 3, 4, кроме 0. Цифру в разряде сотен можно выбрать 5-ю способами из 5 цифр. Так же 5-ю способами выбирают цифры в разряде десятков и единиц.

По правилу умножения получается, что с данными цифрами можно записать  $4 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 500$  четырехзначных чисел.

б) Цифру в разряде тысяч в этом случае можно выбрать 4 способами. В соответствии с каждым таким выбором, цифру в разряде сотен выбираем из остальных 4-х 4-мя способами, цифру в разряде десятков выбираем тремя, а в разряде единиц - двумя способами. Таким образом, число четырехзначных чисел, все цифры которых различны, составленных из цифр 0, 1, 2, 3, 4, будет  $4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 96$ .

с) Если из количества всех четырехзначных чисел, составленных из данных цифр, вычтем количество четырехзначных чисел с различными цифрами, то получим количество четырехзначных чисел, хотя бы две цифры которых одинаковы:  $500 - 96 = 404$ .

**У.5.** При одном подбрасывании зары есть 6 возможных вариантов выпадения очков. А число возможных вариантов остановки колеса фортуны на 5-и различных частях, равно 5. Значит, при одновременном подбрасывании зары и вращении колеса фортуны имеем  $5 \cdot 6 = 30$  различных вариантов. Из них только один вариант благоприятен, поэтому искомая вероятность равна  $\frac{1}{30}$ .

## **Урок 162-163. Стр. 208-210 учебника. Зависимые и независимые события. 2 часа.**

**Содержательный стандарт.** 5.2.1. Понимает, является ли событие случайным или нет, находит вероятность произведения двух независимых событий.

5.2.2. Находит вероятность произведения двух зависимых событий (условная вероятность).

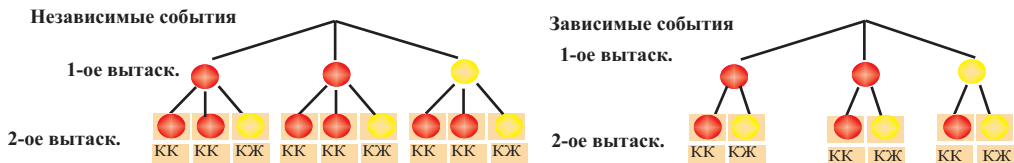
5.2.3. Применяет правило умножения при решении задач на вычисление вероятности.

### **Навыки учащегося:**

- различает зависимые и независимые события;
- вычисляет возможные варианты зависимых и независимых событий по принципу умножения;
- решает задачи о вероятности зависимых и независимых событий.

Высказываются примеры зависимых и независимых событий. Если результат происшествия одного события влияет на результат происшествия другого события, то такие события называются зависимыми. Если результат происшествия одного события не влияет на результат происшествия другого события, то такие события называются независимыми. Эксперимент 1 и эксперимент 2 наглядно выполняются учениками. Учащиеся обсуждают разницу между этими экспериментами, изменение возможных вариантов.

Записываются формулы вычисления вероятности зависимых и независимых событий и применяются в примерах.



#### Вероятность независимых событий:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

#### Вероятность зависимых событий:

$$P(A \text{ и } B) = P(A) \cdot P(B - \text{если произошло } A)$$

Учащийся наглядно наблюдает с помощью диаграммы разветвления уменьшения количества событий с каждым последующим шагом в зависимых событиях. Поэтому рекомендуется находить число возможных событий при помощи диаграммы разветвления.

**У.2.** По данным задачи, в мешке всего:

4 красных + 3 зеленых + 2 желтых + 1 синий = 10 разноцветных шаров.

1) Если безвозвратно вытащим один шар, то вероятность того, что он окажется красным, будет равна  $\frac{4}{10}$ .

После этого в мешке остается всего 9 шаров, каждый третий из них является зеленым. Тогда вероятность того, что при втором вытаскивании шар окажется зеленым, равна  $\frac{3}{9}$ . По формуле вычисления вероятности зависимых событий получаем  $P(\text{красный и зеленый}) = P(\text{красный}) \cdot P(\text{зеленый после красного}) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$

4) Вытащим один шар и вернем на место.

Вероятность того, что он окажется зеленым  $P(\text{зеленый}) = \frac{3}{10}$

Из-за того, что вынутый шар возвратили обратно, цвет II вынутого шара не зависит от вынутого в I раз. Вероятность того, что II вынутого шар окажется красным:  $P(\text{красный}) = \frac{4}{10}$ . По формуле вероятности двух независимых событий:  $P(\text{зеленый}) \cdot P(\text{красный}) = \frac{3}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{3}{25}$

**У. 4.** По данным таблицы, общее количество призов составляет  $4 + 8 + 5 = 17$ .

Вероятность того, что Фидан выиграет билет в кино, равна  $\frac{4}{17}$ . После попытки Фидан вероятность того, что Улькар выиграет билет в кино, равна  $\frac{3}{16}$ , т.к. 3 из оставшихся 16 призов являются билетами в кино.

Найдем вероятность того, что и Фидан, и Улькар выиграют билеты в кино.

$$P(\text{Фидан, Улькер}) = P(\text{Фидан}) \cdot P(\text{Улькар после Фидан}) = \frac{4}{17} \cdot \frac{3}{16} = \frac{3}{68}$$

**У. 7.** 1) а) Если при подбрасывании зары у Лейлы выпадет 6 очков, то она будет убирать полку, если выпадет 5 очков, она выполнит эту работу вместе с Гюнель. Значит, из 6 случаев в 2 Лейла будет заниматься уборкой полки, т.е. вероятность этого события равна  $\frac{1}{3}$ .

б) Если при подбрасывании зары у Лейлы выпадет меньше 5 очков, уборкой полки займутся остальные. Вероятность этого события равна  $\frac{4}{6}$ , т.е.  $\frac{2}{3}$

2) Если при подбрасывании зары у Лейлы выпадет 5 очков, то она выполнит уборку вместе с Гюнель, вероятность чего равна  $\frac{1}{6}$ .

# **Рабочий лист №5** **Зависимые и независимые события**

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

Какое из событий зависимое, а какое - независимое? Дополните предложения.

1) При подбрасывании зары 2 раза подряд, события выпадения 6 очков, являются

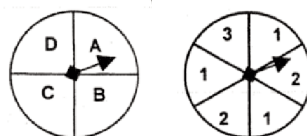
\_\_\_\_\_ событиями, потому что происшествие события \_\_\_\_\_ от происшествия события \_\_\_\_\_.

2) Числовые карты от 1 до 8 помещены в коробку. Сначала вытаскиваем одну карту, затем, не возвращая ее обратно, вытаскиваем вторую карту. События выпадения обоих чисел больше 8 являются

\_\_\_\_\_ событием, потому что происшествие события \_\_\_\_\_ от происшествия события \_\_\_\_\_.

3) В классе 8 мальчиков и 10 девочек. На уроке рисования учитель просит повесить на доске работы а) у 2-х; б) у 3-х учеников. Найдите вероятность того, что а) оба ученика - девочки; б) все три - девочки.

4) Вычислите вероятность событий по двум колесам фортуны, изображенным на рисунке



a)  $P(A \text{ и } 2)$

b)  $P(D \text{ и } 3)$

c)  $P(C \text{ и } 1)$

d)  $P(A \text{ и не остановится на } 2)$



Не понимаю задания



Понимаю что требуется в задании, но не могу выполнить



Выполнил задание



С легкостью выполнил задание

Навыки				
Различает зависимые и независимые события				
Вычисляет вероятность зависимых и независимых событий				

## Урок 164. Стр. 211-212 учебника. Обобщающие задания.

Обобщающие задания охватывают навыки по статистике и содержательным стандартам вероятности. Обобщающие задания могут играть роль подготовки к суммативному оцениванию.

- а) Вероятность правильного ответа на все три вопроса:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64}$
- б) Вероятность неправильного ответа на все три вопроса:  $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$
- с) Вероятность того, что Анар ответит на один вопрос правильно,  
а на два неправильно:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{64}$
- д) Вероятность того, что Анар ответит на два вопроса правильно,  
на один неправильно:  $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{64}$

**У. 3.** Треугольную мишень поделили на 16 конгруэнтных треугольников. 9 из них желтого цвета, 6 - зеленого, а 1 - красного.

а) События I и II выстрела являются независимыми.

Вероятность попадания каждого выстрела в желтый треугольник равна  $\frac{9}{16}$ , поэтому  $P(\text{желтый, желтый}) = \frac{9}{16} \cdot \frac{9}{16} = \frac{81}{256}$

б) Подобным образом ученики исследуют остальные случаи.

$P(\text{желтый, красный}) = P(\text{желтый}) \cdot P(\text{красный}) = \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{16} = \frac{9}{256}$

с)  $P(\text{желтый, зеленый}) = P(\text{желтый}) \cdot P(\text{зеленый}) = \frac{9}{16} \cdot \frac{6}{16} = \frac{27}{128}$

**У. 8.** а) По изображенной круговой диаграмме известно, что в исследовании приняли участие  $21 + 24 + 60 = 75$  учеников. Из них 21 смотрит за неделю один фильм. Значит, вероятность того, что один случайно выбранный ученик из 75 будет из ряда учеников, просматривающих за неделю 1 фильм, будет равна  $\frac{21}{75}$

В этом случае приблизительно можем оценить, сколько из 1500 учеников

смотрит за неделю 1 фильм:  $1500 \cdot \frac{21}{75} = 420$  учеников

б) Из 75 учащихся  $24 + 30 = 54$  человек за неделю смотрят 2 и более фильма. Значит, вероятность того, что один случайно выбранный ученик из 75 смотрит за неделю 2 и более фильма, равна  $\frac{54}{75}$ .

Если из двух выбранных среди 75 учеников первый смотрит за неделю один фильм, то вероятность выбора его будет  $\frac{21}{75}$ .

А вероятность просмотра двух и более фильмов вторым из этих учеников будет  $\frac{54}{74}$ . Вероятность искомого события:  $\frac{21}{75} \cdot \frac{54}{74} = \frac{3}{25} \cdot \frac{27}{37} = \frac{81}{925}$

## Урок 165. Стр. 213-214 учебника. Обобщающие задания по разделам.

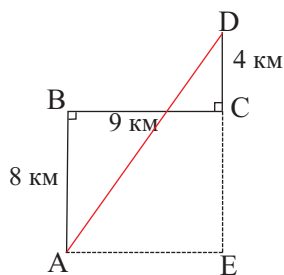
**У.4.** Сначала схематически изобразим траекторию движения туристов. Проведем параллель из точки А к отрезку ВС. Точку его пересечения с продолжением DC обозначим Е.

$$AE = BC = 9 \text{ (км)} \quad DE = DC + CE = 4 + 8 = 12 \text{ (км)}$$

Из  $\triangle ADE$  по теореме Пифагора можем записать:

$$AD = \sqrt{(AE)^2 + (DE)^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ км}$$

Ответ: кратчайшее расстояние между старым и новым лагерями туристов составляет 15 км.



**У.5.** Формула объема цилиндра:  $V = \pi R^2 \cdot l$

Объем глины должен быть равен разности объемов двух цилиндров.

$$300 = V_1 - V_2$$

Здесь  $V_1$  объем “внутреннего” цилиндра.

Радиус основания этого цилиндра  $R = 4$  см, а высота  $l = 10 - x$  (см).

$$\text{Значит, } V_1 = \pi \cdot 4^2 \cdot (10 - x) \approx 30(4 + x)^2 \text{ см}^3$$

Здесь принято  $\pi = 3$ . Радиус основания большого цилиндра  $(4 + x)$  см, высота 10 см.  $V_2 = \pi \cdot (4 + x)^2 \cdot 10 \approx 30(4 + x)^2 \text{ см}^3$

Разность объемов получаем, приравнявая ее объему глины:

$$30(4 + x)^2 - 48(10 - x) = 300, \text{ разделим каждую сторону на 6.}$$

$5(4 + x)^2 - 8(10 - x) = 50$ . Решив квадратное уравнение  $5x^2 + 48x - 50 = 0$ , можем найти толщину стенки подставки для карандашей.  $x \approx 0,94$  см.

**У.7. Дано:**  $\angle C \cong \angle E$

$$AC = 12 \quad DE = 9 \quad DB = 6$$

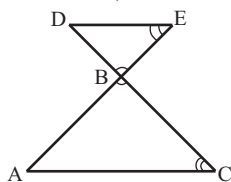
**Найти:** AB.

**Решение:** По условию  $\angle E \cong \angle C$ .

Т.к. даны вертикальные углы  $\angle EBD \cong \angle CBA$ .

По признаку УУ имеем  $\triangle CBA \sim \triangle EBD$

$$\text{Отсюда получаем } \frac{AB}{DB} = \frac{AC}{DE}. \text{ Учитывая данные: } \frac{AB}{6} = \frac{12}{9}, AB = 8 \text{ см.}$$



**У.11.** 1) По условию  $a = \sqrt{b} = 2$  получаем  $b = 4$ . Учитывая, что  $a = 2, b = 4$ , из данного выражения имеем

$$\left( \frac{b\sqrt{b}}{a^4} \right)^{-a} = \left( \frac{4 \cdot 2}{2^4} \right)^{-2} = \left( \frac{1}{2} \right)^{-2} = 4$$

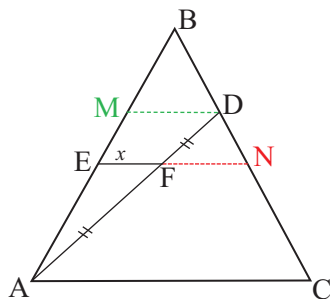
**У. 14. а)** Вычислим угловой коэффициент каждой данной прямой. По формуле  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ . Угловой коэффициент прямой, проходящей через точки

$$A(-1;9) \text{ и } B(-6;-6), \text{ равен } k_1 = \frac{-6 - 9}{-6 - (-1)} = \frac{-15}{-5} = 3.$$

А угловой коэффициент прямой, проходящей через точки  $C(-7;-23)$  и  $D(0;-2)$ , равен  $k_2 = \frac{-2 - (-23)}{0 - (-7)} = \frac{21}{7} = 3.$

Т.к.  $k_1 = k_2$ , эти прямые параллельны.

**У.16** Дано  $\triangle ABC$   
 $EF \parallel AC$   
 $AF = FD$   
 $BD = \frac{2}{3} DC$   
 $AC = 10 \text{ см}$   
 Найти  $EF$ .



Решение:

По условию  $BD = \frac{2}{3} DC$ , поэтому  $BC = BD + DC = BD + \frac{3}{2} BD = \frac{5}{2} BD$

Построим  $DM \parallel AC$ . Из-за того, что  $\triangle ABC \sim \triangle MBD$   $\frac{AC}{MD} = \frac{BC}{BD}$   
 Отсюда  $\frac{10}{MD} = \frac{5}{2}$  получается  $MD = 4 \text{ (см)}$ .

В  $\triangle AMD$   $EF$  является средней линией, поэтому  $EF = \frac{MD}{2} = 2 \text{ (см)}$

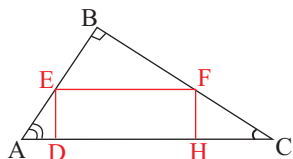
**У.16.** Дано:

$$DH = 2 \cdot HF$$

$$AB = 3 \text{ м}$$

$$BC = 4 \text{ м}$$

Найти  $EF$ .



Решение: По теореме Пифагора  $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 5 \text{ (см)}$

Из-за того, что  $\triangle CBA \sim \triangle CHF$

$\frac{CB}{CH} = \frac{AB}{HF}$  отсюда  $\frac{4}{CH} = \frac{3}{HF}$  Это означает, что длины сторон  $CH$  и  $HF$  пропорциональны 4 и 3, т.е. если  $CH = 4x$ , то  $HF = 3x$ .

Аналогичным образом из подобия  $\triangle ABC$  и  $\triangle ADE$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

Отсюда  $\frac{3}{AD} = \frac{4}{DE}$ . Значит, если  $AD = 3y$ , то  $DE = 4y$ .

С другой стороны  $DE = HF$ . Значит,  $4y = 3x$ ,  $y = \frac{3x}{4}$

По данному  $DH = 2 \cdot HF$ . Если  $HF = 3x$ , то  $DH = 6x$ .

Из равенства  $AC = AD + DH + HC$  получаем.

$$5 = \frac{9x}{y} + 6x + 4x \quad \text{Ответ } EF = DH = 6 \cdot \frac{20}{49} = \frac{120}{49} \text{ (см)}$$

$$x = \frac{20}{49}$$

**У.23.** Дано:

$MNPR$  - параллелограмм

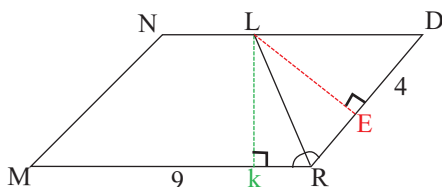
$RL$  - биссектриса

$$MD = 9 \text{ см}$$

$$RP = 4 \text{ см}$$

$$S_{LPR} = 6 \text{ см}^2$$

$$S_{ABCD} = ?$$





Решение: начертим высоту LE в  $\triangle LPR$ .

$LE \perp PR$

$$S_{\triangle LPR} = \frac{1}{2} \cdot RP \cdot LE$$

$$9 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot LE$$

$$LE = 4,5 \text{ см}$$

Т.к. точка на биссектрисе лежит на одинаковом расстоянии от сторон угла, то если провести высоту LK параллелограмма, получим  $LK = LE = 4,5$ .

$$\text{Тогда } S_{MNPR} = MR \cdot LK = 9 \cdot 4,5 = 40,5 \text{ см}^2$$

**У.25.** В мешке имеется всего  $8+18 = 26$  шаров. Случайно вытаскивается 1 шар и не возвращается обратно. Если цвет шара, вытасченного во 2-ой раз одинаков с 1-ым, то рассматривается 2 случая.

А) I раз вероятность, что шар будет желтый, равна  $\frac{18}{26} = \frac{9}{13}$ .

Тогда вероятность того, что II шар окажется желтым, будет  $\frac{17}{25}$ .

$$\text{Отсюда получаем. } P(\text{желтый, желтый}) = \frac{9}{13} \cdot \frac{17}{25} = \frac{153}{325}$$

б) если в I раз вытасчен красный шар, то вероятность этого случая равна

$$\frac{8}{26} = \frac{4}{13} \quad \text{Тогда вероятность того, что II шар тоже окажется красным, будет } \frac{7}{25}$$

$P(\text{красный, красный}) = \frac{4}{13} \cdot \frac{7}{25} = \frac{28}{325}$ . Т.к. эти два события несовместимы с правилом сложения для искомой вероятности, имеем:  $\frac{153}{325} + \frac{28}{325} = \frac{181}{325}$ .

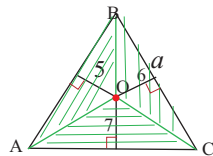
**У.32.** Длину стороны равностороннего треугольника обозначим через  $a$ .

Его площадь можно вычислить по формуле  $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ .

С другой стороны  $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOC} + S_{\triangle AOB} + S_{\triangle BOC}$ .

$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 5$$

$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 9a \quad \text{Отсюда } a = \frac{36}{\sqrt{3}} = 12\sqrt{3} \quad \text{Ответ: } S = 9a = 108\sqrt{3} \text{ (см}^2\text{)}$$



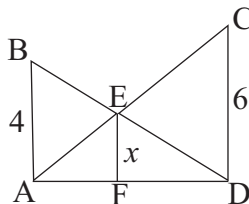
**У.39.** Дано:

$AB \parallel EF \parallel DC$

$AB=4$

$DC=6$

$EF=x=?$



С одной стороны  $\triangle AEF \sim \triangle ACD$ , поэтому  $\frac{AF}{AD} = \frac{EF}{CD}$

С другой стороны  $\triangle DEF \sim \triangle DBA$ , поэтому  $\frac{DF}{AD} = \frac{EF}{AB}$

Почленно сложим полученные равенства

$$\frac{AF}{AD} + \frac{DF}{AD} = \frac{EF}{CD} + \frac{EF}{AB} \quad \frac{AF + DF}{AD} = \frac{x}{6} + \frac{x}{4}$$

$$1 = \frac{5}{12} = 2,4 \text{ (см)} \quad \text{Ответ } EF = 2,4 \text{ см.}$$

## Критерии суммативного оценивания

Имя \_\_\_\_\_ Фамилия \_\_\_\_\_ Дата \_\_\_\_\_

№	Критерии оценивания	Примечания
1.	Ставит вопросы для сбора информации	
2.	Выбирает способ сбора информации	
3.	Дает прогнозы по полученной информации	
4.	Решает задачи, построенные на графически представленной информации	
5.	Для очного наблюдения за частотой информации, пользуется линейной диаграммой обозначения	
6.	Выдвигает предположения об изменении мер центральных тенденций и наибольшей разности добавлением или вычитанием информации	
7.	Решает задачи, построенные на вычислении теоретической и экспериментальной вероятности и на прогнозировании.	
8.	Представляет возможные варианты зависимых и независимых событий диаграммой разветвления	
9.	Вычисляет возможные варианты зависимых и независимых событий с помощью правила умножения	
10.	Решает задачи вычисления вероятности зависимых и независимых событий	

## Урок 165. Суммативное оценивание по разделу

1) Грани куба окрашены в зеленый, желтый и красный цвета. Результаты подбрасывания куба 500 раз показаны в нижеследующей таблице. Как вы думаете: сколько граней куба окрашены в желтый цвет?

Цвета	Зеленый	Желтый	Красный
Количество	90	370	40

- а) 1                      б) 2                      в) 3                      г) 4

2) Нариман исследует, автомобили какого цвета больше предпочитают покупатели. Оказалось, что покупатели в основном выбирают автомобили белого цвета. Какой статистический показатель больше подходит для представления Нариманом собранной информации?

- а) медиана            б) мода            в) арифметическое среднее    г) наибольшая разность

3) В стеклянной посуде имеется 10 лимонных, 10 молочных, 10 клубничных конфет, покрытых шоколадом. Керим съел две конфеты. Обе конфеты оказались молочными. Керим хочет съесть еще две конфеты. С помощью какого выражения можно найти вероятность того, что эти конфеты тоже окажутся молочными?

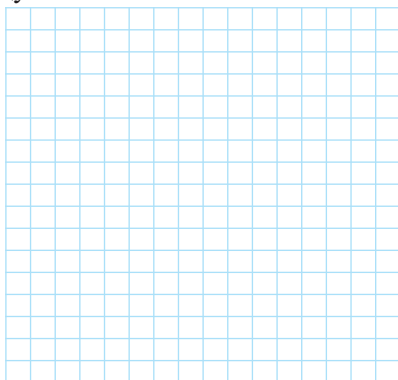
- а)  $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10}$     б)  $\frac{9}{30} \cdot \frac{8}{28}$     в)  $\frac{8}{28} \cdot \frac{7}{27}$     г)  $\frac{7}{20} \cdot \frac{6}{21}$

4) В классе 30 учеников. Вероятность того, что случайно выбранный ученик окажется отличником, равна  $\frac{2}{3}$ . Сколько отличников в классе?

- а) 10                      б) 15                      в) 20                      г) 5

5) В таблице дана зависимость между баллами по 100-балльной системе, набранными учениками и временем (часами) просмотра TV после уроков. Постройте диаграмму рассеивания, соответствующую этой зависимости.

Время просмотра TV (в часах)	Набранные баллы	Время просмотра TV (в часах)	Набранные баллы
1	87	5	52
1,5	89	0,5	92
3	72	2	85
2	71	4	68
3	65	2,5	79

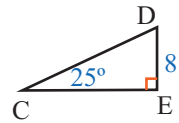


6) Систематизируйте данные, начиная с интервала 51– 60 и постройте гистограмму

56, 68, 73, 79, 82, 82, 83, 85, 85, 87, 88, 89, 90, 90, 91, 93, 95, 100

7) Какое из нижеследующих выражает длину стороны DC?

- a)  $8 \cos 25^\circ$       b)  $8 \sin 25^\circ$       c)  $8 \operatorname{tg} 25^\circ$       d)  $\frac{8}{\sin 25^\circ}$



8) Какое выражение не соответствует длине стороны AC?

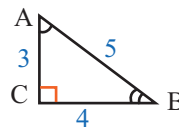
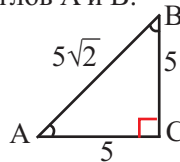
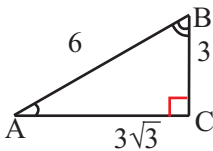
- a)  $BC \sin 70^\circ$     b)  $BC \cos 20^\circ$     c)  $AB \operatorname{tg} 20^\circ$     d)  $BC \cos 70^\circ$



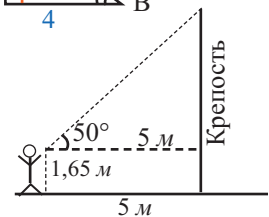
9) По градусным измерениям данных углов покажите, что  $\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A = 1$ .

1.  $\angle A = 30^\circ$       2.  $\angle A = 45^\circ$       3.  $\angle A = 60^\circ$

10) По данным сторонам запишите тригонометрические отношения, выражающие синус, косинус и тангенс углов A и B.



11) Найдите высоту крепости по данным рисунка



12) Чему равен угловой коэффициент прямой, проходящей через точки (1; 14) и (5; 4)?

- a) 3      b)  $\frac{1}{3}$       c) -3      d)  $-\frac{1}{3}$

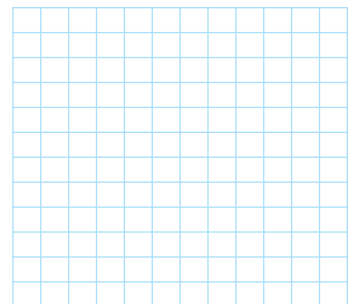
13) Угловой коэффициент прямой, проходящей через точку (0; 0) равен 2. Какая из нижеуказанных точек находится на этой прямой?

- a) (-4; 2)      b) (2; -4)      c) (-2; 4)      d) (2; 4)

14) Прямая, проходящая через какие точки будет параллельна прямой с угловым коэффициентом  $k = \frac{1}{3}$ ?

- a) (3, -3) и (6;1)    b) (3, -2) и (6;4)    c) (3; 2) и (6;3)    d) (3, 3) и (6;1)

15) Напишите уравнение прямой, перпендикулярной прямой  $y = 2x$  и проходящей через начало координат, и постройте эти прямые на координатной плоскости.



## Большое суммативное оценивание № 2

1. Установите соответствие

1.  $x^2 - 6x = 0$ ;                      2.  $2x^2 - 1 = 7$ ;                      3.  $2x^2 - 3x - 5 = 0$

А) корни 0 и 6

В) корни  $-1$  и  $2,5$

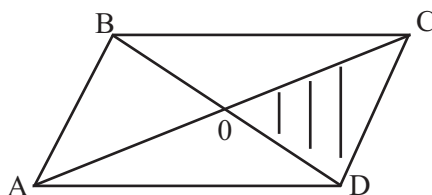
С) корни  $-2$  и  $2$

Д) не имеет действительных корней

2. Если в параллелограмме ABCD

$S_{\triangle COB} = 8 \text{ см}^2$ , найдите площадь

$\triangle ABD$ .



3. На какое натуральное число нужно разделить 68, чтобы неполное частное было больше делителя на 5 единиц, а остаток был меньше делителя на 4 единицы?

4. Найдите периметр прямоугольника с площадью  $96 \text{ см}^2$ , если известно, что длина прямоугольника больше ширины на 4 см.

А) 40 см

В) 36 см

С) 42 см

Д) 20 см

5. Найдите дробь, если сумма обыкновенной дроби с числителем, который меньше знаменателя на 3 единицы, с обратной ей дробью, равна 2,9.

А)  $\frac{5}{8}$

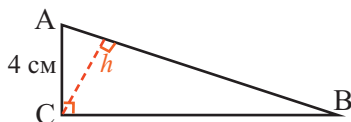
В)  $\frac{1}{4}$

С)  $\frac{4}{7}$

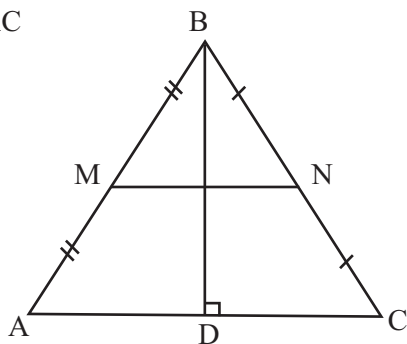
Д)  $\frac{2}{5}$

6. Найдите площадь ромба со стороной 6 см, если тупой угол ромба больше острого в 5 раз.

7. В  $\triangle ABC$   $\angle C = 90^\circ$ ;  $AC = 4 \text{ см}$ ;  $BC = 2\sqrt{12} \text{ см}$   
Найдите гипотенузу AB и высоту  $h$ .



8. В  $\triangle ABC$   $MN$ - средняя линия,  $BD \perp AC$   
Если  $AC = 16$  см,  $BD = 10$  см,  
найдите площадь трапеции  $AMNC$ .



- A)  $72 \text{ см}^2$       B)  $48 \text{ см}^2$   
C)  $40 \text{ см}^2$       D)  $60 \text{ см}^2$

9.  $l$ - средняя линия трапеции,  $h$  - высота. Установите соответствие

1.  $S = 12 \text{ см}^2$ ,  $l = 6$  см;  
2.  $S = 18 \text{ см}^2$ ,  $l = 6$  см;  
3.  $S = 24 \text{ см}^2$ ,  $l = 6$  см;

- A)  $h = 3$  см      B)  $h = 2$  см      C)  $h = 6$  см      D)  $h = 4$  см

10. Зная, что  $a^2 + 2a = 1$ , найдите значение выражения  $\frac{a^3 - 8}{a - 2}$ .

- A) 4      B) 5      C) 3      D) 2

11. При каких значениях  $k$  один из корней уравнения  $x^2 - 2kx + 3 = 0$  равен  $-1$ .

12. Решите уравнение

$$\frac{x^2 - 2}{x - 1} = \frac{x}{1 - x}$$

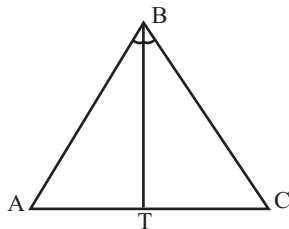
13. Найдите площадь треугольника с периметром  $72$  см и отношением сторон  $3 : 4 : 5$ .

14. В  $\triangle ABC$   $BT$ - биссектриса.  $P_{\triangle ABC} = 27$

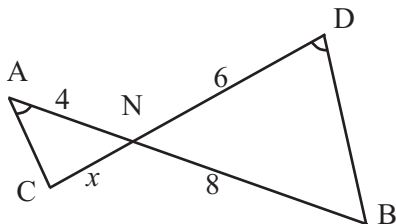
$$AB = 8$$

$$BC = 10$$

Найдите  $AM$ .

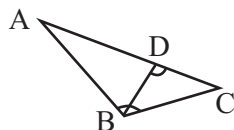


15. Отрезки  $AB$  и  $CD$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите  $x$  по данным рисунка.



16. Установите соответствие для корней квадратного уравнения.
- |                           |                             |                            |
|---------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| 1. $x_1 = 3$<br>$x_2 = 4$ | 2. $x_1 = -3$<br>$x_2 = -4$ | 3. $x_1 = -3$<br>$x_2 = 4$ |
| A) $x^2 + 7x + 12 = 0$    | B) $x^2 - x - 12 = 0$       |                            |
| C) $x^2 + x - 12 = 0$     | D) $x^2 - 7x + 12 = 0$      |                            |

17.  $\angle ABC \cong \angle BDC$ ,  $AB = 14$ ,  $AC = 16$ ,  
Если  $DC = 4$ ,  $\frac{P_{\triangle BDC}}{P_{\triangle ABC}} = ?$

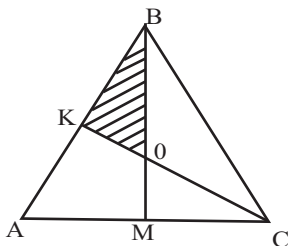


18. Установите соответствие для неравенств.

- |                               |                               |                       |
|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------|
| 1. $-4 < x \leq 4$            | 2. $-4 \leq x < 3$            | 3. $-2 \leq x \leq 5$ |
| A) Наименьшее целое решение 4 | B) Наибольшее целое решение 4 |                       |
| C) Сумма целых решений 4      | D) Сумма целых решений 12     |                       |

19. Найдите острый угол ромба с диагоналями  $2\sqrt{3}$  и 2

20. В  $\triangle ABC$   $BM$  и  $CK$  - медианы.  
Найдите площадь заштрихованной части,  
если  $S_{\triangle ABC} = 72\text{м}^2$



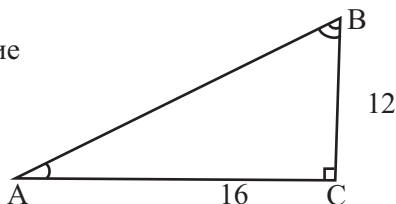
21. Найдите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству  
 $(1 - \sqrt{2})(x - 3) > 2\sqrt{8}$ .

22. Если корни уравнения  $2x^2 - 5x - 8 = 0$  будут  $x_1$  и  $x_2$ , найдите сумму  
 $x_1x_2^2 + x_1x_2^2$ .

- |        |       |       |      |
|--------|-------|-------|------|
| A) -10 | B) 10 | C) -8 | D) 8 |
|--------|-------|-------|------|

23. В ящике имеется 4 белых, 5 зеленых шаров. Вытаскивается 2 шара и возвращается на место. Найдите вероятность, что оба вынутых шара будут белыми.

24. По данным рисунка найдите значение  
выражения  $\sin \angle A \cdot \operatorname{tg} \angle B$ .



Найма Гахраманова  
Магомед Керимов  
Ильгам Гусейнов

Математика 8  
Методическое пособие для учителя  
Баку, “Radius”, 2015

Корректор:	Гафур Заманов
Художник:	Лейла Баширова
Компьютерная верстка:	Фуад Гахраманов

Формат: 70x100 1/16, 224 стр.  
Физический печатный лист: 14 п/л.  
Подписано в печать: 20.07.2015  
Тираж: 420 экземпляров