

RİYAZİYYAT

DƏRSLİK

8

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$y = x^2$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h_a$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$





Azərbaycan Respublikasının Dövlət Himni

Musiqisi *Üzeyir Hacıbəylinin*,
sözləri *Əhməd Cavadındır*.

Azərbaycan! Azərbaycan!
Ey qəhrəman övladın şanlı Vətəni!
Səndən ötrü can verməyə cümlə hazırız!
Səndən ötrü qan tökməyə cümlə qadیرiz!
Üçrəngli bayrağınla məsud yaşa!
Minlərlə can qurban oldu!
Sinən hər bə meydan oldu!
Hüququndan keçən əsgər,
Hərə bir qəhrəman oldu!

Sən olasan gülüstan,
Sənə hər an can qurban!
Sənə min bir məhəbbət
Sinəmdə tutmuş məkən!

Namusunu hifz etməyə,
Bayrağını yüksəltməyə
Cümlə gənclər müştəqdir!
Şanlı Vətən! Şanlı Vətən!
Azərbaycan! Azərbaycan!



HEYDƏR ƏLİYEV
AZƏRBAYCAN XALQININ ÜMUMMİLLİ LİDERİ

LAYIHƏ

Nayma Qəhrəmanova
Məhəmməd Kərimov
İlham Hüseynov

RİYAZİYYAT 8

Ümumtəhsil məktəblərinin 8-ci sinfi üçün
Riyaziyyat fənni üzrə
DƏRSLİK

Bu nəşrlə bağlı irad və təkliflərinizi radius_n@hotmail.com və derslik@edu.gov.az elektron ünvanlarına göndərməyiniz xahiş olunur.
Əməkdaşlığınız üçün əvvəlcədən təşəkkür edirik!



Radius

Mündəricat

1. Kvadrat kök. Həqiqi ədədlər

Kvadrat köklər. Hesabi kvadrat kök.....	7
Həqiqi ədədlər	11
$y = x^2$ və $y = \sqrt{x}$ funksiyaları.....	18
Hesabi kvadrat kökün xassələri.....	21
Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi	24
Tam üstlü qüvvət.....	28
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	32

2. Pifaqor teoremi

Pifaqor teoremi.....	34
Pifaqor teoreminin tətbiqi	38
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	45

3. Kvadrat tənliklər

Kvadrat tənliklər	47
Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli	50
Tam kvadrat ayırmaqla kvadrat tənliklərin həlli	55
Kvadrat tənliyin qrafik üsulla həlli	57
Kvadrat tənliklərin həlli	59
Viyet teoremi.....	63
Kvadrat tənliyə gətirilən tənliklər	66
Kvadrat tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli	67
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	69

4. Dördbucaqlılar

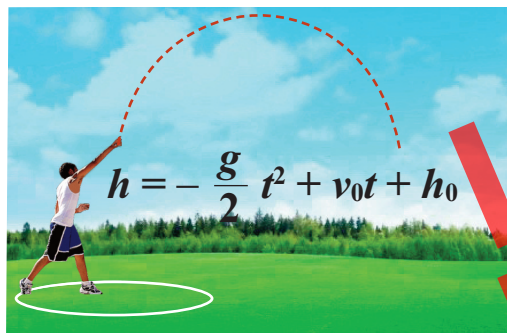
Dördbucaqlılar	71
Dördbucaqlının daxili və xarici bucaqları.....	72
Paraleloqram	75
Paraleloqramın növləri.....	79
Paraleloqramın xassələrinin tətbiqi.....	83
Üçbucağın orta xətti	85
Trapesiya	86
Trapesiyanın orta xətti.....	87
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	90

5. Rasional ifadələr

Rasional ifadələr	93
Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi.....	95
Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi	100
Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması	103
Rasional ifadələr üzərində əməllər.....	109
$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki.....	111
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	114

6. Fiqurların sahəsi

Sahə aksiomları.....	116
Paraleloqramın sahəsi	117
Üçbucağın sahəsi.....	120
Trapesiyanın sahəsi	123
Rombun sahəsi	126
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	128

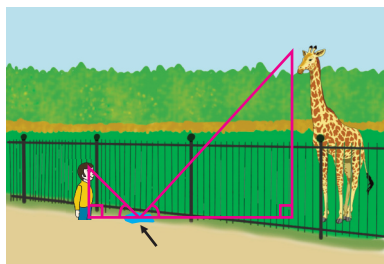


7. Rasional tənliklər

Rasional tənliklər	131
Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli	133
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	137

8. Fiqurların oxşarlığı

Nisbət, tənəsüb, miqyas	139
Mütənəsib parçalar	142
Oxşar dördbucaqlılar, oxşar üçbucaqlar	146
Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri	148
Düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlığı	153
Üçbucaqların oxşarlıqlarının tətbiqi	156
Oxşar fiqurların sahəsi	159
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	161



9. Bərabərsizliklər

Bərabərsizliklər	163
Bərabərsizliklərin xassələri	166
Bərabərsizliklərin toplanması və vurulması	171
Ədədi aralıqlar	173
Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli	175
İkiqat bərabərsizliklərin həlli	179
Dəyişəni modul işarəsi daxilində olan sadə bərabərsizliklər	182
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	184

10. Triqonometrik nisbətlər. Koordinatlar üsulu. Fiqurların çevrilməsi

Düzbucaqlı üçbucaq və triqonometrik nisbətlər	187
Triqonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli	190
Triqonometrik eyniliklər	194
Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları	195
İki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyi ...	196
Fiqurların çevrilməsi. Dönmə	199
Oxşarlıq çevrilməsi. Homotetiya	203
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	205

11. Məlumatın toplanması və təqdimi. Ehtimalın hesablanması

Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi	207
Mərkəzə meyilli ölçülər	215
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	217
Ehtimalın hesablanması	219
Asılı olmayan və asılı hadisələr	222
Ümumiləşdirici tapşırıqlar	225
Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar	227
Özünü yoxlayın	233
Cavablar	235

1

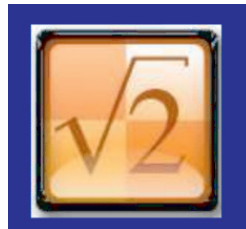
Kvadrat kök. Həqiqi ədədlər

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- rəşional və irrasional ədədləri fərqləndirməyi;
- kvadrat kök işarəsi daxil olan ifadələri sadələşdirməyi;
- kvadrat kökalma ilə həll edilən məsələləri həll etməyi.

Bu maraqlıdır!

İrrasional ədədlərin aşkar edilməsi düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri haqqında teoremi isbat edən Pifaqorun adı ilə bağlıdır. Yunan alimi Pifaqor b.e.ə. VI əsrdə yaşamış, fəlsəfə, astronomiya, həndəsə, musiqinin də tədris olunduğu məktəb yaratmışdır. Bu məktəbdə təhsil alanlar özlərini pifaqorçular adlandırırdılar. Onlar təbiətdə tam ədədlər və onların nisbətindən yaranan harmoniyanın hökmran olduğunu düşünür, irrasional (rasional olmayan) ədədlərin varlığına inanmırdılar.



Pifarqorçular nə qədər çalışsalar da katetləri vahidə bərabər olan bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzunun uzunluğunu ifadə edən $\sqrt{2}$ ədədinin rasional ədəd olmadığını gizlədə bilmədilər. Rəvayətə görə bu sirrin açılmaması üçün pifaqorçular öz tələbələrindən biri olan və $\sqrt{2}$ -nin rasional ədəd olmadığını onlara arqumentli şəkildə isbat etmiş Hipasusu dənizə atmaqdan da çəkinməmişlər.



Pifaqorçular günəşin doğmasını seyr edirlər.
Rəssam. Fyodr Brunnikov. 1869-cu il.

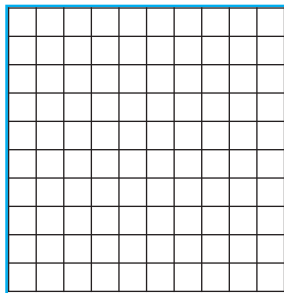
Kvadrat köklər. Hesabi kvadrat kök

Məsələ. 100 kiçik kvadratdan ibarət olan böyük kvadratin sahəsi 49 kvadrat vahiddir.

- a) Böyük kvadratin tərəfinin uzunluğunu tapın.
b) Bir kiçik kvadratin tərəfinin uzunluğunu tapın.

Həlli: a) Kvadratin tərəfini x ilə işarə edək. Şərtə görə $x^2 = 49$ olduğundan, kvadratı 49-a bərabər olan ədəd tapmalıyıq. Bu ədəd 7 və ya -7 -dir. Uzunluq müsbət ədədlə ölçüldüyündən həll olaraq yalnız 7 ədədi götürülür.

Sahə 49 kvadrat vahid



- b) Bir kiçik kvadratin sahəsi $\frac{49}{100}$ kvadrat vahiddir. $\frac{49}{100}$ kəsrini müsbət

ədədin kvadratı kimi yazaq: $\frac{49}{100} = \frac{7}{10} \cdot \frac{7}{10} = \left(\frac{7}{10}\right)^2$

Deməli, kiçik kvadratların tərəfi $\frac{7}{10}$ vahiddir.

Araşdırma. Kvadratin tərəfinin uzunluğu verildikdə onun sahəsi kvadrata yüksəltmə əməli ilə tapılır. Verilmiş sahəsinə görə kvadratin tərəfini hansı əməli yerinə yetirməklə tapmaq olar?

Hesabi kvadrat kök

Kvadratı a -ya bərabər olan ədədə a ədədinin kvadrat kökü deyilir.

Mənfi ədədin kvadrat kökü yoxdur (istənilən ədədin kvadratı mənfi deyil).

Kvadratı sıfıra bərabər olan yeganə ədəd “0”-dir.

Müsbət ədədin iki kvadrat kökü var: bunlardan biri müsbət, digəri isə mənfi-dir. Məsələn, 7 və -7 ədədləri 49-un kvadrat kökləridir: $(7)^2 = (-7)^2 = 49$.

Tərif. Kvadratı a -ya bərabər, mənfi olmayan ədədə a -nın **hesabi kvadrat kökü** deyilir, $\sqrt{a}$ kimi yazılır və belə oxunur: “ a -nın hesabi kvadrat kökü”.

$$\sqrt{a} = b \\ b \geq 0, b^2 = a$$

“ $\sqrt{\quad}$ ” işarəsi hesabi kvadrat kök (və ya radikal) işarəsidir.

Adətən “hesabi” sözü oxunuşda buraxılır. Məsələn, $\sqrt{49}$ ifadəsi “49-un kvadrat kökü” kimi oxunur.

Kök işarəsi altındakı ifadə kökaltı ifadə adlanır. Kökaltı ifadə mənfi ola bilməz. Məsələn, $\sqrt{-16}$, $\sqrt{-25}$ ifadələri mənasızdır.

Kvadrat kökün tapılması əməlinə kvadrat kökəlmə deyilir.

Kökəlmə əməli kvadrata yüksəltmə əməlinin tərsidir.

Nümunələr. $\sqrt{49} = 7$, çünki $7 > 0$ və $7^2 = 49$;

$$\sqrt{2\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}, \text{ çünki } 1\frac{1}{2} > 0 \text{ və } \left(1\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4};$$

$$\sqrt{0,(4)} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}, \text{ çünki } \frac{2}{3} > 0 \text{ və } \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9} = 0,(4)$$

Kvadrat köklər. Hesabi kvadrat kök

Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə alırıq ki, $a \geq 0$ olduqda $(\sqrt{a})^2 = a$ və $\sqrt{a^2} = a$ bərabərlikləri doğrudur.

Nümunə. İfadənin qiymətini hesablayın: a) $(-2\sqrt{5})^2$; b) $\sqrt{3^2 + 2 \cdot \sqrt{36}}$; c) $\sqrt{3^2 + 4^2}$

Həlli: a) $(-2\sqrt{5})^2 = (-2)^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20$;

b) $\sqrt{3^2 + 2 \cdot \sqrt{36}} = 3 + 2 \cdot 6 = 15$;

c) $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$

əvvəlcə kökalın ifadə hesablanır.

Öyrənmə tapşırıqları.

1 1) 1-dən 100-ə qədər ədədlər arasından tam kvadrat ədədləri seçib yazın. Onların kvadrat kökünü hesablayın.

2) 1-ci tapşırığın cavablarından istifadə etməklə kvadrat kökləri tapın.

a) $\sqrt{0,01}$ b) $\sqrt{0,09}$ c) $\sqrt{0,36}$ d) $\sqrt{0,64}$ e) $\sqrt{0,81}$

f) $\sqrt{\frac{1}{9}}$ g) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ h) $\sqrt{\frac{64}{81}}$ i) $\sqrt{\frac{25}{9}}$ k) $\sqrt{\frac{49}{100}}$

2 1) 101-dən 400-ə qədər ədədlər arasından kvadrat kökü tam ədəd olanları seçib yazın.

2) 1-ci bənddəki və əvvəlki tapşırığın cavablarından istifadə etməklə verilən ədədlərin kvadrat köklərini hesablayın.

a) $\sqrt{0,0121}$ b) $\sqrt{0,0225}$ c) $\sqrt{3,24}$ d) $\sqrt{0,0324}$ e) $\sqrt{0,0256}$

f) $\sqrt{\frac{16}{169}}$ g) $\sqrt{\frac{121}{256}}$ h) $\sqrt{\frac{361}{225}}$ i) $\sqrt{\frac{144}{361}}$ k) $\sqrt{\frac{196}{400}}$

3 Rəngli xanaların yerinə elə ədədlər yazın ki, bərabərlik doğru olsun.

a) $\sqrt{\blacksquare} = 13$ b) $\sqrt{\blacksquare} = 1,9$ c) $\sqrt{\blacksquare} = 0,(6)$ d) $\sqrt{\blacksquare} = \frac{2}{5}$ e) $\sqrt{\blacksquare} = \frac{8}{11}$

4 Kökün qiymətini tapın.

a) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ b) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$ c) $\sqrt{0,(4)}$ d) $\sqrt{1,(7)}$ e) $\sqrt{5,(4)}$

5 Cədvəli doldurun.

a	4	33	-25	1	2	-2	0,4	0,4	9	64
b	32	-8	26	0,21	0,25	11	0,09	-0,04	16	36
$\sqrt{a+b}$										

Kvadrat köklər. Hesabi kvadrat kök

6» Hesablayın.

- a) $\sqrt{144} + \sqrt{25}$ b) $\sqrt{144 + 25}$ c) $\sqrt{11 + \sqrt{25}}$ d) $\sqrt{29 - \sqrt{16}}$
e) $\sqrt{289} - \sqrt{64}$ f) $\sqrt{289 - 64}$ g) $\sqrt{49 - \sqrt{169}}$ h) $\sqrt{\sqrt{144} + \sqrt{16}}$

7» İfadənin qiymətini tapın.

- a) $\sqrt{36} \cdot \sqrt{25}$ b) $4 \cdot \sqrt{9} - 3 \cdot \sqrt{4}$ c) $\sqrt{0,09} + \sqrt{0,25}$ d) $\sqrt{0,25 - 0,09}$
e) $\sqrt{\frac{49}{81}} : \sqrt{\frac{25}{9}}$ f) $\frac{5}{6} \cdot \sqrt{\frac{9}{25}} + \sqrt{5\frac{1}{16}}$ g) $\sqrt{1,(7)} + \sqrt{0,(4)}$ h) $\sqrt{1,(8) + 0,(8)}$

8» İfadənin mənası varmı?

- a) $\sqrt{25 \cdot 4}$ b) $\sqrt{(-25) \cdot (-4)}$ c) $\sqrt{(-5 \cdot 2)^2}$ d) $\sqrt{-5^2 \cdot 2^2}$

9» Dəyişənin hansı qiymətində bərabərlik doğrudur?

- a) $\sqrt{x} = 3$ b) $\sqrt{x} = 4$ c) $\sqrt{x} - 1 = 4$ d) $\sqrt{x} + 4 = 1$

10» Hesablayın.

- a) $(\sqrt{9})^2$ b) $(-2 \cdot \sqrt{4})^2$ c) $(3 \cdot \sqrt{5})^2$ d) $(-2 \cdot \sqrt{3})^2$
e) $\sqrt{17^2}$ f) $\sqrt{3,8^2}$ g) $\sqrt{\sqrt{81}}$ h) $\sqrt{\sqrt{289} - \sqrt{64}}$

11» Ədədləri müqayisə edin.

- a) $\sqrt{0,04}$ və $\sqrt{0,09}$ b) $\sqrt{\frac{16}{25}}$ və $\sqrt{\frac{9}{16}}$ c) $\sqrt{2,56}$ və $\sqrt{3,24}$

12» $a = 64$, $b = 225$ olduqda ifadənin qiymətini tapın.

- a) $a + \sqrt{b}$ b) $\sqrt{a} + b$ c) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ d) $\sqrt{a + b}$

13» Rəngli dairələrin yerinə uyğun müqayisə işarəsini ($>$, $<$, $=$) yazın.

- a) $\sqrt{16 + 9}$  $\sqrt{16} + \sqrt{9}$ b) $\sqrt{36 + 64}$  $\sqrt{36} + \sqrt{64}$

Tətbiq tapşırıqları

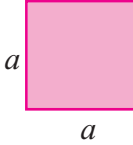
14» 1) Sahəsi S olan kvadratın tərəfini S ilə ifadə edin.

2) Sahəsi: a) 64 m^2 ; b) 81 m^2 ; c) $0,36 \text{ sm}^2$ olan kvadratın tərəfini tapın.

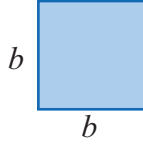
Kvadrat köklər. Hesabi kvadrat kök

15» Fiqurların sahəsinə görə ölçülərini tapın.

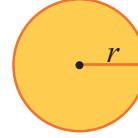
$$S = 256 \text{ m}^2$$



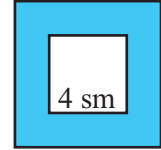
$$S = 2,25 \text{ km}^2$$



$$S = 625\pi \text{ m}^2$$



16» Şəkindəki fiqur iki kvadratdan ibarətdir. Rəngli hissənin sahəsi 48 sm^2 , kiçik kvadratın tərəfi isə 4 sm -dir. Böyük kvadratın tərəfini tapın.



17» Elvin ölçüləri $7,2 \text{ sm}$ və $1,8 \text{ sm}$ olan düzbucaqlı şəkilli kağızı hissələrə bölüb yenidən birləşdirməklə kvadrat şəklinə salmaq istəyir.

a) Kvadratın tərəfi neçə santimetr olacaq?

b) Ən azı neçə kəsimmə bunu etmək mümkündür?

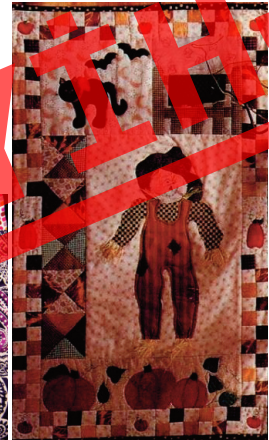
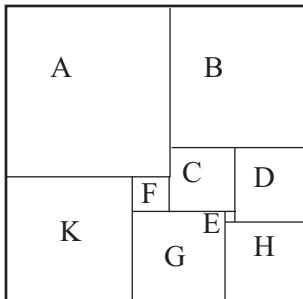
Cavabınızı üzərində ölçülərin qeyd olunduğu şəkillə əsaslandırın.



18» Tərəfi a olan bərabərtərəfli üçbucağın sahəsi $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ düsturu ilə hesablanır. Sahəsi $9\sqrt{3} \text{ sm}^2$ olan bərabərtərəfli üçbucağın tərəfini tapın.

19» Sahəsi 48 sm^2 olan düzbucaqlının eni uzunluğunun 75% -ni təşkil edir. Bu düzbucaqlının perimetrini tapın.

20» Parça hissələrinin bir-birinə bənd edilməsi ilə əmələ gələn tikmə üsulu qurama adlanır. Keçmişdə azərbaycanlı qadınlar kiçik parça hissələrini atmaz, bunlardan hazırladıqları qurama döşəkcə üzləri, yataq örtükləri, dekorativ süfrələrə həm evlərini bəzəyər, həm də ailə büdcəsinə qənaət edərdilər. Aliyənin nənəsindən yadigar qalan qurama yataq örtüyünün hissələri sxemdə hərflərlə işarələnmişdir. A-dan başqa qalan hissələrin kvadratşəkilli, quramanın isə düzbucaqlı şəklində olduğunu bilərək, onun ölçülərini müəyyən edin: D hissəsinin sahəsi 49 sm^2 , H hissəsinin sahəsi 64 sm^2 -dir.



Həqiqi ədədlər

Praktik məşğələ 1. Böyük yunan riyaziyyatçısı, fiziki, astronomu, ixtiraçısı olan Arximed kvadratı 3-ə bərabər olan rəşional ədəd tapmağa çalışırdı. Onun bu məqsədlə seçdiyi ədədlərdən ikisi $\frac{265}{153}$ və $\frac{1351}{780}$ idi.



Bu ədədlərin kvadratlarının 3-ə hansı dəqiqliklə bərabər olduğunu siz də yoxlayın. Bu şərtə uyğun başqa ədəd təklif edin.

Ədədlərin təsnifatı

Rasional ədədlər. İstənilən **rasional ədədi** $\frac{m}{n}$ kəsri şəklində göstərmək olar, burada $m \in \mathbb{Z}$ (tam ədəd), $n \in \mathbb{N}$ (natural ədəd). Eyni rəşional ədədi müxtəlif üsullarla yazmaq olar, məsələn,

$$4 = \frac{4}{1} = \frac{12}{3} = \frac{40}{10}; \quad -0,6 = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}; \quad 0,(3) = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{10}{30}$$

Verilmiş rəşional ədədi göstərən kəsrlər içərisində ən kiçik məxrəcli kəsri həmişə göstərmək olar. Belə kəsri ixtisar olunmayandır.

Verilmiş kəsri surətini məxrəcə bölməklə onu ya sonlu onluq kəsri, ya da sonsuz dövrü onluq kəsri şəklində göstərmək olar. Məsələn,

$$\frac{9}{5} = 1,8 \quad \frac{4}{9} = 0,4444... = 0,(4) \quad \frac{7}{15} = 0,4666... = 0,4(6)$$

İstənilən sonlu onluq kəsri və istənilən tam ədədi dövrü 0 olan sonsuz onluq kəsri şəklində yazmaq olduğundan alırıq ki, hər bir rəşional ədədi sonsuz dövrü onluq kəsri şəklində göstərmək olar. Tərs təklif də doğrudur.

Hər bir sonsuz dövrü onluq kəsri müəyyən rəşional ədədi ifadə edir.

Elə ədədlər var ki, onları dövrü onluq kəsri şəklində göstərmək mümkün deyil.

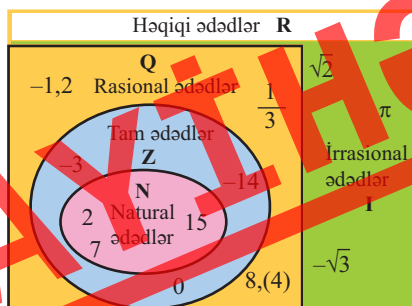
İrrasional ədədlər. Dövrü olmayan sonsuz onluq kəsrlər rəşional olmayan ədədləri ifadə edir. Bu ədədlərə **irrasional ədədlər** deyilir. İrrasional ədədləri $\frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}$, $n \in \mathbb{N}$) şəklində göstərmək mümkün deyil. İrrasional ədədlərə misallar göstərək:

- 0,1010010001... (1 rəqəmlərini ayıran sıfırların sayı hər dəfə bir vahid artır);
- 0,123456789101112... (kəsri hissəsində natural ədədlər ardıcıl yazılmışdır);
- $\pi = 3,14159265...$ (çevrənin uzunluğunun diametrinə nisbətini göstərir).

Göstərmək olar ki, n ədədi hər hansı natural ədədin kvadratı deyilsə, $\sqrt{n}$ irrasional ədəddir. Məsələn, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ irrasional ədədlərdir.

İrrasional ədədlər yalnız kök almadan yaranmır. Məsələn, π ədədi heç bir rəşional ədədin kökünə bərabər deyil.

İrrasional ədədlər **I** hərfi ilə işarə olunur. Bütün rəşional $\{Q\}$ və irrasional ədədlər $\{I\}$ həqiqi ədədlər çoxluğunu əmələ gətirir. Həqiqi ədədlər çoxluğu **R** hərfi ilə işarə edilir. $N \subset Z \subset Q \subset R$; $R = Q \cup I$.



Həqiqi ədədlər

Həqiqi ədədlər üzərində hesab əməlləri və onların xassələri rəşional ədədlərdə olduğu kimidir. Praktikada irrasional ədədləri onların təqribi qiymətləri ilə əvəz etməklə hesablama aparılır. Kökün təqribi qiymətini tapmaq üçün $\sqrt{\quad}$ klavişli olan kalkulyatordan istifadə etmək olar.

Nümunə 1. Verilən ədədlərin daxil olduğu çoxluğa uyğun mümkün adlarını yazın: a) 5; b) $-6,3(2)$; c) $\sqrt{\frac{9}{16}}$; d) $\sqrt{10}$.

Həlli:

- a) 5-natural ədəd, tam ədəd, rəşional ədəd, həqiqi ədəd;
b) $-6,3(2)$ -rəşional ədəd, həqiqi ədəd;
c) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ -rəşional ədəd, həqiqi ədəd;
d) $\sqrt{10}$ -irrasional ədəd (10 tam kvadratı olan ədəd deyil), həqiqi ədəd.

Nümunə 2. $\frac{1}{3}$ və $\frac{1}{2}$ ədədləri arasında yerləşən həqiqi ədəd yazın.

Həlli: Ədəd oxu üzərində uc nöqtələri verilmiş ədədlər olan parçanın orta nöqtəsi bu ədədlər arasında yerləşən ədəddir: $(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}) : 2 = \frac{5}{12}$

Verilmiş ədədləri onluq kəsr şəklində yazmaqla onlar arasında yerləşən sonsuz sayda ədəd göstərmək olar. $\frac{1}{3} = 0,333\dots$ və $\frac{1}{2} = 0,500\dots$ olduğundan 0,34; 0,348; 0,35; 0,4; 0,45; 0,4798 və s. verilən ədədlər arasında yerləşir.

Öyrənmə tapşırıqları

1» Ədədləri iki qrupa ayırın: rəşional və irrasional.

5; 2,3; $-\frac{1}{3}$; $\sqrt{2}$; 0; π ; 4,(2); $\sqrt{3}$; $-2,3(4)$; $\sqrt{1,21}$; $\sqrt{\frac{4}{9}}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{144}$;
0,21211211121... (2 rəqəmlərini ayıran vahidlərin sayı hər dəfə bir vahid artır).

2» Aşağıdakı ədədlər arasından irrasional ədədləri seçin.

$\sqrt{64}$ $\frac{3}{5}$ $\sqrt{16}$ $\frac{7}{22}$ $\sqrt{12}$ 0,8 $\sqrt{27}$ $\sqrt{8}$ π $\sqrt{121}$

3» Doğrudurmu?

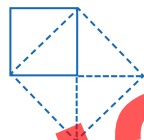
- a) $-7 \in \mathbb{Z}$ b) $-7 \notin \mathbb{Q}$ c) $-7 \in \mathbb{R}$ d) $5 \notin \mathbb{Z}$
e) $-\frac{3}{5} \in \mathbb{Z}$ f) $-\frac{3}{5} \in \mathbb{Q}$ g) $\sqrt{8} \notin \mathbb{Q}$ g) $\sqrt{8} \in \mathbb{R}$

4» 25 m uzunluqda lent bərabər hissələrə kəsildi. Hissələrin uzunluğu irrasional ədədlə ifadə oluna bilərmə?

5» n -in elə natural qiymətlərini göstərin ki, $\sqrt{3n+1}$ ifadəsinin qiyməti:
a) natural ədəd, b) irrasional ədəd olsun.

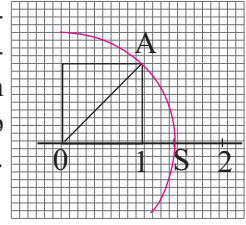
Həqiqi ədədlər

- 6) a) 2 və 2,1 ədədləri arasında yerləşən dörd həqiqi ədəd yazın.
b) $\frac{1}{4}$ və $\frac{1}{3}$ ədədləri arasında yerləşən neçə həqiqi ədəd yazmaq olar?
- 7) Kalkulyatorun köməyi ilə kökün təqribi qiymətini tapın. a) $\sqrt{2}$; b) $\sqrt{3}$; c) $\sqrt{30}$
- 8) $a = 2, (6)$ və $b = \sqrt{3}$ olduqda a və b -ni əvvəlcə: a) ondəbirlərə qədər;
b) yüzdəbirlərə qədər; c) mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdıraraq,
($a + b$) cəminin və ($a - b$) fərqlinin təqribi qiymətlərini tapın.
- 9) Radiusu 2,5 sm olan çevrənin uzunluğunun təqribi qiymətini tapın. π ədədini yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.
- 10) Hər bir təklifin qarşısında doğru və ya yanlış olduğunu yazın. Yanlışdırsa, bir nümunə gətirməklə əsaslandırın.
1) Hər bir natural ədəd tam ədəddir.
2) Hər bir rəşional ədəd həm də həqiqi ədəddir.
3) 7-nin bütün bölünənləri tək ədədlərdir.
4) Bütün mənfi ədədlər tam ədədlərdir.
- 11) a rəşional, b isə irrəşional ədəddir: a) $a + b$, b) $a - b$, c) ab , d) $a : b$ ifadələrinin qiyməti rəşional, yoxsa irrəşional ədəddir? Fikrinizi nümunələr göstərməklə əsaslandırın. $a \neq 0$ və $a = 0$ olan hallara baxın.
- 12) $A = \{\sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{0, (4)}; -3; \pi; 2\}$ və $B = \{\sqrt{5}; \sqrt{7}; 0,2; 2; -3; 0, (6)\}$ çoxluqları verilmişdir. A/B və $A \cap B$ çoxluqlarını yazın. Bu çoxluqlardan hansının bütün elementləri a) rəşional; b) irrəşional ədədlərdir? Venn diaqramı qurmaqla həll edin.
- 13) **Praktik məşğələ.** Tərəfi vahid parçaya bərabər olan kvadrat və onun diaqonalını çəkin. Kvadratın diaqonalı üzərində yeni kvadrat qurun. Bu kvadratın sahəsinin vahid kvadratın sahəsindən iki dəfə böyük olduğunu şəkllə görə müəyyən edin. Yeni kvadratın tərəfini ifadə edən ədədin $\sqrt{2}$ -yə uyğun gəldiyini göstərin.
- 14) a) $\sqrt{2}$ ədədinin irrəşional ədəd olduğunu göstərən isbatı nöqtələrin yerinə *cüt, ixtisar olunan, ixtisar olunmayan* sözlərindən uyğun gələnini yazmaqla dəftərinizdə yazılı olaraq tamamlayın və müzakirə edin.
- İsbat:** Göstərməliyik ki, kvadratı 2-yə bərabər olan rəşional ədəd yoxdur. Əksini fərz edək. Tutaq ki, $\frac{m}{n}$ ($m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N}$) kəsri var ki, $(\frac{m}{n})^2 = 2$. Buradan $m^2 = 2n^2$. $2n^2$ ədəd olduğundan m^2 , deməli, m də cüt ədəddir: $m = 2k$ ($k \in \mathbb{N}$). Bunu $m^2 = 2n^2$ bərabərliyində nəzərə alsaq, $4k^2 = 2n^2$, buradan da $n^2 = 2k^2$ alınır. Bu isə o deməkdir ki, n ədəddir. Buradan da alınır ki, $\frac{m}{n}$ kəsri, bu isə fərziyyəmizə ziddir. Deməli, kvadratı 2-yə bərabər olan rəşional ədəd yoxdur. Yəni $\sqrt{2}$ irrəşional ədəddir.
- b) $\sqrt{3}$ ədədinin irrəşional olduğunu siz isbat edin.



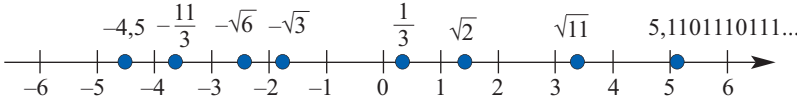
Həqiqi ədədlər

Praktik məşğələ. Ədəd oxu üzərində tərəfi vahid parçaya bərabər olan kvadrat yerləşdirin. Mərkəzi sıfır nöqtəsində olmaqla radiusu diaqonala bərabər olan və ədəd oxunu kəsən çevrə qövsü çəkin. Kəsişmə nöqtəsini qeyd edin. Bu nöqtəyə uyğun ədədlə diaqonalin uzunluğu arasındakı əlaqəni izah edin.



Həqiqi ədədlər və ədəd oxu.

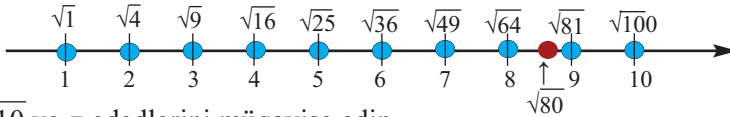
Ədəd oxunun hər bir nöqtəsinə müəyyən bir ədəd (rəşional və ya irrasional) və hər bir ədədə ədəd oxu üzərində bir nöqtə uyğundur. Buna əsaslanaraq ədədləri müqayisə etmək olar. Belə ki, ədəd oxu üzərində sağda yerləşən nöqtəyə uyğun ədəd solda yerləşən nöqtəyə uyğun ədəddən böyük olur.



$0 < a < b$ olduqda $\sqrt{a} < \sqrt{b}$ olur. Bunu həndəsi olaraq belə izah etmək olar: sahəsi böyük olan kvadratin tərəfi də böyükdür.

Nümunə. Ədəd oxu üzərində $\sqrt{80}$ ədədinə uyğun nöqtənin yerini təxmin edin.

Həlli: $\sqrt{64} < \sqrt{80} < \sqrt{81}$ olduğundan, $8 < \sqrt{80} < 9$. Deməli, $\sqrt{80}$ ədədinə uyğun nöqtə ədəd oxu üzərində 8 və 9 arasında yerləşir.



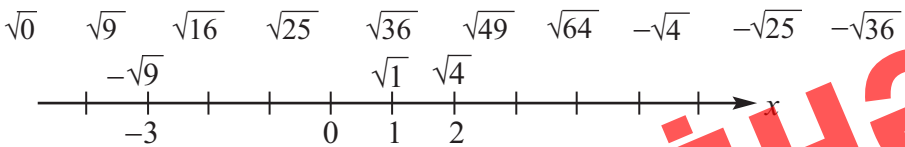
Nümunə. $\sqrt{10}$ və π ədədlərini müqayisə edin

Həlli: Ədədlərin sonsuz onluq kəsr şəklində yazılışından istifadə edək.

$\sqrt{10} = 3,16227...$ və $\pi = 3,1415...$ olduğundan aydındır ki, $\sqrt{10} > \pi$

Öyrənmə tapşırıqları

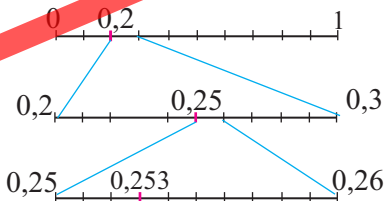
1) Verilmiş ədədlərə uyğun nöqtələri ədəd oxu üzərində qeyd edin.



2) 1-ci tapşırıqdakı ədəd oxundan istifadə etməklə $\sqrt{27}$, $\sqrt{38}$, $\sqrt{53}$, $-\sqrt{10}$ ədədlərinə uyğun nöqtələrin yerini təxmini müəyyən edin.

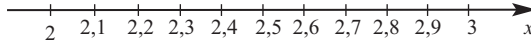
2) 0,538; 0,674; 0,128 ədədlərinin ədəd oxu üzərindəki yerini nümunədə verilmiş qayda ilə göstərin və vahid parçaların hansı intervala aid olduğunu yazın.

Nümunə. 0,253 onluq kəsrinin ədəd oxu üzərindəki yeri vergüldən sonrakı hər bir rəqəmin qiymətinə uyğun addım-addım göstərilmişdir. Ədəd oxu üzərində vahid parçalar 0-1; 0,2-0,3; 0,25-0,26 intervalına uyğundur.



Həqiqi ədədlər

- 3) a) $\sqrt{5}$; b) $\sqrt{6}$; c) $\sqrt{7}$ ədədinə uyğun nöqtə ədəd oxu üzərində hansı iki ardıcıl bölgü nöqtəsi arasında yerləşir?



- 4) Ədəlləri müqayisə edin.

a) $-\pi$ $-4,3$ b) 3 $\sqrt{10}$ c) $1,5$ $\sqrt{2}$ d) $-\sqrt{8}$ -3

- 5) Ədədləri artan sırada düzün.

a) 9 ; $\sqrt{50}$; $\sqrt{84}$ b) $\sqrt{52}$; 7 ; $\sqrt{38}$ c) $\sqrt{27}$; $4,6$; $\sqrt{23}$ d) $\sqrt{47}$; 6 ; $\sqrt{7}$

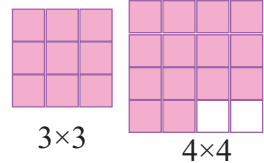
- 6) Hər iki ədədi: a) adi kəsrlə; b) onluq kəsrlə yazmaqla müqayisə edin.

1) $2,(6)$ və $\frac{17}{6}$ 2) $0,(3)$ və $\frac{2}{5}$ 3) $0,2(7)$ və $\frac{23}{65}$ 4) $0,(54)$ və $\frac{45}{88}$

- 7) Verilmiş iki ədəd arasında yerləşən üç irrasional ədəd yazın.

1) 2 və 3 2) 3 və 4 3) 5 və 6 4) 8 və 9

Praktik məşğələ. Tərəfi vahidə bərabər olan 14 eyni kiçik kvadrattan quraşdırılmış ən böyük kvadratın tərəfi neçə vahid olar? Siz bunu necə müəyyən edirsiniz? 14 ədədi hansı iki tam kvadrat olan ədədin arasında yerləşir?



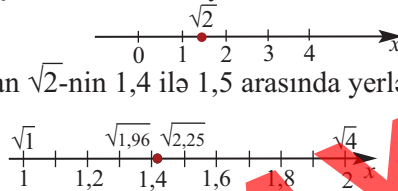
Təqribi kvadrat kök

Ədədin təqribi kvadrat kökünü kalkulyatorla hesablamaq olar. Kvadrat kökün təqribi qiymətini kvadrat ədədlərdən və ədəd oxundan istifadə etməklə də təxmin etmək mümkündür.

Nümunə 1. $\sqrt{2}$ -nin təqribi qiymətini yüzdə bir dəqiqliklə tapın.

Həlli: $1 < 2 < 3 < 4$ və $\sqrt{1}=1$, $\sqrt{4}=2$ olduğundan, aydındır ki, $\sqrt{2}$ ədədi 1 və 2 ədədləri arasında yerləşməklə, 1-ə daha yaxındır.

$1,4^2 < 2 < 1,5^2$ olduğundan $\sqrt{2}$ -nin 1,4 ilə 1,5 arasında yerləşdiyini tapılır.



Yüzdəbirlər rəqəmini tapmaq üçün 1,41; 1,42;... onluq kəsrlərini ardıcıl olaraq kvadrata yüksəldək. $1,41^2 = 1,9881$ və $1,42^2 = 2,0164$ olduğundan $\sqrt{2}$ -nin 1,41 ilə 1,42 arasında yerləşdiyini tapılır.

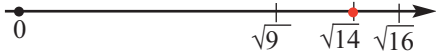


Bu prosesi davam etdirməklə $\sqrt{2} = 1,4142...$ olduğunu müəyyənləşdirmək olar. Baxılan qayda ilə ədədin kvadrat kökünü istənilən dəqiqliklə tapmaq olar.

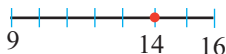
Həqiqi ədədlər

Nümunə 2. $\sqrt{14}$ -ün təqribi qiymətini tapın.

Həlli: 14 ədədi 9 ilə 16-nın arasında yerləşir. Bu ədədlərin kvadrat kökləri uyğun olaraq 3 və 4-dür: $\sqrt{9} < \sqrt{14} < \sqrt{16}$.



14-ün kvadrat kökünün tam hissəsi 3-dür. Kəsr hissəsini təqribi olaraq tapaq. Ədəd oxu üzərində 14-dən 9-a qədər 5 vahid, 9-dan 16-ya qədər 7 vahiddir.



$\sqrt{14}$ -ün kəsr hissəsini təqribi olaraq $\frac{14-9}{16-9} = \frac{5}{7}$ götürsək, təxmin etdiyimiz

qiymət $\sqrt{14} \approx 3 \frac{5}{7} \approx 3,714$ olar. Kalkulyatorla hesablama: $\sqrt{14} \approx 3,741$

Öyrənmə tapşırıqları.

8» Kvadrat kökün hansı iki ardıcıl tam ədəd arasında yerləşdiyini müəyyən edin.

a) $\sqrt{6}$ b) $\sqrt{11}$ c) $\sqrt{17}$ d) $\sqrt{30}$ e) $\sqrt{51}$ f) $\sqrt{15}$ g) $\sqrt{44}$ h) $\sqrt{23}$

9» Aşağıdakı cədvəli dəftərinizdə çəkin və doldurun.

Ədədin kvadrat kökü	Kökaltı ədədə ən yaxın və tam ədədin kvadratı ilə ifadə oluna bilən ədədlər	Hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında yerləşir?	Təqribi olaraq kəsrlə	Təqribi olaraq onluq kəsrlə	Kalkulyatorla hesablama
$\sqrt{91}$	$\sqrt{81}$ və $\sqrt{100}$	9 və 10	$9 \frac{10}{19}$	9,526	9,539
$\sqrt{40}$					
$\sqrt{55}$					
$\sqrt{284}$					
$\sqrt{78}$					
$\sqrt{176}$					

10» 40 eyniölçülü vahid kvadratdan istifadə etməklə düzəldilən ən böyük kvadratın tərəfi neçə vahid olar? Neçə vahid kvadrat artıq qalar?

11» **Açıq tipli sual.** Elə dörd müsbət tam ədəd yazın ki, bu ədədlər tərəfi 5 vahid və 6 vahid arasında olan kvadratın sahəsini ifadə etsin. Cavablarınızı müqayisə edin.

12» Avtomobilin uzunluğu $\sqrt{42}$ m-dir. Bu avtomobil uzunluğu 6,5 m olan qaraja yerləşərmə?

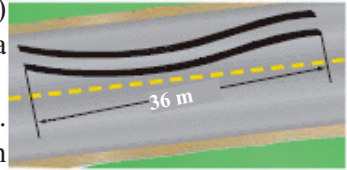
Həqiqi ədədlər

Tətbiq tapşırıqları

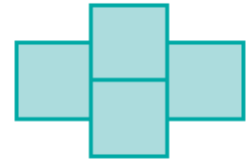
13» Sahəsi S olan dairənin radiusu $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$ düsturu ilə tapılır. Dairəvi şəkil çərçivəsinin sahəsi 42 sm^2 olarsa, onun radiusu təxminən neçə santimetr olar? ($\pi \approx 3$ qəbul edin).

14» Futbol topu h metr hündürlüyünə qalxmışdır. Topun bu hündürlükdən yerə düşmə müddətini $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ düsturu ilə hesablamaq olar. Burada g sərbəstdüşmə təcildir. Top 20 metr hündürlüyə qalxmışsa, t -ni tapın. $g \approx 10 \text{ m/san}^2$ qəbul edin.

15» Təhqiqatçı avtomobilin sürətini (m/san ilə) müəyyən etmək üçün əyləci basdıqdan sonra gedilən yolun uzunluğunu (metrlə) ölçdü və $5,5 \cdot \sqrt{0,75d}$ ifadəsinin qiymətini hesabladı. Şəkildə göstərilmiş əyləc yolunun (d) izinin uzunluğuna görə bu nəqliyyatın sürətini siz də tapın.



16» Şəkildəki fiqur eyniölçülü kvadratlardan quraşdırılmışdır. Fiqurun sahəsi 32 kvadrat vahiddir. Kvadratların tərəfinin uzunluğunu təqribi olaraq tapın. Nəticəni yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



17» Qaçaraq şüvüllə hündürlüyə tullanan idmançının sürətini (m/san ilə) $v \approx 8\sqrt{h}$ düsturuna görə təqribi hesablamaq olar. İdmançının tullandığı hündürlük $h = 6 \text{ m}$ olarsa, onun sürətini tapın. Hesablamaları kalkulyatorla yerinə yetirin. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



18» Sahəsi 324 m^2 olan kvadratdan şəkildə göstərildiyi kimi yarımdairə formalı sahə ayrılmışdır. Yarımdairənin sahəsini tapın. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



19» Müşahidəçidən üfüqə qədər məsafəni $113\sqrt{h}$ ifadəsinin qiymətini hesablamaqla təqribi tapmaq olar. Burada h müşahidəçinin durduğu hündürlüyü göstərir.

- a) hündürlüyü $h = 2,5 \text{ km}$ olan dağın zirvəsində dayanan;
- b) hündürlüyü $h = 8,85 \text{ km}$ olan Everest dağının zirvəsində dayanan;
- c) hündürlüyü $h = 4,23 \text{ km}$ olan Şahdağın zirvəsində dayanan müşahidəçidən üfüqə qədər məsafəni hesablayın. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

$y = x^2$ və $y = \sqrt{x}$ funksiyaları

Praktik məşğələ.

1) Cədvəli tamamlayın.

x	-4	-3	-2	1	0	1		3	
$y = x^2$	16			1	0	1	4		16

2) Koordinat müstəvisində absisləri x -in cədvəldə verilmiş qiymətinə, ordinatları isə y -in uyğun qiymətinə bərabər olan nöqtələri qeyd edin və bu nöqtələri şəkildə göstərildiyi kimi səlis xətlə birləşdirin.

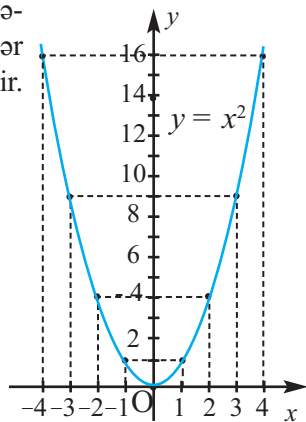
3) x -ə daha bir neçə, məsələn, 1,5; 2,5 və s. qiymətləri verməklə, y -in qiymətlərini tapın və koordinatları uyğun ədədlər olan nöqtələrin də bu xəttin üzərində yerləşdiyini dəqiqləşdirin.

$y = x^2$ funksiyasının qrafiki

$y = x^2$ düsturu ilə verilən funksiya x -in bütün qiymətlərində mənalıdır və mənfə olmayan qiymətlər alır.

Koordinat müstəvisində absisləri argumentin qiymətlərinə, ordinatları funksiyanın uyğun qiymətlərinə bərabər olan nöqtələr çoxluğu funksiyanın qrafikini əmələ gətirir.

$y = x^2$ funksiyasının qrafiki **parabola** adlanır. Parabolun yalnız bir nöqtəsi- $O(0;0)$ absis oxu üzərindədir, qalan nöqtələri isə yuxarı yarımmüstəvidə (x oxundan yuxarıda) yerləşir. $(-x)^2 = x^2$ olduğundan, qrafikin hər bir $A(x;y)$ nöqtəsinə ordinat oxuna görə simmetrik $B(-x;y)$ nöqtəsi uyğundur. Beləliklə, ordinat oxu $y = x^2$ parabolasının simmetriya oxudur. Simmetriya oxu ilə parabolanın kəsişmə nöqtəsi parabolanın təpə nöqtəsi adlanır. $y = x^2$ parabolasının təpə nöqtəsi koordinat başlanğıcında yerləşir.



Nümunə. $y = x^2$ parabolasının üzərində ordinatı 7-yə bərabər olan neçə nöqtə var? Bu nöqtələrin absislərinin dəqiq və təqribi qiymətini yazın.

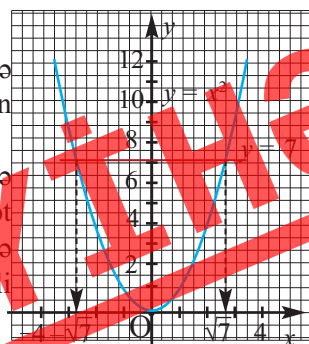
Həlli: $y = x^2$ parabolası ilə $y = 7$ düz xətti iki nöqtədə kəsişir. Kəsişmə nöqtələrindən birinin absisi müsbət ədəd olduğundan 7-nin hesabı kvadrat kökünə bərabərdir: $x_1 = \sqrt{7}$. Digəri isə onunla əks işarəli ədəddir: $x_2 = -\sqrt{7}$.

Qrafikdən $x_1 \approx 2,7$, $x_2 \approx -2,7$ olduğunu müəyyən edirik.

Ümumiyyətlə $a > 0$ olduqda $y = x^2$ parabolası üzərində ordinatı a -ya bərabər olan iki nöqtə var və bu nöqtələrin absisləri $\sqrt{a}$ və $-\sqrt{a}$ olur.

Nəticə. $x^2 = a$ tənliyinin: $a > 0$ olduqda iki müxtəlif kökü var: $x_1 = \sqrt{a}$, $x_2 = -\sqrt{a}$;
 $a < 0$ olduqda həqiqi kökü yoxdur.

$a = 0$ olduqda tənliyi ödəyən yeganə ədəd 0-dır

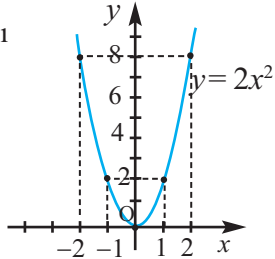


$y = x^2$ və $y = \sqrt{x}$ funksiyaları

Öyrənmə tapşırıqları.

- 1» M (-2; 4), N (1,2; 1,44), K (3; -9) nöqtələrindən hansılar $y = x^2$ parabolası üzərində yerləşir?
- 2» $y = x^2$ funksiyasının qrafikinə görə tapın:
 - a) $x = 0,8$; $x = 1,5$; $x = -1,5$ olduqda y -in təqribi qiymətini;
 - b) $y = 2$, $y = 3$, $y = 6$ olduqda x -in təqribi qiymətlərini.
- 3» $y = x^2$ və $y = 4$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurun. x -in hansı qiymətlərində parabola üzərindəki nöqtələr düz xətdən:
 - a) yuxarıda; b) aşağıda yerləşir?
- 4» x -in bir neçə elə qiymətlərini göstərin ki, $y = x^2$ funksiyasının qiyməti:
 - a) 9-dan böyük olsun; b) 9-dan kiçik olsun.
- 5» A(2;4) nöqtəsi ilə: a) ordinat oxuna nəzərən; b) absis oxuna nəzərən; c) koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrik olan nöqtənin koordinatlarını yazın. Bu nöqtələrdən hansılar $y = x^2$ parabolası üzərində yerləşir.
- 6» $y = 2x^2$ funksiyasının qrafikini qurma addımlarını araşdırın və a) $y = 3x^2$; b) $y = -2x^2$
 c) $y = \frac{1}{2} x^2$ funksiyalarının qrafiklərini qurun.

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8


- 7» <http://go.hrw.com/math/midma/gradecontent/manipulatives/GraphCalc/graph-Calc.html> internet ünvanında a -ya müsbət və mənfi qiymətlər verməklə $y = ax^2$ funksiyasının qrafikini qurun. a -nın işarəsindən asılı olaraq, parabolanın koordinat müstəvisində vəziyyəti haqqında müzakirələr aparın.
- 8» Tənliyi həll edin və $y = x^2$ parabolasının köməyiylə onun köklərinin təqribi qiymətlərini tapın.
 - a) $x^2 = 3$
 - b) $x^2 = 5$
 - c) $x^2 = 8$
 - d) $x^2 = 10$

Praktik məşğələ.

1) Kalkulyatorun köməyiylə x -in verilmiş qiymətləri üçün $\sqrt{x}$ -i hesablayın, nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın və cədvəli doldurun.

x	0	0,5	1	2	3	4	5	7	9
$\sqrt{x}$	0		1			2			3

- 2) Koordinat müstəvisində koordinatları cədvəldəki ədədlərə uyğun nöqtələri qeyd edib, səlis xətlə birləşdirin.
- 3) x -ə mənfi qiymətlər vermək olarmı?
- 4) x -ə verilən qiymətlər böyüdükcə, $\sqrt{x}$ -in uyğun qiymətləri necə dəyişir?

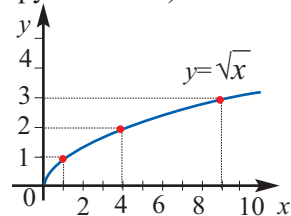
$y = x^2$ və $y = \sqrt{x}$ funksiyaları

$y = \sqrt{x}$ funksiyası və onun qrafiki

$y = \sqrt{x}$ funksiyası argumentin mənfi olmayan qiymətlərində ($x \geq 0$) təyin olunmuşdur, qiymətlər çoxluğu da mənfi olmayan ədədlərdir (çünki mənfi ədədin kvadrat kökü yoxdur və hesabi kvadrat kök mənfi olmayan qiymətlər alır).

$y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafiki parabolun budağıdır.

$x = 0$ olduqda $y = 0$, yəni koordinat başlanğıcı qrafikə aiddir. $x > 0$ olduqda $y > 0$, yəni qrafik I rübdə yerləşir. x -in böyük qiymətinə y -in böyük qiyməti uyğundur. Məsələn, $\sqrt{3} > \sqrt{2}$; $\sqrt{7} > \sqrt{5}$ və s.



Öyrənmə tapşırıqları

- 9» A (9;3), B(64;8), C(-81;9), D(81; -9) nöqtələrindən hansılar $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikinə aiddir?
- 10» $y = \sqrt{x}$ və $y = 6 - x$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurun və kəsişmə nöqtəsini göstərin.
- 11» $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikindən istifadə edərək tapın:
a) $x = 10$ olduqda y -i; b) $y = 2,5$ olduqda x -i.
- 12» $y = \sqrt{x}$ funksiyasının qrafikindən istifadə etməklə ədədləri müqayisə edin.
a) $\sqrt{10}$ və $\sqrt{11}$ b) $\sqrt{3}$ və $\sqrt{4}$ c) $\sqrt{12}$ və $\sqrt{15}$ d) $\sqrt{8}$ və $\sqrt{9}$
- 13» Rəngli xanaların yerinə müqayisə işarələrindən uyğun gələnini yazın.
a) $\sqrt{17}$ ● 4 b) $\sqrt{12}$ ● 3 c) 7 ● $\sqrt{50}$ d) $\sqrt{0,1}$ ● 0,3
- 14» Fərqi işarəsini müəyyən edin.
a) $\sqrt{10} - \sqrt{14}$ b) $\sqrt{7} - \sqrt{8}$ c) $1,4 - \sqrt{2}$ d) $1,8 - \sqrt{3}$
- 15» Ədədləri artan sıra ilə düzün.
a) $\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$; 1,4; $\sqrt{3}$; 1,8 b) $-\sqrt{3}$; $-\sqrt{2}$; $-\sqrt{7}$; -3; -1,7
- 16» Ədədləri artan sırada düzün.
a) 0,5; $\sqrt{0,5}$; $(0,5)^2$ b) $\frac{4}{9}$; $\sqrt{\frac{4}{9}}$; $(\frac{4}{9})^2$
- 17» Dairənin sahəsi $S = \pi r^2$ və ya $S = \frac{\pi d^2}{4}$ düsturu ilə hesablanır. Burada r dairənin radiusu, d dairənin diametridir.
a) r -in S -dən; b) d -nin S -dən asılılığını düsturla verin.

Hesabi kvadrat kökün xassələri

Praktik məşğələ. $\sqrt{25 \cdot 4}$ və $\sqrt{25} \cdot \sqrt{4}$ ifadələrinin qiymətlərini hesablayın.

$$\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \text{ bərabərliyi doğrudurmu?}$$

Uyğun bərabərliyin doğruluğunu iki mənfi olmayan ədədlər seçməklə digər nümunələr üzərində yoxlayın.

Hasilin və nisbətin (kəsrin) kvadrat kökü

Mənfi olmayan vuruqların hasilinin kvadrat kökü həmin vuruqların kvadrat köklərinin hasilinə bərabərdir.

$$a \geq 0, b \geq 0 \text{ olarsa,} \\ \sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

Bu xassə vuruqların sayı ikidən çox olduğu hal üçün də doğrudur.

Surəti mənfi olmayan, məxrəci müsbət olan kəsrin kvadrat kökü surətin kvadrat kökünün məxrəcin kvadrat kökünə nisbətinə bərabərdir.

$$a \geq 0, b > 0 \text{ olduqda} \\ \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Nümunə. Hesablayın: a) $\sqrt{64 \cdot 0,25}$; b) $\sqrt{\frac{25}{144}}$

Həlli: a) $\sqrt{64 \cdot 0,25} = \sqrt{64} \cdot \sqrt{0,25} = 8 \cdot 0,5 = 4$; b) $\sqrt{\frac{25}{144}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{144}} = \frac{5}{12}$

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ və $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ bərabərliklərində sol və sağ tərəflərin yerlərini dəyişsək, alırıq:

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b} \text{ və } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Nümunə. Hesablayın: a) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{18}$; b) $\frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$

Həlli: a) $\sqrt{50} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{50 \cdot 18} = \sqrt{25 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 9} = \sqrt{25 \cdot 4 \cdot 9} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 2 \cdot 3 = 30$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{80}{5}} = \sqrt{16} = 4$$

Öyrənmə tapşırıqları

1» İfadənin qiymətini tapın.

a) $\sqrt{64 \cdot 121}$

b) $\sqrt{0,01 \cdot 144}$

c) $\sqrt{81 \cdot 36}$

d) $\sqrt{2,25 \cdot 0,04}$

2» Kökün qiymətini hesablayın.

a) $\sqrt{\frac{9}{64}}$

b) $\sqrt{\frac{25}{121}}$

c) $\sqrt{\frac{5 \cdot 1}{16}}$

d) $\sqrt{\frac{5 \cdot 4}{9}}$

3» Kökün qiymətini hesablayın.

a) $\sqrt{9 \cdot 81 \cdot 0,36}$

b) $\sqrt{1,44 \cdot 25 \cdot 64}$

c) $\sqrt{\frac{5 \cdot 4}{9} \cdot \frac{6 \cdot 1}{4}}$

d) $\sqrt{3 \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{50}}$

4» Hesablayın.

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$

b) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$

c) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$

d) $\sqrt{0,1} \cdot \sqrt{1,6}$

5» Hesablayın.

a) $\sqrt{13^2 - 12^2}$

b) $\sqrt{122^2 - 22^2}$

c) $\sqrt{313^2 - 312^2}$

d) $\sqrt{5^2 + 12^2}$

Hesabi kvadrat kökün xassələri

6» Hesablayın.

- a) $\sqrt{72 \cdot 50}$ b) $\sqrt{50 \cdot 18}$ c) $\sqrt{90 \cdot 3,6}$
 d) $\sqrt{2,5 \cdot 14,4}$ e) $\sqrt{16,9 \cdot 0,4}$ f) $\sqrt{45 \cdot 80}$

Nümunə:

$$\begin{aligned}\sqrt{72 \cdot 32} &= \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 32} = \\ &= \sqrt{36 \cdot 64} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{64} = \\ &= 6 \cdot 8 = 48\end{aligned}$$

7» $a \geq 0, b \geq 0$ olduqda $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ bərabərliyinin aşağıda verilmiş isbatını tamamlayın.

Təklif	Əsası
1. $a \geq 0, b \geq 0$	1. Verilir.
2. $\sqrt{a} \geq 0, \sqrt{b} \geq 0$	2.
3. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$	3.
4. $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2$	4. Hasilın qüvvəti
5. $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$	5. $(\sqrt{a})^2 = a, (\sqrt{b})^2 = b$ eyniliyinə görə
6. $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$	6. Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə.

8» İfadənin qiymətini tapın.

- a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{50}$ b) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52}$ c) $\sqrt{63} \cdot \sqrt{7}$ d) $\sqrt{14} \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{6}$
 e) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ f) $\frac{\sqrt{13}}{\sqrt{52}}$ g) $\frac{\sqrt{7,5}}{\sqrt{0,3}}$ h) $\frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{15}}{\sqrt{6}}$

9» İfadəni köklərin hasilində yazın.

- a) $\sqrt{15}$ b) $\sqrt{30}$ d) $\sqrt{35}$ c) $\sqrt{21}$ e) $\sqrt{42}$ f) $\sqrt{56}$ h) $\sqrt{14}$

10» İfadəni köklərin nisbəti şəklində yazın.

- a) $\sqrt{\frac{5}{7}}$ b) $\sqrt{\frac{3}{10}}$ c) $\sqrt{\frac{a}{7}}$ d) $\sqrt{\frac{3}{a}}$

11» $\sqrt{3} \approx 1,73$ təqribi bərabərliyindən istifadə edərək, verilən ifadənin təqribi qiymətini tapın.

- a) $\sqrt{75}$ b) $\sqrt{27}$ c) $\sqrt{48}$ d) $\sqrt{0,0003}$

12» Hesablayın.

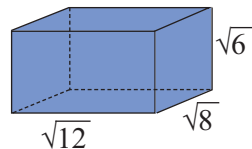
- a) $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40}$ b) $\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}$ c) $\sqrt{72} \cdot \sqrt{2}$ d) $\frac{\sqrt{444}}{\sqrt{111}}$ e) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$

13» Müxtəsər vurma düsturlarını tətbiq etməklə hesablayın.

- a) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$ b) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}$ c) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$

14» Uzunluğu $\sqrt{48}$ sm, eni $\sqrt{12}$ sm olan düzbucaqlının sahəsini tapın.

15» Şəkilə verilmiş ölçülərinə görə düzbucaqlı paralelepipedin həcmnin neçə kub vahid olduğunu tapın.



Hesabi kvadrat kökün xassələri

Araşdırma. Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə $a \geq 0$ olduqda $\sqrt{a^2} = a$ bərabərliyi doğrudur. $a < 0$ olduqda $\sqrt{a^2}$ ifadəsini necə sadələşdirmək olar?

Qüvvətin kvadrat kökü

İstənilən a üçün $a^2 = |a|^2$ bərabərliyi doğrudur. Hesabi kvadrat kökün tərifinə görə $\sqrt{|a|^2} = |a|$ olduğundan $\sqrt{a^2} = \sqrt{|a|^2} = |a|$ alırıq. Deməli, **a -nın istənilən qiymətində $\sqrt{a^2} = |a|$ bərabərliyi doğrudur.**

Mütləq qiymətin tərifinə görə $|a| = \begin{cases} a, & \text{əgər } a \geq 0 \\ -a, & \text{əgər } a < 0 \end{cases}$ olduğundan alırıq ki,

$$a \geq 0 \text{ olduqda } \sqrt{a^2} = a, \quad a < 0 \text{ olduqda } \sqrt{a^2} = -a$$

$$\begin{aligned} \sqrt{8^2} &= |8| = 8 \\ \sqrt{(-9)^2} &= |-9| = 9 \\ \sqrt{4a^2} &= |2a| = 2|a| \\ \sqrt{\frac{x^2}{9}} &= \left| \frac{x}{3} \right| = \frac{|x|}{3} \end{aligned}$$

Cüt dərəcəli qüvvətdən kök almaq üçün kökaltı ifadəni müəyyən ifadənin kvadratı şəklində göstərüb $\sqrt{a^2} = |a|$ eyniliyindən istifadə edilir.

Nümunə. Sadələşdirin: a) $\sqrt{64a^2}$, $a \geq 0$; b) $\sqrt{25c^6}$, $c < 0$; c) $\sqrt{(c-1)^2}$

Həlli: a) $a \geq 0$ olduqda $\sqrt{64a^2} = \sqrt{(8a)^2} = 8|a| = 8a$
 b) $c < 0$ olduqda $\sqrt{25c^6} = \sqrt{(5c^3)^2} = 5|c^3| = -5c^3$
 c) $\sqrt{(c-1)^2} = |c-1| = \begin{cases} c-1, & \text{əgər } c \geq 1 \\ 1-c, & \text{əgər } c < 1 \end{cases}$

Öyrənmə tapşırıqları

16» Doğrudurmu?

a) $\sqrt{1,5^2} = 1,5$ | b) $\sqrt{(-3,2)^2} = -3,2$ | c) $\sqrt{(-15)^2} = 15$ | d) $\sqrt{(-32)^2} = |-32|$

17» Cədvəli doldurun.

x	5	6	0	-3	-9	-5	-6	1,2	-1,2
$\sqrt{x^2}$									

18» Hesablayın.

a) $\sqrt{(-3)^6}$ b) $\sqrt{(-6)^4}$ c) $\sqrt{3^6 \cdot (-5)^2}$ d) $\sqrt{(-8)^2 \cdot 3^4}$

19» $a > 0$ olduqda ifadəni sadələşdirin.

a) $3\sqrt{a^2}$ b) $\sqrt{16a^2}$ c) $0,5 \cdot \sqrt{4a^2}$ d) $4 \cdot \sqrt{0,25a^2}$

20» $c < 0$ olduqda ifadəni sadələşdirin.

a) $2\sqrt{c^2}$ b) $\sqrt{25c^2}$ c) $5 \cdot \sqrt{9c^2}$ d) $-2 \cdot \sqrt{0,36c^2}$

21» İfadəni sadələşdirin.

a) $\sqrt{49x^6}$, $x > 0$ b) $\sqrt{36x^6}$, $x < 0$ c) $\sqrt{0,01x^8}$ d) $\sqrt{25x^4}$

22» Hesablayın.

a) $\sqrt{(\sqrt{2}+1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-3)^2}$ b) $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(1+\sqrt{3})^2}$

23» a) $x > 1$ olduqda sahəsi $(1-x)^2$ olan kvadratin tərəfini tapın.

b) $1 < x < 3$ olduqda $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x-3)^2}$ ifadəsini sadələşdirin.

Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi

Vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması

Vuruğun kök işarəsi altına salınması

Nümunə 1. $\sqrt{50}$ və $4\sqrt{2}$ ədədlərini müqayisə edin.

Həlli: $\sqrt{50} = \sqrt{25 \cdot 2} = 5 \cdot \sqrt{2} > 4\sqrt{2}$

Məsələni həll etdikdə $\sqrt{50}$ -ni $5\sqrt{2}$ ilə əvəz etdik. Belə çevirməyə vuruğun kök işarəsi altından çıxarılması deyilir.

Nümunə 2. $\sqrt{8a^3}$ ifadəsində vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.

Həlli: $\sqrt{8a^3} = \sqrt{4a^2 \cdot 2a} = 2|a| \cdot \sqrt{2a} = 2a\sqrt{2a}$
 $\sqrt{8a^3}$ ifadəsi $a \geq 0$ olduqda mənalıdır

Nümunə 3. $\sqrt{73}$ və $6\sqrt{2}$ ədədlərini müqayisə edin.

Həlli: 6 ədədini $\sqrt{36}$ ilə əvəz edək. $6\sqrt{2} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{72} < \sqrt{73}$

$6\sqrt{2}$ ədədini $\sqrt{72}$ ilə əvəz etdik. Belə çevirmə vuruğun kök işarəsi altına salınması adlanır. Müsbət vuruq kvadrata yüksəldilərək kök işarəsi altına daxil edilir.

Vuruq mənfidirsə, əvvəlcə -1 ilə müsbət ədədin hasilı şəklində yazılır, müsbət vuruq kök işarəsi altına daxil edilir, kökün qarşısında “-” işarəsi saxlanılır.

Nümunə 4. a) $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{9 \cdot 5} = \sqrt{45}$

b) $-4\sqrt{3} = -1 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} = -1 \cdot \sqrt{4^2 \cdot 3} = -\sqrt{48}$

c) $a > 0$ olduqda, $a\sqrt{2} = |a| \cdot \sqrt{2} = \sqrt{a^2 \cdot 2} = \sqrt{2a^2}$

d) $a < 0$ olduqda, $a\sqrt{2} = -|a| \cdot \sqrt{2} = -\sqrt{a^2 \cdot 2} = -\sqrt{2a^2}$

$a \geq 0$ olarsa, $a = |a| = \sqrt{a^2}$
 $a < 0$ olarsa, $a = -|a| = -\sqrt{a^2}$

Öyrənmə tapşırıqları

1 Vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.

a) $\sqrt{12}$ b) $\sqrt{80}$ c) $\sqrt{48}$ d) $\sqrt{18}$ e) $\frac{1}{2} \sqrt{24}$ f) $-3\sqrt{12}$

2 Vuruğu kök işarəsi altından çıxarın.

a) $\sqrt{50x^3y^2}$, $y > 0$ b) $\sqrt{18x^2y^4}$, $x < 0$ c) $\sqrt{12x^5y^2}$, $y < 0$

3 Vuruğu kök işarəsi altına salın.

a) $2\sqrt{3}$ b) $-4\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{2}$ d) $-4\sqrt{5}$ e) $\frac{1}{4} \cdot \sqrt{32}$ f) $-\frac{1}{3} \sqrt{18}$

4 Vuruğu kök işarəsi altına salın.

a) $c\sqrt{3}$, $c > 0$ b) $c\sqrt{3}$, $c < 0$ c) $x\sqrt{\frac{2}{x}}$ d) $x\sqrt{-\frac{2}{x}}$

5 Ədədləri müqayisə edin.

a) $3\sqrt{2}$ və $2\sqrt{3}$ b) $2\sqrt{5}$ və $5\sqrt{2}$ c) $5\sqrt{2}$ və $4\sqrt{3}$

6 Ədədləri artan sırada yazın.

a) $6\sqrt{2}$; $\sqrt{58}$; $3\sqrt{3}$; $2\sqrt{11}$ b) $2\sqrt{3}$; $4\sqrt{2}$; $2\sqrt{5}$; $\sqrt{29}$

7 Fərqin işarəsini müəyyən edin.

a) $7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$ b) $6\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$ c) $3\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$

8 Ədədin tam hissəsini (ədədi aşmayan ən böyük tam ədədi) tapın.

a) $7\sqrt{2}$ b) $5\sqrt{5}$ c) $-3\sqrt{2}$ d) $4\sqrt{5}$

Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi

Kvadrat kök daxil olan ifadələrin çevrilmələri

Kökaltı ifadələri eyni olan $a\sqrt{b}$ və $c\sqrt{b}$ şəklində ifadələrin toplanması və çıxılması $2x$ və $5x$ kimi ifadələrin islahına oxşar qayda ilə aparılır:

$2x + 5x = 7x$ olduğu kimi, $3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 5\sqrt{5}$ olur. $3\sqrt{5}$ və $2\sqrt{5}$ oxşar köklərdir.

Məsələn, hər birinin uzunluğu $\sqrt{14}$ sm olan iki taxta parçasının ümumi uzunluğu $\sqrt{14} + \sqrt{14} = 2\sqrt{14}$ sm olar.



Nümunə 1. İfadəni sadələşdirin: a) $3 \cdot \sqrt{8} - 4 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{50}$; b) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{24}$

Həlli: a) $3 \cdot \sqrt{8} - 4 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{50} = 3\sqrt{4 \cdot 2} - 4\sqrt{2} + \sqrt{25 \cdot 2} = 3 \cdot 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot (6 - 4 + 5) = 7\sqrt{2}$

b) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 - \sqrt{24} = (\sqrt{3})^2 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 - \sqrt{4 \cdot 6} = 3 + 2\sqrt{6} + 2 - 2\sqrt{6} = 5$

Nümunə 2. $\frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{\sqrt{63} - 3}$ kəsri ixtisar edin.

Həlli: $\frac{\sqrt{14} - \sqrt{2}}{\sqrt{63} - 3} = \frac{\sqrt{2 \cdot 7} - \sqrt{2}}{\sqrt{9 \cdot 7} - 3} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{2}}{3 \cdot \sqrt{7} - 3} = \frac{\sqrt{2} \cdot (\sqrt{7} - 1)}{3 \cdot (\sqrt{7} - 1)} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

Öyrənmə tapşırıqları

9 Sadələşdirin.

- a) $2\sqrt{14} + 5\sqrt{14}$ b) $1,5\sqrt{17} - 0,8\sqrt{17}$ c) $12\sqrt{6} - 5\sqrt{6} - 7\sqrt{6}$
d) $4,5\sqrt{3} - 0,7\sqrt{3}$ e) $\frac{8}{11}\sqrt{17} - \frac{5}{11}\sqrt{17}$ f) $1,5\sqrt{13} + 1,7\sqrt{13} - 4\sqrt{13}$

10 Nümunəyə uyğun olaraq, ədədlərin tam hissələrini tapın.

- a) $\sqrt{20} + \sqrt{45}$ b) $\sqrt{75} - \sqrt{48}$ c) $\sqrt{28} - 5\sqrt{7}$ d) $3\sqrt{18} + 4\sqrt{2}$
e) $5\sqrt{3} - \sqrt{27}$ f) $5\sqrt{2} + \sqrt{18}$ g) $2\sqrt{54} + 7\sqrt{24}$ h) $3\sqrt{20} + 2\sqrt{45}$

Nümunə. $\sqrt{3} + \sqrt{75}$ ədədinin tam hissəsini tapın.

Həlli: $\sqrt{3} + \sqrt{75} = \sqrt{3} + \sqrt{25 \cdot 3} = \sqrt{3} + 5\sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot (1 + 5) = 6\sqrt{3} = \sqrt{6^2 \cdot 3} = \sqrt{36 \cdot 3} = \sqrt{108}$, $10 < \sqrt{108} < 11$ olduğundan verilmiş ədədin tam hissəsi 10-dur.

11 İfadələri sadələşdirin.

- a) $\sqrt{75} + \sqrt{48} - \sqrt{300}$ b) $3\sqrt{8} - \sqrt{50} + 2\sqrt{18}$
c) $\sqrt{16n} + \sqrt{25n} - \sqrt{9n}$ d) $\sqrt{3a} - 2\sqrt{12a} + 3\sqrt{75a}$

12 Sadələşdirin.

- a) $\sqrt{2x} + \sqrt{9y} + \sqrt{18x}$ b) $2\sqrt{27} + \sqrt{48x} + \sqrt{12x}$
c) $\sqrt{24} + \sqrt{12} - \sqrt{6} + \sqrt{3}$ d) $\sqrt{4} + \sqrt{50} - \sqrt{32} + \sqrt{36}$

Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi

13» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{12} + \sqrt{2})$

b) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$

c) $(4\sqrt{3} - \sqrt{6}) \cdot 2\sqrt{3}$

d) $(\sqrt{12} + 2\sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} - 2\sqrt{6}$

14» Müqayisə edin.

Nümunə: $\sqrt{2} + \sqrt{8} \quad \bullet \quad \sqrt{10}$

$\sqrt{2} + \sqrt{4 \cdot 2} \quad \bullet \quad \sqrt{10}$

$\sqrt{2} + 2\sqrt{2} \quad \bullet \quad \sqrt{10}$

$3\sqrt{2} \quad \bullet \quad \sqrt{10}$

$\sqrt{9 \cdot 2} \quad \bullet \quad \sqrt{10}$

$\sqrt{18} > \sqrt{10}$

1) $\sqrt{5} + \sqrt{5} \quad \bullet \quad \sqrt{20}$

2) $\sqrt{18} + \sqrt{8} \quad \bullet \quad \sqrt{54}$

3) $\sqrt{63} + \sqrt{28} \quad \bullet \quad \sqrt{168}$

4) $\sqrt{200} + \sqrt{200} \quad \bullet \quad \sqrt{400}$

5) $5\sqrt{27} + 2\sqrt{48} \quad \bullet \quad 9\sqrt{2}$

15» Fiqurların perimetrlərini və sahələrini tapın.

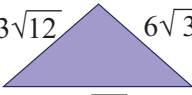
a)  $2\sqrt{5}$
 $8\sqrt{5}$

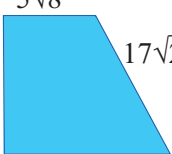
b)  $3\sqrt{8}$
 $9\sqrt{2}$

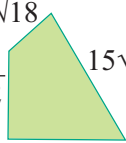
c)  $4\sqrt{3}$
 $4\sqrt{3}$

16» Fiqurların perimetrlərini tapın.

a)  $4\sqrt{6}$ $3\sqrt{6}$
 $5\sqrt{6}$

b)  $3\sqrt{12}$ $6\sqrt{3}$
 $3\sqrt{27}$

c)  $5\sqrt{8}$ $17\sqrt{2}$
 $15\sqrt{2}$ $9\sqrt{8}$

d)  $2\sqrt{18}$ $15\sqrt{2}$
 $9\sqrt{2}$ $6\sqrt{8}$

17» Sadələşdirin.

a) $(\sqrt{6} + \sqrt{5})^2 - \sqrt{120}$

b) $\sqrt{60} + (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2$

c) $(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

d) $(\sqrt{3} + 2\sqrt{2} - \sqrt{3} - 2\sqrt{2})^2$

18» İfadənin qiymətini hesablayın.

a) $x^2 - 4x + 5$, $x = \sqrt{5} + 2$ olduqda;

b) $y^2 + 2y + 3$, $y = \sqrt{3} - 1$ olduqda

19» Kvadratlar fərqi düsturunu tətbiq etməklə vuruqlarına ayırın.

a) $x^2 - 3$

b) $4y^2 - 5$

c) $2 - c^2$

d) $4 - a$, $a > 0$

20» Kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sqrt{8}}$

b) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{15}}{\sqrt{8} + \sqrt{20}}$

c) $\frac{10 - 2\sqrt{5}}{\sqrt{20} - 2}$

d) $\frac{4 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{8} + 2}$

Hesabi kvadrat kökün xassələrinin tətbiqi

Məxrəcin irrasionallıqdan azad edilməsi

Rasional ədədlə irrasional ədədin cəmi, fərqi, hasili ("0"-a vurmadan başqa) və nisbəti irrasional ədəddir. İki irrasional ədədin cəmi, fərqi, hasili və nisbəti isə rasional ədəd ola bilər.

Nümunə1: a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$; b) $(\sqrt{5} + \sqrt{2})(\sqrt{5} - \sqrt{2}) = (\sqrt{5})^2 - (\sqrt{2})^2 = 5 - 2 = 3$
 $a \geq 0$ $b \geq 0$ olmaqla istənilən a və b rasional ifadələri üçün $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$ və $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$ bərabərlikləri doğrudur. $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ və $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ ifadələri qoşma irrasional vuruqlar adlanır. Kəsrin məxrəcini irrasionallıqdan azad etmək üçün surəti və məxrəci məxrəcin qoşmasına vurmaq lazımdır.

Nümunə2: $\frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$ *Surət və məxrəci $\sqrt{6}$ -ya vuraq və sadələşdirək.*

$$\frac{3}{3\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \frac{3(3\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(3\sqrt{2} - \sqrt{3})(3\sqrt{2} + \sqrt{3})} = \frac{3(3\sqrt{2} + \sqrt{3})}{(3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{3(3\sqrt{2} + \sqrt{3})}{18 - 3} = \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$$

surət və məxrəci müxtəsər vurma düsturuna görə sadələşdirək.
($3\sqrt{2} + \sqrt{3}$)-ə vuraq

Öyrənmə tapşırıqları

21» Kəsrin məxrəcini irrasionalıqdan azad edin.

1) $\frac{2}{5\sqrt{3}}$ 2) $\frac{\sqrt{5} + 2}{\sqrt{5} - 2}$ 3) $\frac{17}{3\sqrt{2} + 1}$ 4) $\frac{4}{2\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ 5) $\frac{7}{\sqrt{18} + 2\sqrt{2} + 1}$

22» $a = \sqrt{5} - \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$, $b = \sqrt{3} - \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, $c = \sqrt{5} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2}$ ifadələrindən hansının qiyməti irrasionaldır?

23» Müqayisə edin:

1) $a = \sqrt{7} + \sqrt{6}$ və $b = \sqrt{6} + \sqrt{5}$ 3) $a = \sqrt{8} - \sqrt{7}$ və $b = \sqrt{7} - \sqrt{6}$

2) $a = \frac{1}{\sqrt{12} + \sqrt{11}}$ və $b = \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{10}}$ 4) $a = \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$ və $b = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

24» a) $2 - \sqrt{3}$ ədədi ilə qarşılıqlı tərs ədədi yazın.

b) $\sqrt{5} - 2$ ədədinin tərsi ilə əksinin cəmini tapın.

25» Hesablayın.

1) $\frac{4 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} + \frac{4 - \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}}$ 2) $\frac{3 + \sqrt{7}}{3 - \sqrt{7}} + \frac{3 - \sqrt{7}}{3 + \sqrt{7}}$ 3) $\frac{6}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} - \frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

26» Bərabərliyin doğru olduğunu göstərin.

$$\frac{1}{3 + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + 2} = 1$$

Tam üstlü qüvvət

Mənfi tam üstlü qüvvət

10 ədədinin $0; 1; 2$ və s. üstlü qüvvətlərini ardıcıl yazaq: $10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \dots$

Bu sətirdə hər bir ədəd sonra gələn ədəddən 10 dəfə kiçikdir. Bu sətiri həmin

qayda ilə sola davam etdirsək, 10^0 ədədindən əvvəl $\frac{1}{10} = \frac{1}{10^1}$ ədədini,

$\frac{1}{10^1}$ ədədindən əvvəl $\frac{1}{10^2}$ ədədini və s. yazmalıyıq.

$\dots \frac{1}{10^3}, \frac{1}{10^2}, \frac{1}{10^1}, 10^0, 10^1, 10^2, 10^3, \dots$

10^0 ədədindən sağda hər bir qüvvətin üstü sonra gələn qüvvətin üstündən bir vahid kiçikdir. Bu qanuna uyğunluğu 10^0 ədədindən soldakı ədədlər üçün

davam etdirsək, onları 10 ədədinin mənfi üstlü qüvvəti şəklində:

$\frac{1}{10^1}$ əvəzinə 10^{-1} , $\frac{1}{10^2}$ əvəzinə 10^{-2} və s. yazmalıyıq.

Ümumiyyətlə isə, $a \neq 0$ olduqda, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ qəbul edilir.

Doğrudan da, qüvvətin əsas xassəsinin saxlanılmasını nəzərə alsaq, $a \neq 0$ üçün

$a^n \cdot a^{-n} = a^{n+(-n)} = a^0 = 1$ olduğundan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ qəbul etməliyik.

Nümunə. a) $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ b) $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$ c) $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = -\frac{1}{64}$

Öyrənmə tapşırıqları

1» Mənfi tam üstlü qüvvəti kəsrlə əvəz edin.

a) 10^{-4} b) a^{-2} c) $(ab)^{-3}$

2» Kəsri mənfi tam üstlü qüvvətlə əvəz edin.

a) $\frac{1}{10^5}$ b) $\frac{1}{a^3}$ c) $\frac{1}{a}$

3» a) $16; 8; 4; 2; 1; \frac{1}{2}; \frac{1}{4}; \frac{1}{8}$ ədədlərini əsası 2 olan qüvvət şəklində göstərin.

b) $\frac{1}{27}; \frac{1}{9}; \frac{1}{3}; 1; 3; 9; 27$ ədədlərini əsası 3 olan qüvvət şəklində göstərin.

4» Hesablayın.

a) 6^{-2} b) $(-1)^{-10}$ c) $(-3)^{-4}$ g) $(\frac{1}{2})^{-5}$ h) $(-1\frac{1}{2})^{-3}$
d) -4^{-2} e) $(-4)^{-2}$ f) $-(-3)^{-2}$

5» Qüvvətin qiymətini sıfırla müqayisə edin.

a) 7^{-3} b) $1,6^{-4}$
c) $(-3,2)^{-2}$ d) $(-6,1)^{-5}$

6» Doğrudurmu:

a) $a > 0$ və n -tam ədəd olarsa, $a^n < 0$;
b) $a < 0$ və n -mənfi cüt ədəd olarsa, $a^n > 0$;
c) $a < 0$ və n -mənfi tək ədəd olarsa, $a^n < 0$?

7» İfadəni mənfi üstlü qüvvət daxil olmayan kəsrlə şəklində göstərin.

a) $2 \cdot x^{-3}$ b) $5ab^{-3}$ c) $3 \cdot x^{-1}y^{-2}$

8» Kəsri hasil şəklində göstərin.

a) $\frac{2}{b^2}$ b) $\frac{3}{x^4}$ c) $\frac{a}{b^{-3}}$

9» Hesablayın.

a) $10 \cdot 2^{-2}$ b) $3 \cdot 10^{-2}$
c) $2^{-2} + 3^{-1}$ d) $0,5^{-2} + 0,2^{-1}$

10» $0,8^{-2}; 2^{-5}; 1; (\frac{1}{3})^{-4}$ ədədlərini azalan sırada düzün.

Tam üstlü qüvvət

Tam üstlü qüvvətin əsas xassələri

İstənilən $a \neq 0$, $b \neq 0$ həqiqi ədədləri, istənilən m və n tam ədədləri üçün qüvvətin aşağıdakı xassələri doğrudur.

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

Tam üstlü qüvvətlər üzərində aparılan əməllər, natural üstlü qüvvətlər üzərində əməllərin aparıldığı qayda ilə yerinə yetirilir.

Nümunə 1. $a^{-14} \cdot a^{17} = a^{-14+17} = a^3$

Eyni nəticəyə mənfi tam üstlü qüvvətin tərifinə və natural üstlü qüvvətin xassəsinə görə də gəlmək olar:

$$a^{-14} \cdot a^{17} = \frac{1}{a^{14}} \cdot a^{17} = \frac{a^{17}}{a^{14}} = a^3$$

Nümunə 2. $(3a^2b^{-3})^{-2} = 3^{-2} \cdot (a^2)^{-2} \cdot (b^{-3})^{-2} = \frac{1}{9} a^{-4}b^6 = \frac{b^6}{9a^4}$

Öyrənmə tapşırıqları

11» İfadənin qiymətini tapın.

a) $5^{-2} \cdot 5^4$

b) $2^{-6} \cdot 2^4 \cdot 2^0$

c) $3^5 \cdot 3^{-3}$

d) $2^2 : 2^{-3}$

e) $3^{-2} : 3^{-4}$

f) $(2^3)^{-2} \cdot (2^{-2})^{-4} \cdot (2^{-2})^0$

12» Rəngli xanaların yerinə uyğun gələn ədədləri yazın.

$a^{\blacksquare} a^4 = a^3$

$(a^{\blacksquare})^4 = a^{-8}$

$(a^2b^{\blacksquare})^4 = a^8b^{-12}$

$(a^3b^6)^{\blacksquare} = \frac{1}{a^9b^{18}}$

$(b^2)^{-4} = \frac{1}{b^{\blacksquare}}$

$a^{\blacksquare} \cdot a^8 = a^6$

13» İfadəni eyni əsaslı qüvvətlərin hasili şəklində göstərin və qiymətini tapın.

a) $16 \cdot 2^{-3}$

b) $\frac{1}{32} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-7}$

c) $8^{-1} \cdot 4^2$

d) $9^{-4} \cdot 27^3$

14» Hesablayın.

a) $8^{-2} \cdot 4^3$

b) $9^{-2} \cdot 27^2$

c) $\frac{16^{-12}}{4^{-21} \cdot 8^{-3}}$

d) $\frac{3^{-12} \cdot 9^4}{27^{-2}}$

15» İsbat edin ki, $a \neq 0$, $b \neq 0$ üçün $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

16» Hesablayın.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

c) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$

d) $\left(-1\frac{4}{5}\right)^{-3}$

17» İfadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{3^{-2} \cdot 5^{-3}}{15^{-3}}$

b) $\frac{27^{-2} \cdot 4^{-1}}{6^{-5}}$

c) $\frac{81 \cdot 6^{-4} \cdot 21^{-5}}{14^{-5}}$

18» Sadələşdirin.

a) $2ab^{-3} \cdot 5a^{-2}b$

b) $3\frac{1}{3}a^5b^{-16} \cdot 0,6a^{-1}b^{18}$

c) $2,4a^{-5}b^2 : (0,2a^{-3}b^{-2})$

19» Hasilə çevirin.

a) $(2^{-3} \cdot b^3)^{-2}$

b) $(6a^{-3}b)^{-1}$

c) $\left(\frac{2}{3}x^{-5}q^2\right)^{-2}$

Ədədin standart şəkli

Elm və texnikada çox böyük müsbət ədədlərə rast gəlinədiyi kimi, çox kiçik müsbət ədədlərə də rast gəlinir. Məsələn, Yer in həcmi böyük ədədlə $1083000000000 \text{ km}^3$ -lə, su molekulunun diametri kiçik ədədlə $0,0000000003 \text{ m}$ -lə ifadə olunur. Böyük və kiçik ədədləri adi kəsr və ya onluq kəsr şəklində oxuyub-yazmaq, onlar üzərində hər hansı əməli yerinə yetirmək əlverişli deyil. Belə olan halda ədədi $a \cdot 10^n$ şəklində göstərilir.

Məsələn, $137000 = 1,37 \cdot 10^5$ və ya $0,0000012 = 1,2 \cdot 10^{-6}$

Ədədin $a \cdot 10^n$ şəklində yazılışı ədədin standart şəkli adlanır.

Burada $1 \leq a < 10$ və n tam ədəddir. a ədədin qiymətli hissəsi, n tərtibi adlanır.

Nümunə. 1) $4350000 = 4,35 \cdot 10^6$ (tərtib 6-dır).

2) $0,00000028 = 2,8 \cdot 10^{-7}$ (tərtib -7 -dir).

20» Ədədləri 10-un qüvvəti ilə ifadə edin.

- a) 0,01 b) 10000000 c) 0,000001 d) 0,00000001

21» Ədədləri standart şəkildə yazın.

- a) 48000000 b) 287000 c) 0,0000063 d) 0,00029
e) $57 \cdot 10^4$ f) $682 \cdot 10^7$ g) $0,21 \cdot 10^{-4}$ h) $127 \cdot 10^{-8}$

22» Əməlləri yerinə yetirin.

- a) $(3,5 \cdot 10^4) \cdot (4 \cdot 10^{-3})$ b) $(8,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (4 \cdot 10^7)$ c) $(8,4 \cdot 10^6) : (2 \cdot 10^{-3})$

Nümunə. 1) $(2,5 \cdot 10^5) \cdot (6 \cdot 10^{-8}) = (2,5 \cdot 6) \cdot (10^5 \cdot 10^{-8}) = 15 \cdot 10^{-3} = 1,5 \cdot 10^{-2}$

2) $(8,2 \cdot 10^{-8}) : (4 \cdot 10^{-10}) = (8,2 : 4) \cdot (10^{-8} : 10^{-10}) = 4,05 \cdot 10^2$

23» Ədədləri artan sıra ilə düzün.

$8,5 \cdot 10^{-1}$ $3,6 \cdot 10^8$ $5,85 \cdot 10^{-3}$ $2,5 \cdot 10^{-1}$ $8,5 \cdot 10^8$

24» Standart şəkildə olmayanları standart şəkildə yazın.

- 1) $50 \cdot 10^{-5}$ 2) $8,1 \cdot 10^{-2}$ 3) 1 200 000 4) $0,2 \cdot 10^3$ 5) $35 \cdot 10^{-6}$

25» Əməlləri yerinə yetirin.

- a) $8,5 \cdot 10^{-6} + 4,2 \cdot 10^{-6}$ b) $2,3 \cdot 10^{-4} - 1,8 \cdot 10^{-4}$
c) $6,3 \cdot 10^{-8} - 1,8 \cdot 10^{-9}$ d) $5,4 \cdot 10^{-7} + 2,3 \cdot 10^{-8}$

Nümunə.

1) $4,5 \cdot 10^{-7} + 8,2 \cdot 10^{-7} = (4,5 + 8,2) \cdot 10^{-7} = 12,7 \cdot 10^{-7} = 1,27 \cdot 10^{-6}$

2) $6,4 \cdot 10^{-3} - 4,1 \cdot 10^{-4} = 64 \cdot 10^{-4} - 4,2 \cdot 10^{-4} = (64 - 4,2) \cdot 10^{-4} = 59,8 \cdot 10^{-4} = 5,98 \cdot 10^{-3}$

Tətbiq tapşırıqları

26» Dəmirin sıxlığı $7,8 \cdot 10^3 \text{ kq/m}^3$ -dur. Uzunluğu 5 m, eni $8 \cdot 10^{-1} \text{ m}$ və qalınlığı $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ olan dəmir lövhənin kütləsini tapın.

27» Bir astronomik işıq ili işığın 1 il ərzində keçdiyi yoldur və bu məsafə $9,461 \cdot 10^{12} \text{ km}$ -dir. Bu məsafəni kilometrərlə ifadə edən ədəd neçə rəqəmlidir?

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1) İfadələrdən hansının qiymətini sonlu onluq kəsr və ya sonsuz dövrü onluq kəsr şəklində yazmaq mümkün deyil?

- 1) $\sqrt{1\frac{7}{9}}$ 2) $\sqrt{98 \cdot 50}$ 3) $-2\sqrt{3}$ 4) $\sqrt{\frac{50}{49}}$ 5) $\sqrt{\frac{2}{25}}$

2) İfadələrdən hansının qiyməti irrasional ədəddir?

- 1) $\frac{\sqrt{18} + \sqrt{32}}{\sqrt{8}}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$ 3) $\left(\frac{2}{3}\sqrt{5}\right)^2$ 4) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2$

3) Hesablayın.

- a) $\sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{6 + \sqrt{9}}}}$ b) $\sqrt{20 - \sqrt{20 - \sqrt{20 - \sqrt{16}}}}$

4) Verilən ədədlər arasından ən böyük və ən kiçik ədədləri seçin.

- 1) $2\sqrt{5}$; $3\sqrt{2}$; $\sqrt{14}$; $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ 2) $-\sqrt{7}$; $-3\sqrt{2}$; -2 ; $-\sqrt{\frac{25}{4}}$

5) Ədədləri artan sıra ilə düzün.

- 1) $5\sqrt{2}$; $4\sqrt{3}$; $\sqrt{47}$; $\frac{3}{2}\sqrt{8}$ 2) $-\sqrt{8}$; $-2\sqrt{3}$; -3 ; $-\sqrt{\frac{27}{4}}$

6) $y = x^2$ və $y = 6$ funksiyalarının qrafiklərini eyni koordinat müstəvisində qurun. Kəsişmə nöqtələrinin absislərini tapın və onların hər birinin hansı iki ardıcıl tam ədədin arasında yerləşdiyini müəyyən edin.

7) Uyğunluğu müəyyən edin.

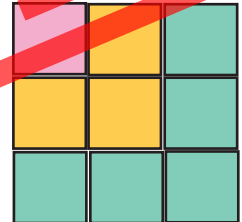
- 1) $\sqrt{7} - 3$ A) müsbət ədəddir B) mənfi ədəddir
2) $\sqrt{7} - 2$ C) rəşional ədəddir D) 0-a bərabərdir
3) $\sqrt{1, (7)} - 1, (3)$

8) Kitab mağazasının salonu sahəsi 225 m^2 olan kvadrat şəklindədir. İki qonşu divarın ortasını birləşdirməklə bir küncündə kafe üçün sektorşəkilli yer ayrılmışdır. Kafenin sahəsini tapın.



9) Tərəfləri $4\sqrt{2}$ və $\sqrt{8}$ olan düzbucaqlının perimetrini və sahəsini tapın. Perimetri bu düzbucaqlının perimetrinə bərabər olan kvadratın sahəsini düzbucaqlının sahəsi ilə müqayisə edin.

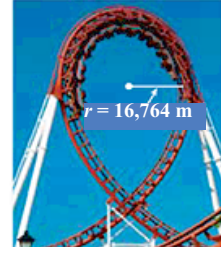
10) Lalənin riyaziyyat müəllimi "Sizin neçə yaşınız var?" sualına belə cavab verdi: Mənim yaşımla 1-dən başlayaraq ardıcıl tək ədədlərin cəmi şəklində göstərmək olar. Lalənin riyaziyyat müəlliminin neçə yaşı ola bilər? Sağdakı şəkil bu suala cavab verməkdə kömək edə bilər.



11) a) $b + \sqrt{b} - 3 = 0$ olarsa, $2b^2 - 14b + 1$ ifadəsinin qiymətini tapın.
b) $a + b = 2\sqrt{6}$, $ab = 2$ olduqda $|a - b|$ -ni tapın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 12»** Karusellə hərəkət edən avtomobillərin sürətini (m/san ilə) $v \approx 3\sqrt{6r}$ düsturu ilə müəyyən etmək olar. Burada r karusel bəndinin radiusudur (metrlə). Bu bənd boyu hərəkət edən avtomobillərin sürəti təqribən nə qədərdir? Cavabınızı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 13»** Standart şəkildə verilmiş x ədədinin tərtibi 8, y ədədinin tərtibi -5 -dir. xy hasilinin tərtibi neçə ola bilər?

- 14»** Uyğunluğu müəyyən edin.

- | | |
|---|----------------------|
| 1) 0,000012 | A) tərtibi -4 -dür |
| 2) $0,072 \cdot 10^{-2} + 28 \cdot 10^{-5}$ | B) tərtibi -5 -dir |
| 3) $5 \cdot 10^3 \cdot 8 \cdot 10^{-8}$ | C) tərtibi -3 -dür |

- 15» Biologiya.** Yeni doğulan körpənin bədənində təxminən 26 000 000 000 hüceyrə, bir gəncin bədənində isə bundan təxminən $1,9 \cdot 10^3$ dəfə çox hüceyrə olur. Gənc insanın bədənində təxminən neçə hüceyrə olur?

- 16»** Hesablayın.

a) $\sqrt{1,2 \cdot 3,7} \cdot \left(\sqrt{\frac{3,7}{1,2}} - \sqrt{\frac{1,2}{3,7}} \right)$ b) $\left(\sqrt{\frac{7}{6}} - \sqrt{\frac{6}{7}} \right) : \sqrt{42}$

- 17»** $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{2} = b$ olarsa, $\sqrt{150}$ ədədini a və b ilə ifadə edin.

- 18»** Elə iki irrasional ədəd göstərin ki: a) cəmi rəasional olsun;
b) hasilı rəasional olsun.

- 19»** İfadənin qiymətini tapın.

a) $|\sqrt{3} - 3| + |\sqrt{3} + 3|$ b) $|2 + \sqrt{5}| - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2}$
c) $\sqrt{4 + 2\sqrt{3}} - \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}$ d) $\sqrt{7 + 4\sqrt{3}} - \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

- 20»** Hesablayın.

a) $(\sqrt{2} - 1)^{-2} + (3 + 2\sqrt{2})^{-2}$ b) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-2} - (5 - 2\sqrt{6})^{-1}$

- 21»** Sahəsi 825 dm^2 olan kvadratın tərəfi sahəsi 33 sm^2 olan kvadratın tərəfindən neçə dəfə böyükdür?

- 22»** Sadələşdirin.

a) $\sqrt{4c^2 + 3c}$, $c < 0$ olduqda b) $\sqrt{9c^2 + 2c}$, $c \geq 0$ olduqda

- 23»** Hesablayın.

a) $\sqrt{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{68}}{\sqrt{17}}$ b) $\frac{\sqrt{5 + 2\sqrt{6}}}{\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}} - \sqrt{1,2} \cdot \sqrt{20}$

- 24» Əl Hərəci məsələsi.** Elə ədəd tapın ki, onu $(3 - \sqrt{5})$ -ə vurduqda 1 alınsın.

Pifaqor teoremi

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- Pifaqor teoremini;
- Pifaqor teoreminin tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi.

Bu maraqlıdır!

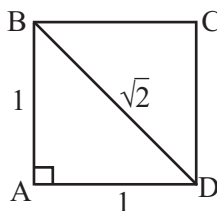
B.e.ə. I minilliyin ortalarında qədim misirlilər düzbucaqlı üçbucaq qurmaq üçün düyünlərlə 12 bərabər hissəyə bölünmüş kəndirin uclarını birləşdirib 3 tərəfə dartırdılar. Tərəflər 3:4:5 nisbətində olduqda alınan üçbucaq düzbucaqlı üçbucaq olur.

Tərəfləri nisbəti 3:4:5 olan üçbucaqdan qədim Misirdə düz bucaqlar qurmaq üçün, həmçinin piramidaların tikintisində istifadə etmişlər. Ola bilər ki, Pifaqor bu üçbucağın köməyi ilə öz teoremini bütün düzbucaqlı üçbucaqlar üçün ümumiləşdirə bilmişdir.



Araşdırma.

Tərəfi vahidə bərabər olan ABCD kvadratı və onun BD diaqonalını çəkin. Diaqonal kvadratı iki konqruent düzbucaqlı üçbucağa ayırır. Tərəfi 1-ə bərabər olan kvadratın diaqonalının uzunluğu $\sqrt{2}$ olduğundan $\triangle ABD$ -də AB və AD katetlərinin hər birinin uzunluğu 1-ə, BD hipotenuzunun uzunluğu isə $\sqrt{2}$ -yə bərabərdir və $AB^2 + AD^2 = BD^2$ bərabərliyi doğrudur, yəni katetlərinin uzunluqlarının kvadratları cəmi hipotenuzun uzunluğunun kvadratına bərabərdir. Bu təklif istənilən düzbucaqlı üçbucaq üçün doğrudurmu?

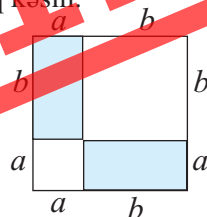
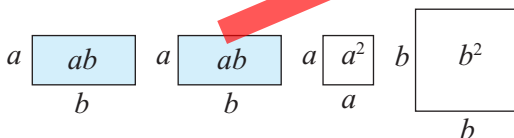


Praktik məşğələ.

1-ci addım. Kvadrat formalı eyni böyüklükdə iki karton vərəq kəsin.

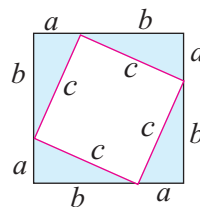
2-ci addım. Karton vərəqlərdən birinin tərəfləri üzərində şəkildə göstəriləyi kimi a və b parçalarını qeyd edin və onu iki kvadrata və iki düzbucaqlıya kəsib ayırın.

3-cü addım. Ayrılmış fiqurları şəkildəki ardıcılıqla düzün.



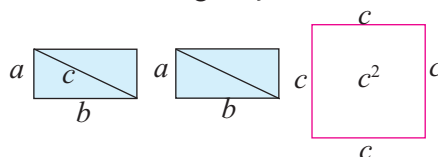
Pifaqor teoremi

4-cü addım. İkinci vərəqin tərəfləri üzərində şəkildə göstəriləyi kimi a və b parçaları ayırın və hər birinin hipotenuzu c olan 4 düzbucaqlı üçbucaq kəsin.



5-ci addım. Bu düzbucaqlı üçbucaqların konqruentliyi haqqında nə söyləyə bilərsiniz? Üçbucaqları kəsib götürdükdən sonra qalan fiqur hansı növ dördbucaqlı olar? Bu dördbucaqlının hər bir daxili bucağı neçə dərəcədir?

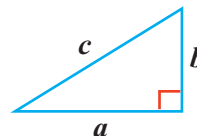
6-cı addım. Kəsilib götürülmüş fiqurları şəkildəki kimi düzün.



7-ci addım. 3-cü və 6-cı addımda alınmış vəziyyətləri müqayisə edin. Hansı nəticəyə gəldiniz?

Pifaqor teoremi

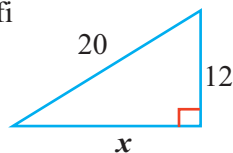
Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuzun kvadratı katetlərin kvadratları cəminə bərabərdir: $c^2 = a^2 + b^2$



Düzbucaqlı üçbucaqda tərəflərdən ikisi verildikdə üçüncü tərəfi Pifaqor teoreminə əsasən tapmaq olar.

Nümunə. Şəkildəki üçbucağın naməlum katetini tapın.

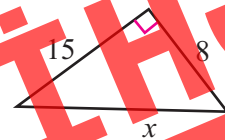
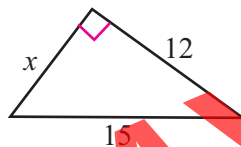
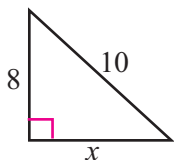
Həlli: Pifaqor teoreminə görə alırıq: $x^2 + 12^2 = 20^2$. Buradan, $x^2 = 20^2 - 12^2$; $x^2 = 400 - 144 = 256$; $x = 16$



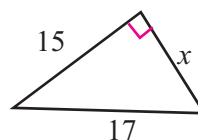
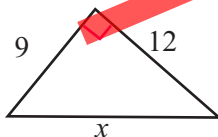
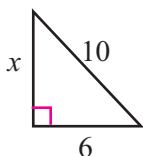
Qeyd: Məsələnin şərtində və ya şəkil üzərində ölçü vahidləri yazılmayıbsa, baxılan bütün parçaların eyni vahidlərlə verildiyi nəzərdə tutulur, məsələnin cavabı da ölçüsüz yazılır.

Öyrənmə tapşırıqları.

1» Pifaqor teoremini tətbiq etməklə düzbucaqlı üçbucağın naməlum tərəfini tapın.



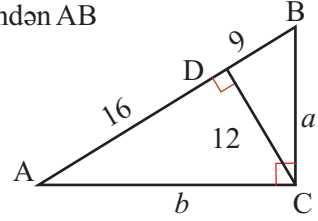
2» Pifaqor teoremini tətbiq etməklə düzbucaqlı üçbucağın naməlum tərəfini tapın. Bu üçbucaqların 1-ci tapşırıqda verilən üçbucaqlardan fərqi haqqında fikirlərinizi söyləyin.



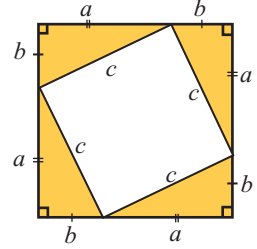
Pifaqor teoremi

- 3» Düzbucaqlı ABC üçbucağında C düz bucaq təpəsindən AB hipotenuzuna CD hündürlüyü çəkilmişdir.

- a) Şəkilə verilənlərə görə AC və BC katetlərinin uzunluqlarını tapın.
b) $\triangle ABC$ üçün Pifaqor teoremini yazın və yazılmış bərabərliyin doğruluğunu yoxlayın.



- 4» Pifaqor teoreminin çoxlu sayda (400-ə yaxın) müxtəlif üsullarla isbatı mövcuddur. Onlardan birini praktik məşğələdə nəzərdən keçirdik. Bir daha sağdakı şəklə görə isbatı yazın.

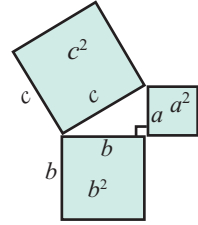


- 5» Hipotenuzu $\sqrt{50}$ olan düzbucaqlı üçbucağın katetlərinin uzunluqları hansı natural ədədlərlə ifadə oluna bilər? Neçə mümkün hal var? Hər birini çəkib göstərin.

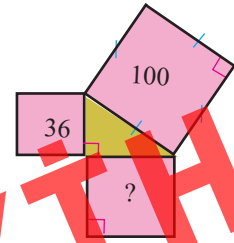
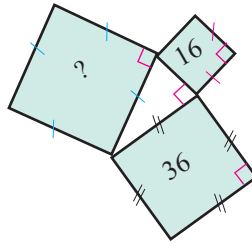
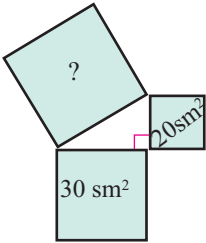
Pifaqor teoremini tərəflər üzərində qurulmuş kvadratların sahələri ilə aşağıdakı kimi ifadə etmək olar.

Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuz üzərində qurulmuş kvadratın sahəsi katetlər üzərində qurulmuş kvadratların sahələri cəminə bərabərdir:

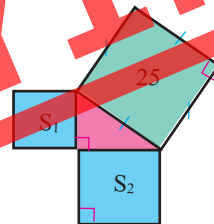
$$c^2 = a^2 + b^2$$



- 6» Sual işarəsinə uyğun kvadratların sahəsini tapın.



- 7» Düzbucaqlı üçbucağın katetləri üzərində qurulmuş kvadratların sahələri fərqi 7 kvadrat vahid olarsa, üçbucağın perimetrini tapın.

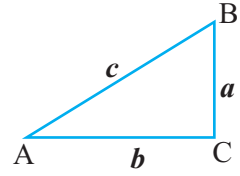


- 8» Düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzu üzərində qurulmuş kvadratın sahəsi katetləri üzərində qurulmuş kvadratların birinin sahəsindən 4 dəfə, digərindən isə 1 kvadrat vahid böyükdür. Üçbucağın tərəflərini tapın.

Pifaqor teoremi

Tərs teorem

Üçbucaqda bir tərəfin kvadratı qalan iki tərəfin kvadratları cəminə bərabədirsə, bu üçbucaq düzbucaqlı üçbucaqdır. $c^2 = a^2 + b^2$ olarsa, $\triangle ABC$ düzbucaqlı üçbucaqdır.



Tərəfləri natural ədədlərlə ifadə olunmuş düzbucaqlı üçbucaqlara Pifaqor üçbucaqları deyilir. Tərəfləri 3; 4; 5 olan üçbucaq ən çox istifadə olunan düzbucaqlı üçbucaqdır. Qədim misirlilər yer üzərində ölçmələr zamanı bu üçbucaqlardan geniş istifadə etmişlər. Bu üçbucaq Misir üçbucağı da adlanır. Həmçinin tərəfləri 5, 12, 13; 8, 15, 17; 7, 24, 25 ... olan üçbucaqlar da Pifaqor üçbucaqlarıdır. Bu ədədlərə isə Pifaqor üçlükləri deyilir. a , b , c ədədləri Pifaqor üçlüyüdirsə, ak , bk , ck ədədləri ($k > 0$) də Pifaqor üçlüyü olur.

9» Hansı ədədlər qrupu düzbucaqlı üçbucağın tərəflərini ifadə edir?

- 1) 8, 15, 17 2) 7, 24, 25 3) 20, 21, 31 4) 37, 12, 34
5) $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, 1 6) 10, 12, $\sqrt{22}$ 7) 2, 3, 4 8) $\sqrt{7}$, 8, $\sqrt{71}$

10» 1) Birdən başqa ortaq vuruğu olmayan üç natural ədəd düzbucaqlı üçbucağın tərəflərini ifadə edərsə, bu ədədlərə sadə Pifaqor üçlüyü deyəcəyik. Cədvəldəki sadə Pifaqor üçlüyünü yazın.

a	b	c
5	12	13
10	24	?
15	?	39
?	48	52

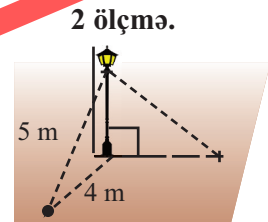
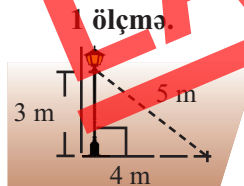
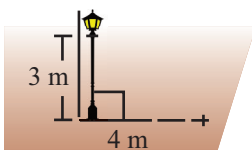
2) Cədvəldə verilmiş Pifaqor ədədlərinin dəyişmə qaydasını müəyyən edin.

3) Hər bir sadə Pifaqor üçlüyünə uyğun yeni Pifaqor üçlükləri yazın:

- 1) 8; 15; 17; 2) 9; 40; 41; 3) 7; 24; 25.

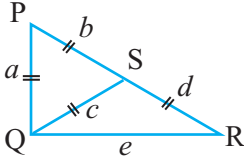
11» Düzbucaqlı üçbucağın iki tərəfinin uzunluğu 7 sm və 10 sm-dir. Üçüncü tərəfin uzunluğunun mümkün qiymətlərini tapın.

12» **Araşdırma.** Pifaqor üçlüyündən istifadə etməklə hündürlüyü 3 m olan işıq dirəyinin yerə perpendikulyar olduğunu necə yoxlamaq olar? Suala hər bir şəkildə təsvir olunanların izahını yazmaqla cavab verin.

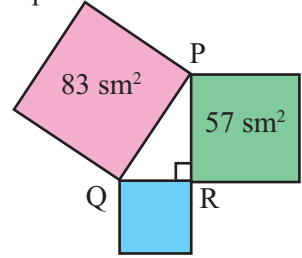


Pifaqor teoreminin tətbiqi

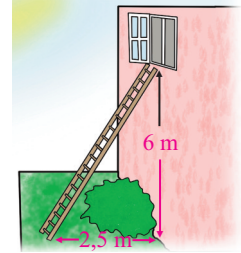
- 1) Verilir: ΔPQR -də $a = b = c = d$
 1) İsbat edin ki, $\angle PQR = 90^\circ$.
 2) $a = 1$ olduqda e -nin qiymətini tapın.



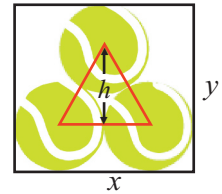
- 2) Şəkilə verilənlərə görə QR tərəfi üzərində qurulmuş kvadratin sahəsini tapın.



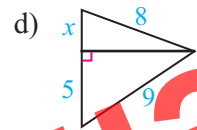
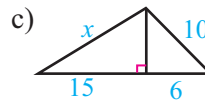
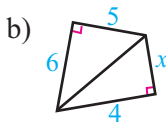
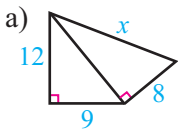
- 3) İkinci mərtəbənin pəncərəsi yerdən 6 m hündürlükdədir. Divardan 2,5 m aralıda nərdivan qoymaqla ikinci mərtəbəyə çıxmaq olar. Bunun üçün neçə metr uzunluqda nərdivan lazımdır?



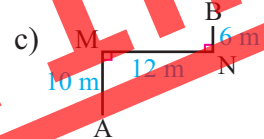
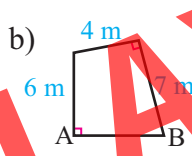
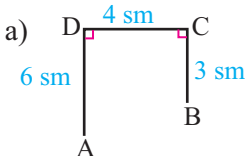
- 4) Tennis topları şəkilə göstərildiyi qaydada qutuya yığılmışdır. Hər bir topun diametri 6 sm-dir.
 1) Qutunun x -lə işarə edilmiş ölçüsünü tapın.
 2) Qutunun oturacağı kvadratşəkilli ola bilərmi? Cavabınızı y -i tapmaqla əsaslandırın.



- 5) Verilməyən tərəfi tapın.



- 6) A və B nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.



- 7) Pəncərənin hündürlüyü 180 sm, eni 240 sm, diaqonalı isə 300 sm-dir. Bu pəncərənin düzbucaqlı formasında olduğunu söyləmək olarmı?

- 8) Düzbucaqlı üçbucağın tərəflərinin uzunluqları ardıcıl cüt ədədlərdir. Üçbucağın tərəflərini tapın.

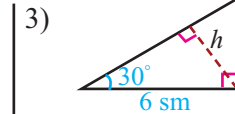
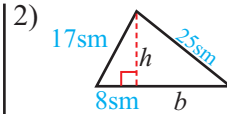
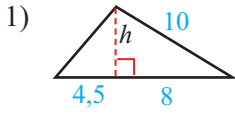
Pifaqor teoreminin tətbiqi

9 **Araşdırma.** Bir çox Pifaqor üçlüyü tək ədədlərlə başlayır.

- 1) Verilən Pifaqor üçlüklərindəki birinci ədədi kvadrata yüksəldin. Bu ədədlə digər iki ədəd arasında hər hansı əlaqə varmı?
- 2) Pifaqor üçlüyünü $x, y, y + 1$ kimi qəbul etməklə 1-ci bənddən çıxan nəticəni y -i x -lə ifadə etməklə yazın.
- 3) 2-ci tapşırığın nəticəsinə görə Pifaqor ədədlərinin sonsuz sayda olduğunu söyləmək olarmı?
- 4) Excel proqramının köməyiylə birinci ədədi 3-dən 31-ə qədər olmaqla Pifaqor üçlüklərini müəyyən edin və cədvəl qurun.

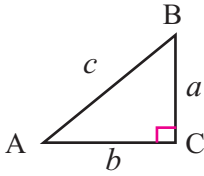
3	4	5
5	12	13
7	24	25
9	40	41
11	60	61

10 Şəkildə verilənlərə görə üçbucağın h hündürlüyünü və perimetrini tapın..

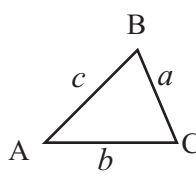


Tərəflərinin uzunluğuna görə üçbucağın növünün təyini

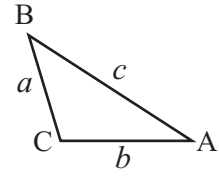
Üçbucağın tərəfləri a, b, c olsun və fərz edək ki, $a \leq b \leq c$



$c^2 = a^2 + b^2$ olarsa,
 $\angle C = 90^\circ$ olur. $\triangle ABC$
 düzbucaqlı üçbucaq-
 dır.



$c^2 < a^2 + b^2$ olarsa,
 $\angle C < 90^\circ$ olur.
 $\triangle ABC$ itibucaqlı
 üçbucaqdır.



$c^2 > a^2 + b^2$ olarsa,
 $\angle C > 90^\circ$ olur. $\triangle ABC$
 korbucaqlı üçbucaq-
 dır.

Nümunə: Tərəfləri a) 7; 8; 10; b) 5; 8; 10 olan üçbucağın növünü müəyyən edin.

Həlli: a) $7^2 + 8^2 = 49 + 64 = 113 > 10^2$ olduğundan üçbucaq itibucaqlıdır.

b) $5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89 < 10^2$ olduğundan üçbucaq korbucaqlıdır.

11 1) Verilən tərəflərə görə üçbucaq qurmaq mümkündürmü? 2) Əgər mümkündürsə, bu üçbucağın düzbucaqlı, itibucaqlı və ya korbucaqlı olduğunu müəyyən edin. **Göstəriş:** birinci suala cavabınızı üçbucaq bərabərsizlikləri yazmaqla əsaslandırın.

1) 16, 18, 26

2) 1; 3; $2\sqrt{2}$

3) 6; 7; 8

4) 8; 12, $4\sqrt{3}$

5) 15, 8, 17

6) 12, 36, 35

7) $\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{5}$

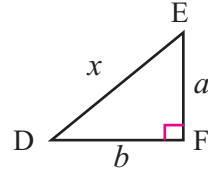
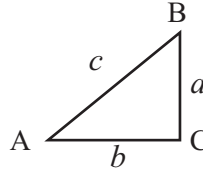
Pifaqor teoreminin tətbiqi

- 12» Açıq tipli sual.** Diaqonalı enindən 2 dəfə uzun olan düzbucaqlı çəkin. Sonra düzbucaqlının uzunluğunu Pifaqor teoreminin köməyiylə tapın. Düzbucaqlının eni, uzunluğu və diaqonalının nisbətini yazın. Cavablarınızı müqayisə edin.

- 13»** Pifaqor teoreminin tərs teoreminin isbatını dəftərinizdə tamamlayın.

Verilir: $\triangle ABC$, $c^2 = a^2 + b^2$

İsbat edin: $\angle C = 90^\circ$



1. Katetləri a və b olan DEF düzbucaqlı üçbucağını çəkkək və hipotenuzu x -lə işarə edək:

2. $x^2 = ?$

3. $c^2 = a^2 + b^2$

4. $c = x$

5. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

6. $\angle F$ düz bucaqdır

7. $\triangle ABC$ düzbucaqlı üçbucaqdır

$\triangle DEF$ -də Pifaqor teoreminə görə

Verilir

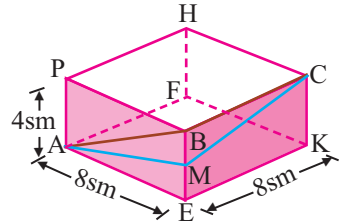
?

$\triangle$ konqruentliyinin ? əlamətinə görə

?

?

- 14»** Düzbucaqlı prizmanın üzərində A və C təpələri arasındakı iki fərqli yol göstərilmişdir. M nöqtəsi BE tilinin orta nöqtəsidir. Hansı yol daha qısaadır: ABC, yoxsa AMC?

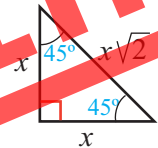


Xüsusi düzbucaqlı üçbucaqlar haqqında

Pifaqor teoreminin köməyiylə bucaqları 45° ; 45° ; 90° və 30° ; 60° ; 90° olan düzbucaqlı üçbucaqların tərəflərinin uzunluqları arasında əlaqəni qayda şəklində ifadə etmək mümkündür.

Teorem 1. Bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaqlarda hipotenuz hər bir katetdən $\sqrt{2}$ dəfə böyükdür.

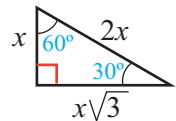
Tərəflərin nisbəti: $1 : 1 : \sqrt{2}$



Teorem 2. İti bucaqlarından biri 30° olan düzbucaqlı üçbucaqlarda hipotenuz kiçik katetdən 2 dəfə böyükdür.

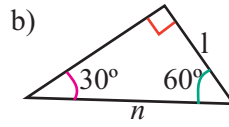
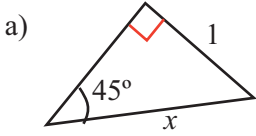
Böyük katet isə kiçik katetdən $\sqrt{3}$ dəfə böyükdür.

Tərəflərin nisbəti: $1 : \sqrt{3} : 2$

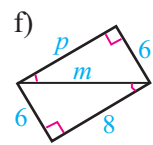
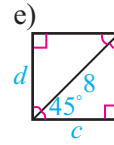
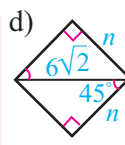
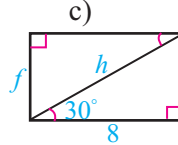
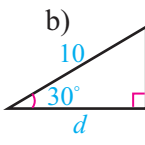
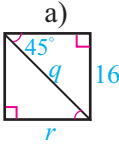


Pifaqor teoreminin tətbiqi

15 Teoremləri aşağıdakı məsələləri həll etməklə yoxlayın.



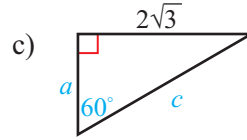
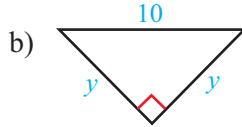
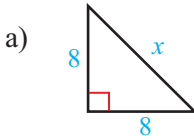
16 Dəyişənə işarə edilmiş tərəfi və ya diaqonalı tapın.



17 Verilən şərtlərə görə tələb olunan hissənin uzunluğunu tapın. Nəticəni lazım gəldikdə ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

- 1) Tərəfi 5 sm olan bərabərtərəfli üçbucaq çəkin və hündürlüyünü tapın.
- 2) Kvadratin perimetri 24 sm-dir. Diaqonalını tapın.
- 3) Kvadratin diaqonalı 16 sm-dir. Tərəfini tapın.

18 Verilməyən tərəfləri tapın.



19 Tərəfləri verilən üçbucaqları bucaqlarına görə təsnif edin.

1) 4; 4; 7

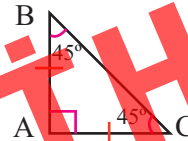
2) 8; 8; $8\sqrt{2}$

3) 20; 15; 21

20 Xüsusi düzbucaqlı üçbucaqlar haqqındakı teoremləri isbat edin.

1) **Verilir:** $\triangle ABC$ bərabəryanlı düzbucaqlı üçbucaqdır.

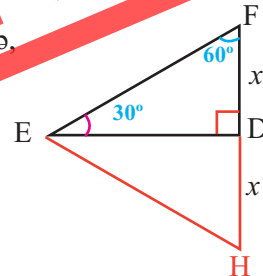
İsbat edin: Hipotenuz hər bir katetdən $\sqrt{2}$ dəfə böyükdür.



2) **Verilir:** $\triangle EFD$ iti bucaqlarından biri 30° olan düzbucaqlı üçbucaqdır.

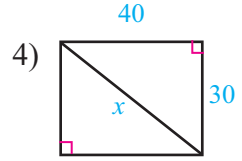
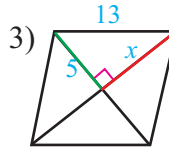
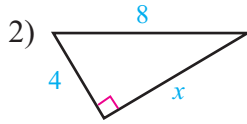
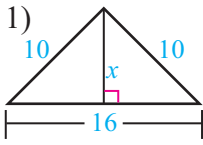
İsbat edin: Hipotenuz kiçik katetdən 2 dəfə, böyük katet isə kiçik katetdən $\sqrt{3}$ dəfə böyükdür.

İsbat üçün plan: $\triangle EFD$ -yə konqruent üçbucaq qurun. $\triangle HFE$ -nin bərabərtərəfli üçbucaq olduğunu isbat edin.

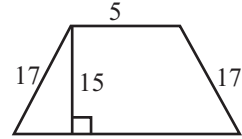


Pifaqor teoreminin tətbiqi

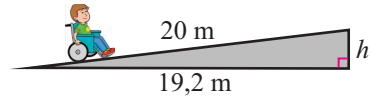
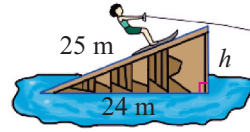
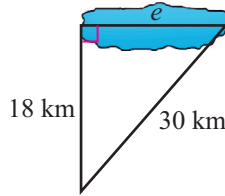
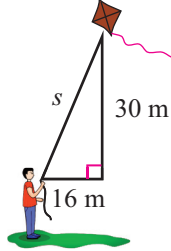
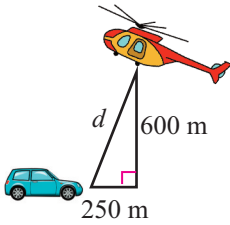
21 Verilənlərə görə x -i tapın.



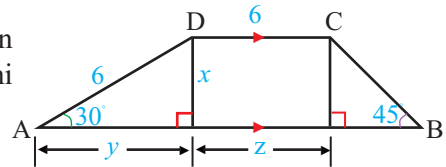
22 Şəkilə verilənlərə görə bərabəryanlı trapesiyanın perimetrini tapın.



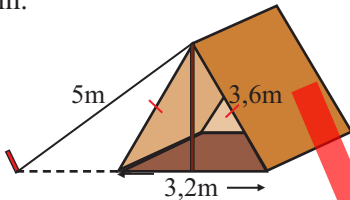
23 Şəkilə verilənlərə görə məchulların qiymətlərini tapın.



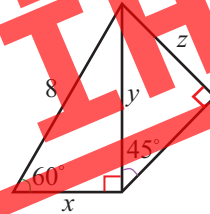
24 Şəkilə verilənlərə görə məchulların qiymətlərini və trapesiyanın perimetrini tapın.



25 Çadır, dayanıqlığını artırmaq üçün dəmir məftil bağlanmış taxta mıxla yerə bərkidilmişdir. Mıxdan çadırın ən yaxın nöqtəsinə qədər olan məsafəni tapın.



26 Şəkilə verilənlərə görə x , y , z -in qiymətlərini tapın.

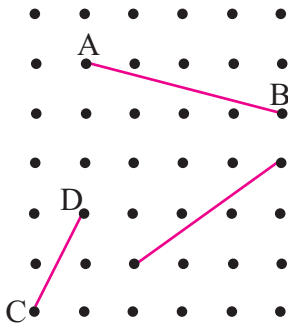


27 Elçinin ölçüləri $50 \text{ m} \times 120 \text{ m}$ olan düzbucaqlı şəkildə parkı saniyədə 1,6 m sürətlə gah diaqonalı boyu, gah da perimetri boyu piyada gəzir. Elçinin parkın bir küncündən digər küncünə diaqonal boyu keçmək üçün sərf etdiyi vaxt, perimetri boyu bir tam dövrü üçün sərf etdiyi vaxtdan nə qədər azdır?

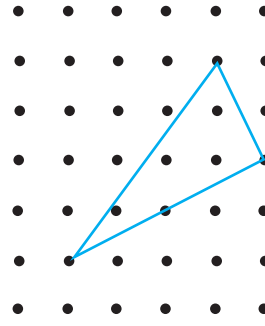
Pifaqor teoreminin tətbiqi.

- 28»** Həsən avtomobillə 60 km/saat sürətlə dəmiryol vağzalından saat 14:00-da şərqə doğru hərəkətə başladı. Bir saat sonra isə Bəşir eyni nöqtədən şimala doğru 50 km/saat sürətlə hərəkətə başladı. Saat 16:00-da onlar arasındakı məsafə neçə kilometr olacaq?

- 29»** Xətkeşdən istifadə etmədən, şəkil-dəki hər bir parçanın uzunluğunun neçə vahid olduğunu müəyyən edin.



- 30»** Xətkeşdən istifadə etmədən, şəkil-dəki üçbucağın perimetrinin neçə vahid olduğunu müəyyən edin



- 31»** Damalı kağız üzərində Pifaqor teoremindən istifadə etməklə tələb olunan uzunluqda parçaları çəkin.

a) $\sqrt{17}$

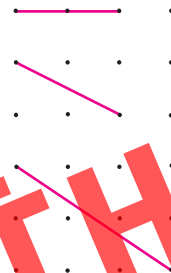
b) $\sqrt{13}$

c) $\sqrt{10}$

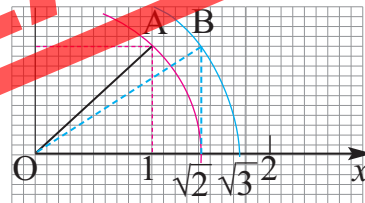
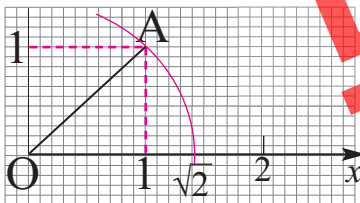
d) $\sqrt{8}$

- 32»** Şəkilə parçalar damalı kağız üzərində çəkilmişdir. Tapşırıqları yerinə yetirin.

- a) Hər bir parçanın uzunluğunun neçə vahid olduğunu müəyyən edin.
b) Bu parçalardan üçbucaq qurmaq olarmı?
c) Əgər üçbucaq qurmaq olarsa, bu üçbucaq düzbucaqlı, itibucaqlı, yoxsa korbucaqlıdır?

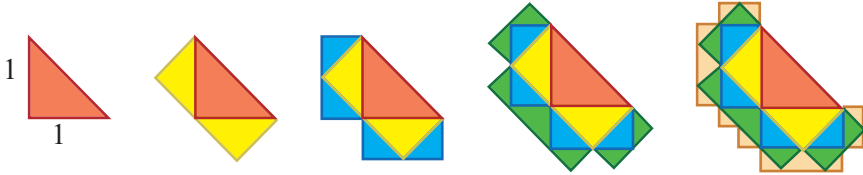


- 33»** Aşağıdakı şəkillərdə uzunluğu $\sqrt{2}$ və $\sqrt{3}$ olan parçaların qurulması göstərilmişdir. Şəkilləri araşdırın və uzunluğu $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$ olan parçaları qurun.

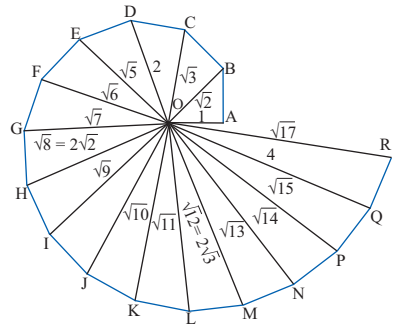
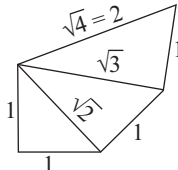
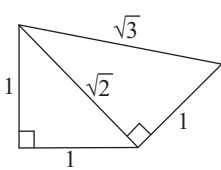


Pifaqor teoreminin tətbiqi.

- 34» Araşdırma.** Birinci addımdakı üçbucağın katetlərini vahidə bərabər qəbul etməklə, hər sonrakı addımda əlavə edilən üçbucaqların katetlərini tapın. Məxrəci irrasionalıqdan azad etməzdən əvvəlki vəziyyətə görə katetlərinin uzunluqlarının dəyişmə qaydasını müəyyənə bilərsiniz.



- 35» Uzunmüddətli tapşırıq.** $\sqrt{n}$ ($n \in \mathbb{N}$) uzunluqda parçanın qurulması. **Teodor spirali.** Katetləri 1 olan düzbucaqlı üçbucağın hipotenuzu $\sqrt{2}$ -dir. Katetlərindən biri qurulmuş üçbucağın hipotenuzuna bərabər, digəri isə 1-ə bərabər olan ikinci düzbucaqlı üçbucağı quraq. Onun da hipotenuzu üzərində üçüncü düzbucaqlı üçbucaq quraq və s. Bu yolla qurulmuş üçbucaqların düzülüşü spiral formasında olur.

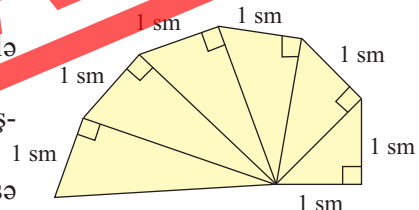


Pifaqordan 100 il sonra yaşamış yunan alimi Teodor düzbucaqlı üçbucaqlardan qurulmuş spiralvari formanın riyazi modelini yaratmışdır. Bu forma elə onun adı ilə **Teodor spirali** adlanır. Teodor spiralinə bənzər formaları təbiətdə müşahidə etmək mümkündür.



Siz də rəngləməklə Teodor spirali üzərində müxtəlif şəkillər çəkin.

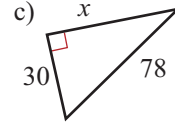
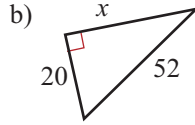
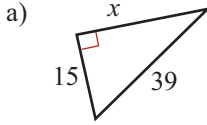
- 36»** Şəkindəki Teodor spiralinə görə tapşırıqları yerinə yetirin.
- Şəkindəki düzbucaqlı üçbucaqların hər birinin hipotenuzunun hansı ədədin kvadrat kökü olduğunu müəyyən edin.
 - Kvadrat kökü kalkulyatorun köməyi ilə onda bir dəqiqliklə hesablayın.
 - Hər bir hipotenuzun uzunluğunu xətkəşlə ölçün
 - b və c bəndinin nəticələrini müqayisə edin.



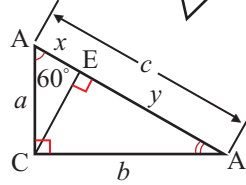
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1) Aşağıdakı üçbucaqların verilməyən tərəfini bu ədədlərə uyğun sadə Pifaqor üçlüyünü tapmaqla hesablayın.

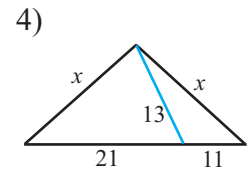
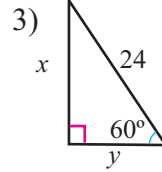
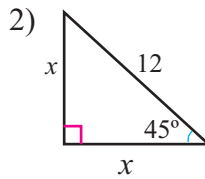
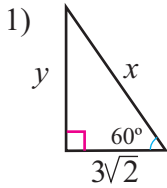
Göstəriş: verilən ədədlərin ortaq bölənini tapın.



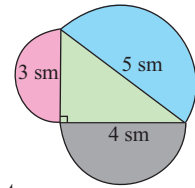
- 2) 1) $a = 10$ olarsa, y və CE -ni tapın.
2) $x = 8$ olarsa, a , b , y -i tapın.



- 3) Verilməyən tərəfləri tapın.

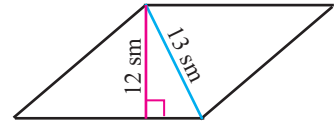


- 4) Düzbucaqlı üçbucağın tərəfləri üzərində qurulmuş yarımdairələrin sahələrini tapın. Bu sahələr haqqında ümumiləşmiş fikir yazın.

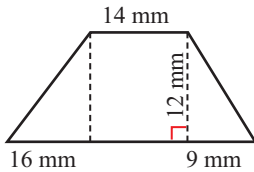


- 5) a) Tərəfi a olan bərabərtərəfli üçbucağın hündürlüyünü tapın.
b) Hündürlüyü h olan bərabərtərəfli üçbucağın perimetrini tapın.

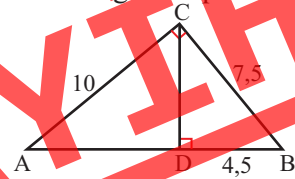
- 6) Şəkildə verilənlərə görə rombun tərəfini tapın.



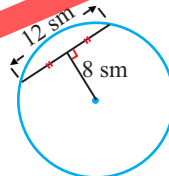
- 7) Şəkildə verilənlərə görə trapesiyanın perimetrini tapın.



- 8) Şəkildə verilənlərə görə AD -nin uzunluğunu tapın.



- 9) Uzunluğu 12 sm olan vətərin orta nöqtəsindən çevrənin mərkəzinə qədər məsafə 8 sm-dir. Çevrənin radiusunu tapın.



Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- kvadrat tənlikləri müxtəlif üsullarla həll etməyi;
- kvadrat tənliklərin tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi.
- üçbucaqların və dördbucaqlıların sahəsini hesablama düsturlarını;
- sahə düsturlarının tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi;
- mürəkkəb fiqurları daha sadə fiqurlara bölməklə onların sahəsini hesablamağı.

Kvadrat tənliklər inşaat, maliyyə, dizayn məsələlərinin həllində geniş tətbiq edilir.

Praktik məsələlərin həllində sahələrin hesablanması geniş istifadə edilir.

Bu maraqlıdır!

Cəbrin “atası” adlandırılan əl-Xarəzmi 780-ci ildə indiki Özbəkistanın Xivə şəhərində doğulmuş, Bağdadda yaşamış, cəbrə aid bilgiləri sistemləşdirmiş dahi riyaziyyatçıdır.



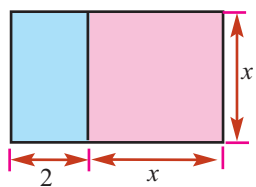
Onun adı latıncaya “Alkhorizmi”, fransızcaya “Algorithme”, ingiliscəyə “Augrim” şəklində keçmiş və bu gün bütün dillərdə işlədilən “Alqoritm” sözü yaranmışdır. “Algebra” və “Cəbr” sözləri onun “*Al-jabr w'al muqabala*” əsərinin adından götürülmüşdür. Riyaziyyatda ilk dəfə “sıfır” rəqəmindən istifadə edən əl-Xarəzmi cəbri elmi və metodik şəkildə bu əsərində sistemləşdirmişdir. Əl-Xarəzmi tənliklərin həlli üçün müxtəlif üsullar vermişdir. Şəkildəki poçt markası onun 1200 illik yubileyi şərəfinə buraxılmışdır.



LAYIHƏ

Kvadrat tənliklər

Araşdırma. Düzbucaqlıdan eni 2 vahid olan zolaq kəsildikdə qalan kvadratin sahəsi zolağın sahəsindən 15 kvadrat vahid böyük olur. Düzbucaqlının sahəsini necə tapmaq olar? Kvadratin tərəfini x ilə işarə etsək, $x^2 = 2x + 15$ və ya $x^2 - 2x - 15 = 0$ tənliyini alırıq. Alınmış tənlikdə bir dəyişən var və bu dəyişənin ən yüksək dərəcəsi 2-dir. Belə tənliklər kvadrat tənliklər adlanır. Bu tip məsələləri həll etmək üçün kvadrat tənliklərin müxtəlif üsullarla həlli yollarını öyrənməliyik.



Kvadrat tənliklər

Tərif. $a \neq 0$ olmaqla $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinə kvadrat tənlik deyilir.

Burada a, b, c verilmiş ədədlər, x isə məchuldur.

a – birinci əmsal (və ya baş əmsal), b – ikinci əmsal, c – sərbəst hədd adlanır.

Məsələn, $3x^2 - x - 7 = 0$ tənliyində $a = 3, b = -1, c = -7$ -dir.

Tənliyinin hər iki tərəfini a – ya bölməklə, $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ tənliyini alırıq.

Burada $\frac{b}{a} = p, \frac{c}{a} = q$ işarə etməklə, onu $x^2 + px + q = 0$ şəklində yazmaq olar.

$x^2 + px + q = 0$ tənliyinə çevrilmiş kvadrat tənlik deyilir.

Məsələn, $2x^2 - 6x - 8 = 0$ tənliyinin hər iki tərəfini 2-yə bölməklə, onunla eynigüclü olan $x^2 - 3x - 4 = 0$ çevrilmiş kvadrat tənliyi alırıq.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Kvadrat tənlikləri seçin və hər bir kvadrat tənlik üçün əmsalları yazın.

a) $3x^2 + 4x - 5 = 0$

b) $\frac{3}{4}x^2 - 2x - 3 = 0$

c) $x - 4 = 5$

d) $\frac{6}{x^2} - x + 2 = 0$

e) $6x^2 + x = 0$

f) $-x^2 + 5 = 0$

2 Tənlikləri $ax^2 + bx + c = 0$ şəklinə gətirin.

1) $(x - 2)(x + 1) = (2x - 5)^2 + 1$

4) $(2x - 1)^2 = (x - 1)(x + 7)$

2) $-2(x + 5)(x - 8) = 0$

5) $4(x - 1)^2 + 9 = 0$

3) $(x + 3)^2 + 3(2x + 1)^2 - 54 = 0$

6) $(3x - 2)^2 - 15(x - 2)^2 + 12 = 0$

3 Verilmiş kvadrat tənliyi onunla eynigüclü olan çevrilmiş tənliyə gətirin.

a) $3x^2 + 6x - 12 = 0$

b) $2x^2 - 10x + 12 = 0$

c) $5x^2 - 4x - 1 = 0$

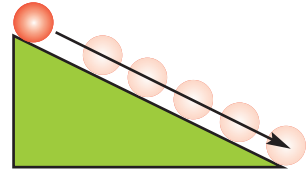
d) $-x^2 + 6x + 3 = 0$

4 Şəkilləki düzbucaqlının rəngli hissəsinin sahəsi 21 kvadrat vahiddir. Düzbucaqlının tərəflərinin uzunluqlarını hesablamağa imkan verən kvadrat tənliyi yazın.

	x	3
$x - 1$	$x^2 - x$	$3x - 3$
1	x	3

Kvadrat tənliklər

Araşdırma. Fizika dərində topu şəkildə göstərildiyi kimi səth üzərində diyirləməklə təcrübə aparıldı. Topun istənilən t zamanında olduğu hündürlüyün (metrlə) $h = -4,9t^2 + 4$ düsturu ilə tapıla bildiyi müəyyən edildi. Topun neçə saniyəyə yerə çatdığını tapmaq üçün $h = 0$ qəbul etməklə $-4,9t^2 + 4 = 0$ tənliyini həll edin. Düsturdakı 4 ədədinin realılıqda hansı kəmiyyətə uyğun gəldiyi haqqında düşüün.



Natamam kvadrat tənliklər

Tərif. $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyində b və c əmsallarının heç olmasa biri sıfıra bərabər olarsa, belə tənliyə natamam kvadrat tənlik deyilir.

$$ax^2 = 0 \quad (b = c = 0), \quad ax^2 + bx = 0 \quad (c = 0, b \neq 0),$$

$$ax^2 + c = 0 \quad (b = 0, c \neq 0) \text{ tənlikləri natamam kvadrat tənliklərdir.}$$

1) $ax^2 = 0$ tipli tənliklərin həlli. Tənliyin hər iki tərəfini $a \neq 0$ ədədinə bölsək, $x^2 = 0$ tənliyini alırıq. Onun kökləri $x_1 = x_2 = 0$ olar.

Nümunə 1. $3x^2 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Tənliyin hər iki tərəfini 3-ə bölək: $x^2 = 0, x_1 = x_2 = 0$

2) $ax^2 + bx = 0$ tipli tənliklərin həlli. Bu tip tənliklər vuruqlara ayırmaqla həll edilir: $x \cdot (ax + b) = 0$.

Hasilin sıfıra bərabər olması üçün vuruqlardan heç olmasa biri sıfır olmalıdır: yəni ya $x = 0$, ya da $ax + b = 0$. Buradan da alınır ki, $ax^2 + bx = 0$ tənliyinin biri həmişə "0" olmaqla iki kökü var: $x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$

Nümunə 2. $2x^2 - 5x = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Tənliyin sol tərəfini vuruqlarına ayıraq: $x \cdot (2x - 5) = 0$

$$x_1 = 0; \quad 2x - 5 = 0; \quad x_2 = 2,5$$

3) $ax^2 + c = 0$ tipli tənliklərin həlli.

$$ax^2 + c = 0 \text{ tənliyini } ax^2 = -c, x^2 = -\frac{c}{a} \text{ şəklində yazaq.}$$

a və c eyni işarəlidirsə, tənliyin həqiqi kökü yoxdur (niyə?).

a və c müxtəlif işarəlidirsə, tənliyin iki kökü var: $x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$ və $x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$

Nümunə 3. $4x^2 - 8 = 0$ tənliyini həll edin.

$$\textbf{Həlli: } 4x^2 = 8, \quad x^2 = 2, \quad x = \pm\sqrt{2}, \quad x_1 = \sqrt{2}, \quad x_2 = -\sqrt{2}$$

Öyrənmə tapşırıqları

5» Tənlikləri həll edin.

$$1) 2x^2 = 0;$$

$$2) x^2 - 16 = 0$$

$$3) -2x^2 = -50$$

$$4) 8x^2 = 2x^2$$

$$5) x^2 - 3 = 0;$$

$$6) 2x^2 + x = 0;$$

$$7) 6x^2 = x$$

$$8) 3x = 2x^2$$

6» Tənlikləri həll edin:

$$a) 4x^2 = 8$$

$$b) \frac{x^2}{25} - 4 = 5$$

$$c) 7x^2 - 10 = 18$$

$$d) 6x^2 + 3x = 3x^2 - x$$

$$e) 3x^2 - 18 = 2x^2 + 7$$

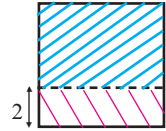
$$f) x^2 = 2x^2 + 2x$$

Kvadrat tənliklər

- 7) k -nın elə qiymətlərini göstərin ki, verilmiş tənlik natamam kvadrat tənliyə çevrilsin. k -nın bu qiymətləri üçün uyğun tənliyi yazın və həll edin.
- a) $2x^2 + (k - 2)x - (k + 6) = 0$ b) $2x^2 - (k + 1)x - 15 + k = 0$
- 8) $x^2 + c = 0$ şəklində elə tənlik yazın ki: a) iki müxtəlif kökü olsun; b) iki bərabər kökü olsun; c) həqiqi kökü olmasın.
- 9) Göstərin ki, $x^2 = 4$ və $|x| = 2$ tənliklərinin kökləri eynidir.
- 10) Tənlikləri həll edin.
- a) $\frac{x^2 - 1}{3} + \frac{x^2 + 1}{2} = 3,5$ b) $\frac{x^2 - 1}{2} + \frac{x^2 + 5}{6} = \frac{1}{2}$
- c) $x^2 + 2x = \frac{2x^2 + 9x}{6}$ d) $\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x + \frac{1}{3}\right) = \frac{8}{9}$

Tətbiq tapşırıqları

- 11) Kvadratdan eni 2 sm olan zolaq kəsildi. Kəsilmiş zolağın sahəsinin qalan sahədən 2 dəfə az olduğunu bilərək, kvadratin tərəfini tapın.
- 12) 1) Hansı natural ədədin kvadratı həmin ədədin üç mislinə bərabərdir?
2) Uzunluğu enindən 4 dəfə böyük olan düzbucaqlının sahəsi 100 m²-dir. Düzbucaqlının perimetrini tapın.
3) Sahəsi 16π sm² olan dairənin radiusu neçə santimetrdir?
- 13) Bağban tərəfi 7 m olan kvadratşəkilli güllüyü eyni sahəli daire şəklinə gətirmək istəyir.
- 1) Yeni sahənin radiusu təxminən neçə metr olmalıdır?
2) Sahələri eyni olan kvadratin tərəfi ilə dairənin radiusu arasındakı ümumi asılılığı yazın.
- 14) Cisim müəyyən hündürlükdən sərbəst düşdükdə onun t saniyədən sonra yer səthindən olan məsafəsini (metrlə) $h = -4,9t^2 + h_0$ düsturu ilə hesablamaq olar (bu zaman havanın müqaviməti nəzərə alınmır). Burada h_0 başlanğıc hündürlüyü göstərir. Cisim yerə çatdıqda $h = 0$ olur. Şəkilə 60 m hündürlükdən üfüqi istiqamətdə atılan cismin hərəkəti təsvir edilmişdir. $-4,9t^2 + 60 = 0$ tənliyini həll etməklə cismin neçə saniyədən sonra yerə çatdığını tapmaq olar.
- a) 120 m; b) 250 m hündürlükdən atılan cisim təxminən neçə saniyədən sonra yerə düşəcək? “Bu məsələnin bir müsbət, bir mənfi cavabı var” fikri doğrudurmu?



Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

Praktik məşğələ. Cəbr kartlarının köməyiylə düzbucaqlı quraşdırmaqla vuruqlara ayırma.

Rəngli kağızlardan şəkildə göstəriləndiyi kimi kartlar kəsin.

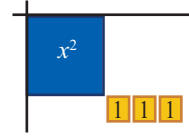


Nümunə 1. $x^2 + 4x + 3 = 0$ tənliyini vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

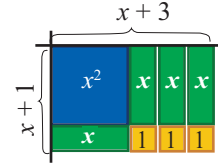
Həlli: $x^2 + 4x + 3$ üçhədlisini cəbr kartlarının köməyiylə vuruqlarına ayıraq.



1. Əvvəlcə x^2 kartını yerləşdirək. Sonra vahidləri göstərən kartları düzbucaqlı formada düzək. Bu halda 3 sadə ədəd olduğundan yalnız bir formada düzbucaqlı düzəltmək olar (1×3).



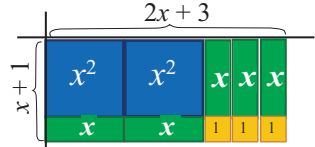
2. x kartlarını düzməklə düzbucaqlını tamamlayaq. Alınan düzbucaqlının eni $(x+1)$, uzunluğu $(x+3)$ olduğundan $x^2 + 4x + 3 = (x+3)(x+1)$ alırıq.



Tənliyi $(x+3)(x+1) = 0$ şəklində yazaq. Buradan, $x+3=0$, $x_1=-3$; $x+1=0$, $x_2=-1$

Nümunə 2. $2x^2 + 5x + 3 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Oxşar qayda ilə $2x^2 + 5x + 3$ üçhədlisini də vuruqlarına ayırmaq olar: $2x^2 + 5x + 3 = (2x+3)(x+1)$



Tənliyi $(2x+3)(x+1) = 0$ şəklində yazıb həll edək.

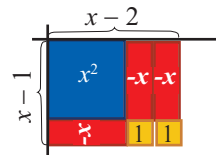
$2x+3=0$, $x_1=-1,5$; $x+1=0$, $x_2=-1$

Nümunə 3. $x^2 - 3x + 2 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Şəkildən göründüyü kimi, $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$.

Tənliyi $(x-1)(x-2) = 0$ şəklində yazmaqla alırıq:

$x-1=0$, $x_1=1$; $x-2=0$, $x_2=2$



Öyrənmə tapşırıqları.

1 Nümunəyə uyğun olaraq uyğun sahə modellərini çəkin və uyğun kvadrat üçhədliləri yazın.

Nümunə. $(x+3)(x+2) = x^2 + 5x + 6$

1) $(x+2)(x+6)$

3) $(x+4)(x+3)$

2) $(x+1)(x+4)$

4) $(2x+1)(x+3)$

2 Nümunələrə uyğun olaraq aşağıdakı tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 + 4x + 3 = 0$

b) $x^2 - 4x - 5 = 0$

e) $x^2 + 5x + 4 = 0$

d) $x^2 - 2x + 1 = 0$

e) $x^2 - 2x - 8 = 0$

f) $x^2 + 7x + 10 = 0$

3 Cəbr kartları ilə uyğun düzbucaqlını quraşdırmaqla tənliyin sol tərəfini vuruqlara ayırın və tənliyi həll edin.

1) $2x^2 + 7x + 3 = 0$

2) $2x^2 + 5x + 2 = 0$

3) $3x^2 + 4x + 1 = 0$

Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

$x^2 + bx + c = 0$ tənliklərinin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

$x^2 + bx + c = 0$ tənliyinin sol tərəfini vuruqlara ayırmaq üçün elə iki m və n ədədi tapmaq lazımdır ki (əgər belə ədədlər varsa), onların hasili c -yə, cəmi isə b -yə bərabər olsun. Doğrudan da, $m \cdot n = c$, $m + n = b$ olarsa, $x^2 + bx + c = x^2 + (m + n)x + m \cdot n = x^2 + mx + nx + mn = x(x + m) + n(x + m) = (x + m)(x + n)$ şəklində yazmaq olar. Aydın ki, b və c tam ədədlər olduqda m və n də tam ədədlərdir və onlar c -nin bölənləri arasında axtarılmalıdır. Bu halda $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$ olduğundan verilmiş tənliyi $(x + m)(x + n) = 0$ şəklində yazmaqla həll etmək olar.

b və c əmsallarının işarəsinin müxtəlif hallarına uyğun nümunələrə baxaq.

Nümunə 1. $x^2 + 6x + 8 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Burada $b = 6$, $c = 8$. b və c müsbət ədədlər olduğundan elə iki müsbət ədəd tapmalıyıq ki, hasili 8, cəmi isə 6 olsun. Bu ədədlər 2 və 4-dür.

$x^2 + 6x + 8 = (x + 2)(x + 4)$ olduğu üçün tənliyi

$(x + 2)(x + 4) = 0$ şəklində yazıb,

$x_1 = -2$, $x_2 = -4$ tapırıq.

Nümunə 2. $x^2 - 9x + 18 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Burada $b = -9$, $c = 18$. b mənfi, c müsbət olduğundan iki elə mənfi ədəd tapmalıyıq ki, hasili 18, cəmi -9 olsun. Bu ədədlər -3 və -6 -dır.

$x^2 - 9x + 18 = (x - 3)(x - 6)$ olduğundan tənliyi

$(x - 3)(x - 6) = 0$ şəklində yazmaq olar.

Buradan $x_1 = 3$, $x_2 = 6$.

Nümunə 3. $x^2 + 5x - 14 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: Burada $b = 5$, $c = -14$.

Hasili -14 , cəmi 5 olan ədədlər -2 və 7 olduğundan

$x^2 + 5x - 14 = (x - 2)(x + 7)$ və $(x - 2)(x + 7) = 0$ tənliyinin kökləri $x_1 = 2$, $x_2 = -7$ olur.

Nümunə 4. $x^2 - 4x - 21 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: $x^2 - 4x - 21 = (x - 7)(x + 3)$ olduğuna görə

$(x - 7)(x + 3) = 0$ tənliyindən $x_1 = 7$, $x_2 = -3$ tapılır.

8-in vuruqları	Vuruqların cəmi
1 və 8	9
2 və 4	6

18-in vuruqları	Vuruqların cəmi
-2 və -9	-11
-3 və -6	-9

-14-ün vuruqları	Vuruqların cəmi
2 və -7	-5
-2 və 7	5

-21-in vuruqları	Vuruqların cəmi
7 və -3	4
-7 və 3	-4

Öyrənmə tapşırıqları

4 Kvadrat tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

1) $x^2 = 64$

2) $x^2 - 100 = 0$

3) $x^2 - 9x = 0$

4) $4x^2 - 25 = 0$

5) $x^2 - 4x + 3 = 0$

6) $x^2 + 2x - 3 = 0$

7) $x^2 - 3x - 10 = 0$

8) $x^2 - 6x + 5 = 0$

9) $x^2 - 3x + 2 = 0$

10) $-x^2 + 6x = 0$

11) $x^2 + 18x = -81$

12) $x^2 + 3x = 18$

5 k -nın yerinə elə ədədlər yazın ki, tənliyin kökləri tam ədədlər olsun.

1) $x^2 + kx + 24 = 0$

2) $x^2 + kx + 12 = 0$

3) $x^2 + kx + 27 = 0$

Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

- 6»** Sol tərəfi vuruqlarına ayrılmış $(x - m_1)(x - m_2) = 0$ şəklində kvadrat tənliyin kökləri m_1 və m_2 ədədlərinə bərabərdir. Verilmiş köklərinə görə kvadrat tənlikləri yazın.

1) 1 və -3 2) -8 və -2 3) 3 və -3 4) -5 və 2
 5) 2 və $-\frac{1}{3}$ 6) $\frac{2}{3}$ və $-\frac{2}{3}$ 7) $\frac{5}{4}$ və $\frac{1}{2}$ 8) 9 və $\frac{1}{6}$

Nümunə. 1) 1 və -3; $(x - 1)(x + 3) = 0$; $x^2 + 3x - x - 3 = 0$; $x^2 + 2x - 3 = 0$

- 7»** Tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

$x^2 + 3x + 2 = 0$	$z^2 - 3z - 4 = 0$	$m^2 - 5m - 14 = 0$
$x^2 + 5x + 6 = 0$	$x^2 - 13x + 12 = 0$	$x^2 + x - 20 = 0$
$x^2 + 7x + 10 = 0$	$r^2 - 11r + 18 = 0$	$x^2 - 3x - 40 = 0$
$x^2 + 10x + 16 = 0$	$x^2 - 10x + 24 = 0$	$c^2 + 2c - 63 = 0$
$y^2 + 13y + 36 = 0$	$n^2 - 12n + 27 = 0$	$x^2 + 10x - 75 = 0$
$x^2 + 22x + 40 = 0$	$x^2 - 13x + 36 = 0$	$t^2 - 7t - 44 = 0$

- 8»** Kökləri -7 və 5 olan kvadrat tənliyi Fəridə, Elmir və Sona aşağıdakı kimi yazmışlar. Kim tapşırığı düzgün yerinə yetirmişdir?

Fəridə	Elmir	Sona
$(x + 7)(x - 5) = 0$	$(x - 7)(x + 5) = 0$	$(x - 7)(x - 5) = 0$
$x^2 + 2x - 35 = 0$	$x^2 - 2x - 35 = 0$	$x^2 - 12x + 35 = 0$

- 9»** Tənliklərdən hansının kökləri tam ədədlər deyil?

a) $x^2 - 3x - 18 = 0$ b) $n^2 - 3n + 9 = 0$ c) $r^2 + 2r - 63 = 0$
 d) $x^2 + x - 12 = 0$ e) $x^2 + 2x - 13 = 0$ f) $x^2 + 8x + 15 = 0$

- 10»** Müxtəsər vurma düsturlarının tətbiqi ilə sol tərəfini vuruqlarına ayırın və tənliyi həll edin.

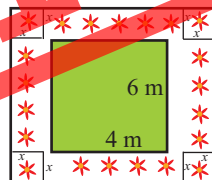
1) $0,25t^2 - 0,16 = 0$ 2) $(x + 3)^2 + 3(x + 3) - 54 = 0$
 3) $3600z^2 - 4900 = 0$ 4) $(x - 2)^2 - 15(x - 2) + 56 = 0$

Tətbiq tapşırıqları

- 11»** Düzbucaqlının sahəsi 28 m²-dir. Bu düzbucaqlının tərəflərinin uzunluqları (metrlə) hansı tam ədədlər ola bilər?

- 12»** Ölçüləri 24 sm × 16 sm olan bəzəkli taxta lövhənin kənarları boyu sahəsi 276 sm² olan rəngli taxta haşiyə yapışdırıldı. Haşiyənin enini tapın. Məsələyə uyğun şəkli çəkin.

- 13»** Tahir dayı ölçüləri 4m×6m olan bağçanın kənarlarına güllər əkməklə onun sahəsini bağçanın sahəsi qədər genişləndirdi. Güllük sahənin enini tapın.



- 14»** 1) $x^2 + bx + c$ üçhədlisini vuruqlara ayırarkən c -nin işarəsini necə nəzərə alırsınız? Nümunələr göstərməklə ümumiləşdirin.
 2) b -nin hansı qiymətlərində $x^2 + bx + 7 = 0$ tənliyinin kökləri tam ədədlər olar?

Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

ax² + bx + c = 0 tənliklərinin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin sol tərəfini vuruqlara ayırmaq üçün elə m və n ədədləri tapmaq lazımdır ki, $mn = ac$, $m + n = b$ olsun. Bu halda

$$ax^2 + bx + c = ax^2 + mx + nx + c = x(ax + m) + (nx + c) = x(ax + m) + \frac{n}{a}(ax + m) = (ax + m)\left(x + \frac{n}{a}\right) \text{ olduğundan verilmiş tənliyi } (ax + m)\left(x + \frac{n}{a}\right) = 0 \text{ şəklində yazaraq həll etmək olar.}$$

Nümunə 1. $2x^2 + 6x + 4 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: $2x^2 + 6x + 4 = 2x^2 + mx + nx + 4$ kimi

yazaq. Bu halda $mn = 2 \cdot 4 = 8$, $m + n = 6$.

Hasili 8, cəmi 6 olan ədədlər 2 və 4-dür.

$$2x^2 + mx + nx + 4 = 2x^2 + 2x + 4x + 4 = (2x^2 + 2x) + (4x + 4) = 2x(x + 1) + 4(x + 1) = (x + 1)(2x + 4) \text{ olduğundan tənliyi } (2x + 4)(x + 1) = 0 \text{ şəklində yazıb həll edək.}$$

$$2x + 4 = 0, x_1 = -2; x + 1 = 0, x_2 = -1$$

8-in vuruqları	Vuruqların cəmi
1 və 8	9
2 və 4	6

Nümunə 2. $4x^2 - 13x + 10 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: $a = 4$, $b = -13$, $c = 10$. $ac = 4 \cdot 10 = 40$. ac hasili müsbət, b isə mənfi olduğundan, m və n ədədlərinin hər ikisi mənfi olmalıdır. Hasili 40 olan mənfi tam ədədlər cütündən cəmi -13 -ə bərabər olanını seçək. Bu ədədlər -5 və -8 -dir.

$$4x^2 - 13x + 10 = 4x^2 - 5x - 8x + 10 = x(4x - 5) - 2(4x - 5) = (4x - 5)(x - 2)$$

$$(4x - 5)(x - 2) = 0,$$

$$4x - 5 = 0, x_1 = 1,25; x - 2 = 0, x_2 = 2$$

40-in vuruqları	Vuruqların cəmi
-4 və -10	-14
-5 və -8	-13

Nümunə 3. $4x^2 - 5x + 4$ üçhədlisində $mn = 16$,

$m + n = -5$. 16-nın mənfi tam ədədlərlə vuruqlarının

siyahısını yazaq. Göründüyü kimi, $mn = 16$,

$m + n = -5$ şərtlərini ödəyən tam ədədlər yoxdur.

Deməli, bu üçhədlini tam ədədlərdən istifadə etməklə vuruqlarına ayırmaq mümkün deyil.

16-nın vuruqları	Vuruqların cəmi
-4 və -4	-8
-2 və -8	-10
-1 və -16	-17

Öyrənmə tapşırıqları

15» Cədvəli dəftərinizdə çəkib doldurun.

Kvadrat üçhədlinin vuruqları	$ax^2 + mx + nx + c$	$ax^2 + bx + c$	$m + n = b$	$mn = ac$
$(2x + 1)(x + 4)$	$2x^2 + 8x + x + 4$	$2x^2 + 9x + 4$	$8 + 1 = 9$	$8 \cdot 1 = 2 \cdot 4$
$(x + 1)(2x - 4)$				
$(2x - 1)(4x + 1)$				
$(3x + 1)(x + 5)$				
$(4x - 3)(2x - 1)$				

Kvadrat tənliklərin vuruqlara ayırma üsulu ilə həlli

16 Vuruqlara ayırma üsulu ilə tənlikləri həll edin.

1) $6x^2 + 5x - 1 = 0$

4) $4x^2 - 8x + 3 = 0$

7) $4x^2 + 8x + 3 = 0$

2) $2x^2 - 5x - 3 = 0$

5) $4x^2 - 7x - 11 = 0$

8) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

3) $2x^2 - 7x + 5 = 0$

6) $3x^2 - 13x - 30 = 0$

9) $3x^2 - 11x + 8 = 0$

17 Verilən kvadrat tənliklərdən sol tərəfini tam ədədlərlə vuruqlarına ayırmaq mümkün olanları həll edin, digərlərinin qarşısında isə * işarəsi yazın.

$4x^2 + 7x + 14 = 0$

$2x^2 - 3x - 9 = 0$

$3x^2 - 8x + 11 = 0$

$2x^2 + 7x + 6 = 0$

$5x^2 + 3x + 4 = 0$

$4x^2 + 22x + 10 = 0$

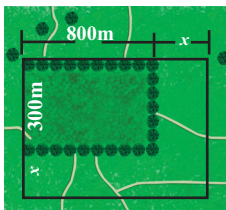
$4x^2 - 12x + 5 = 0$

$3x^2 - 2x - 8 = 0$

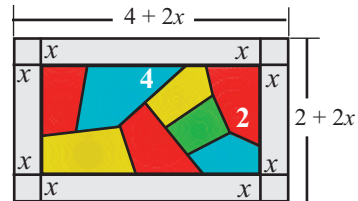
$3x^2 - 8x + 15 = 0$

Tətbiq tapşırıqları

18 Ölçüləri 300 m × 800 m olan yaşıl-
lıq sahəsinin ölçülərini şəkildə
göstərdiyi qaydada dəyişməklə,
onun sahəsinin 1,5 dəfə artırılma-
sı nəzərdə tutulur. Yeni sahənin
ölçülərini müəyyən edin.



19 Dizayner ölçüləri 2 m və 4 m
olan şəbəkə pəncərənin kənar-
larına sahəsi 7 m² olan rəngsiz
şüşədən haşiyə quraşdırmalı-
dır. Haşiyənin eni nə qədər ol-
malıdır?



20 Düzbucaqlının eni uzunluğundan 18 sm qısadır. Düzbucaqlının sahəsinin 319 sm² olduğunu bilərək, onun perimetrini tapın.

21 Şəkildə verilənlərə görə x dəyişəninə qiymətini tapın.

Sahəsi:
64 kvadrat vahid

$x + 7$ $x - 5$

Sahəsi:
36 kvadrat vahid

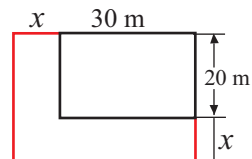
$x + 3$ $x - 2$

22 Nailə ölçüləri 40 sm × 48 sm olan parça üzərində naxışlar tikdi. O, tikməsinin kənarlarına sahəsi 180 sm² olan naxışlı parçadan haşiyə tikmək istəyir. Bu haşiyənin eni tikmənin kənarları boyu eyni qalmaqla neçə santimetr olar?

23 **Qədim Çin məsələsi.** Uzunluğu məlum olmayan bir çubuqla qapını ölçdülər. Çubuğun uzunluğu qapının enindən 4 ch'ih, hündürlüyündən isə 2 ch'ih uzun-
dur, diaqonalı isə çubuqla eyni uzunluqdadır. Qapının ölçülərini tapın.

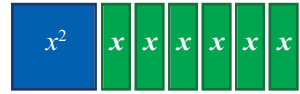
Qeyd: 1ch'ih təxminən 30 sm-dir və Çində ölçü vahidi olaraq istifadə edilir.

24 **Açıq tipli sual.** Şəklə uyğun məsələ qurun və həll edin.



Tam kvadrat ayırmaqla kvadrat tənliklərin həlli

Araşdırma. Şəkilləki cəbr kartları $x^2 + 6x$ ifadəsinə uyğundur.



1. x kartlarını bərabər sayda olmaqla iki hissəyə ayıraraq şəkillə göstərilən qaydada yerləşdirək.

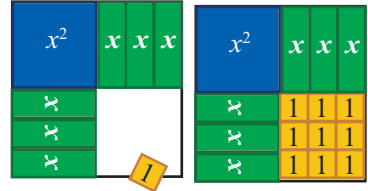
2. Modeli kvadrata tamamlamaq üçün 3×3 sayda vahid cəbr kartları lazımdır.

3. Tamamlanmış kvadrata uyğun üçhədli

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 \text{ olur.}$$

4. Uyğun bir nümunə də siz əlavə edin.

5. Əlavə edilən vahid kartlarla b əmsalının arasında hər hansı bir əlaqə varmı? Bu əlaqəni müəyyən edin.



Tam kvadrat ayırma üsulu

$x^2 + bx$ şəklində ikihədliyə $\left(\frac{b}{2}\right)^2$ həddi əlavə edilsə, tam kvadrata tamamlanar:

$$x^2 + bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2$$

Bu qayda b müsbət və ya mənfi olduğu hal üçün eynidir.

Nümunə 1. $x^2 - 5x - 6 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli. Tənliyi $x^2 - 5x = 6$ şəklində yazıb, hər iki tərəfinə $\left(\frac{5}{2}\right)^2$ əlavə edək:

$$x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 6 + \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}; \quad x - \frac{5}{2} = \pm \frac{7}{2}; \quad x_1 = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = 6; \quad x_2 = \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -1$$

Nümunə 2. $x^2 + 2x - 3 = 0$ tənliyini tam kvadrat ayırma üsulu ilə həll edin.

Həlli: Tənliyi əvvəlcə $x^2 + 2x = 3$ şəklində yazaq.

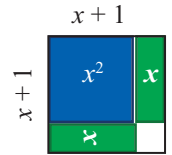
Sol tərəfdəki ifadəyə uyğun sahə modelinin kvadrat

olması üçün vahidləri göstərən 1 cəbr kartı çatışmır.

Deməli, tənliyin hər iki tərəfinə 1 əlavə etsək, sol tərəfi ikihədlinin kvadratı şəklində yazı bilərik:

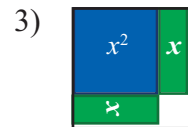
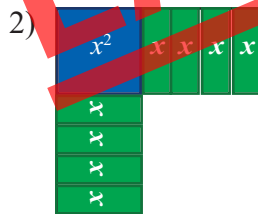
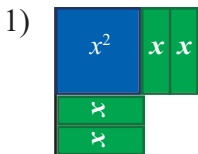
$$x^2 + 2x + 1 = 3 + 1, \quad (x + 1)^2 = 4, \quad x + 1 = \pm 2$$

$$\text{Buradan } x + 1 = 2, \quad x_1 = 1; \quad x + 1 = -2, \quad x_2 = -3$$



Öyrənmə tapşırıqları

1» Modelləri kvadrata tamamlayın. Cəbr kartlarının ümumi sahəsini və kvadratın tərəfinin uzunluğunu göstərən ifadələri yazın.



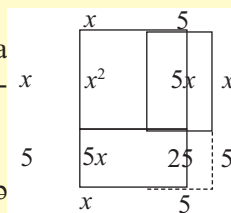
Tam kvadrat ayırmaqla kvadrat tənliklərin həlli

Tarixi məlumat. Tam kvadrat ayırmaqla tənliklərin həlli üsulu ilk dəfə Əl-Xarəzmi tərəfindən verilmişdir. Əl-Xarəzmi $x^2 + 10x = 39$ tənliyinin sol tərəfini tam kvadrata tamamlamaqla aşağıdakı kimi həll etmişdir. O, tənliyin hər iki tərəfinə $(10/2)^2$ əlavə etmişdir.

$$x^2 + 10x + 25 = 39 + 25 \quad (x + 5)^2 = 64 \quad x + 5 = \pm 8$$

$$x_1 = 3, x_2 = -13.$$

Əl-Xarəzmi -13 cavabını nəzərə almamış və cavabı $x = 3$ kimi yazmışdır. Əl-Xarəzmi həlli həmçinin həndəsi olaraq şəkildəki kimi də göstərmişdir.



- 2** Rəngli xanaların yerinə elə ədədlər yazın ki, verilmiş ifadə ikihəddlinin kvadratı olsun. Həlli sahə modeli ilə də təqdim edin.

$$x^2 + 8x + \square$$

$$x^2 + 4x + \square$$

$$x^2 + 10x + \square$$

$$x^2 - 12x + \square$$

$$x^2 - x + \square$$

$$x^2 + 3x + \square$$

- 3** Tənlikləri tam kvadrat ayırma üsulu ilə həll edin.

a) $x^2 - 2x = 8$

b) $x^2 - 4x = 21$

c) $x^2 + 6x = 16$

d) $x^2 + 2x - 3 = 0$

e) $x^2 + 6x - 7 = 0$

f) $x^2 + 3x - 10 = 0$

g) $x^2 - 20x + 36 = 0$

h) $x^2 - 3x = 4$

i) $x^2 - x = 12$

- 4** Tənliklərin hər iki tərəfini 1-ci əmsala bölün və tam kvadrat ayırmaqla həll edin.

a) $3x^2 - 2x = 1$

b) $2x^2 - 8x + 8 = 32$

c) $2x^2 + 5x + 3 = 0$

d) $-x^2 - 6x - 8 = 0$

e) $0,2x^2 - 1,2x + 1,8 = 5$

f) $\frac{2}{3}x^2 - x + \frac{1}{3} = 0$

Nümunə. $2x^2 - 8x - 24 = 0$ tənliyini $2x^2 - 8x = 24$ şəklində yazıb hər bir həddi 2-yə bölək və alınmış tənliyin hər iki tərəfinə $(\frac{4}{2})^2$ həddini əlavə edək:

$$x^2 - 4x = 12; \quad x^2 - 4x + (\frac{4}{2})^2 = (\frac{4}{2})^2 + 12. \text{ Buradan alırıq:}$$

$$x^2 - 4x + 4 = 16; \quad (x - 2)^2 = 16; \quad x - 2 = \pm 4; \quad x_1 = 6, x_2 = -2$$

- 5** İllik $r\%$ artımı ilə banka qoyulmuş P manat məbləğ 2 ildə $A = P(1 + \frac{r}{100})^2$ manat olur. Bu mürəkkəb faiz artımı düsturudur. Əgər iki il ərzində 800 manat pul 882 manat olmuşsa, illik artım neçə faiz olmuşdur?

- 6** Hər dəfə r faiz olmaqla 2 dəfə aparılan ucuzlaşmadan sonra kostyumun qiyməti 240 manatdan 135 manata endi. Hər dəfə neçə faiz ucuzlaşma aparılıb?

Kvadrat tənliyin grafik üsulla həlli

Qrafik üsul

$x^2 + px + q = 0$ tənliyini $x^2 = -px - q$ şəklində yazaq. $y = x^2$ parabolası ilə $y = -px - q$ düz xəttin kəsişmə nöqtələrinin absisləri verilmiş tənliyin həlli olar. Parabola ilə düz xətt kəsişə bilər (bu halda tənliyin iki müxtəlif kökü tapılır), bir ortaq nöqtəsi ola bilər (bu halda tənliyi ödəyən ədəd yeganədir), ya da onların ortaq nöqtəsi olmaya bilər (bu halda verilmiş tənliyin həqiqi kökü yoxdur).

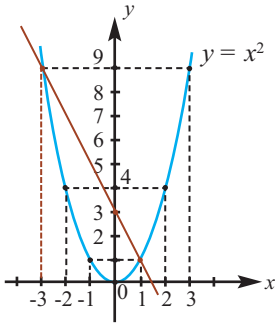
Nümunə 1.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x^2 = 3 - 2x$$

x	0	± 1	± 2	± 3
$y = x^2$	0	1	4	9

x	0	1
$y = 3 - 2x$	3	1



Qrafiklər iki nöqtədə kəsişirlər. Kəsişmə nöqtələrinin absisləri -3 və 1 -dir. Yoxlamaqla əmin oluruq ki, hər iki ədəd verilmiş tənliyi ödəyir.

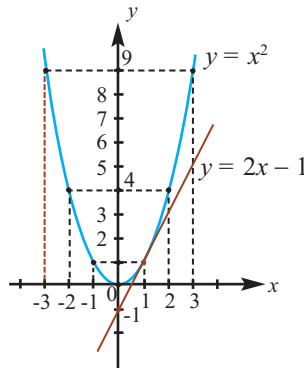
$ax^2 + bx + c = 0$ tənliyinin hər iki tərəfini $a \neq 0$ ədədinə bölməklə çevrilmiş kvadrat tənliyə gətirmək və yuxarıda verilən grafik üsulla həll etmək əlverişlidir. Qrafik üsulla həll zamanı bir çox hallarda dəqiq deyil, təqribi həlli tapmaq olur.

Nümunə 2. $x^2 - 2x + 1 = 0$

$$x^2 = 2x - 1$$

$y = 2x - 1$ düz xəttini qurmaq üçün cədvəl tərtib edin.

x	0	1
$y = 2x - 1$	-1	1



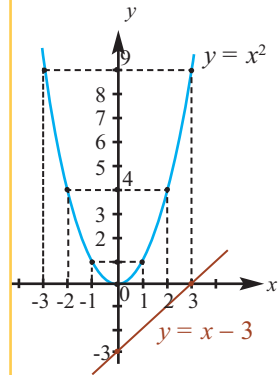
Parabola ilə düz xətt absisi 1 olan nöqtədə toxunur. Tənliyi ödəyən ədəd yeganədir: $x = 1$

Nümunə 3.

$$x^2 - x + 3 = 0$$

$$x^2 = x - 3$$

x	0	3
$y = x - 3$	-3	0



Qrafiklərin kəsişmə nöqtəsi yoxdur. Deməli, verilmiş tənliyin həqiqi kökü yoxdur.

Öyrənmə tapşırıqları

- 1) Tənliyin kökü olub-olmadığını grafik üsulla araşdırın. Kökü varsa, onların dəqiq və ya təqribi qiymətlərini tapın.
 - a) $x^2 = 6 - x$
 - b) $x^2 - x + 4 = 0$
 - c) $x^2 - 4x + 4 = 0$
 - d) $x^2 - 2x - 6 = 0$
- 2) Tənlikləri grafik üsulla həll edin.
 - a) $x^2 - 3x = 0$
 - b) $x^2 - 2 = 0$
 - c) $x^2 + 4x = 0$
 - d) $x^2 + 4 = 0$
- 3) Verilmiş tənliyi əvvəlcə çevrilmiş tənliyə gətirin və grafik üsulla həll edin.
 - a) $2x^2 - 2x - 4 = 0$
 - b) $-2x^2 + 4x + 6 = 0$
 - c) $-x^2 + 5x = 4$

Kvadrat tənliyin grafik üsulla həlli

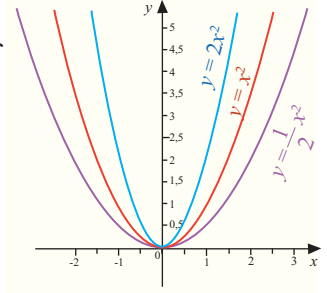
Qrafkalkulyator

Online qrafkalkulyatorlardan istifadə etməklə müxtəlif qrafikləri qurmaq olar.

Şəkilə $y = x^2$, $y = 2x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ funksiyalarının

www.meta-calculator.com/online qrafkalkulyatordan istifadə etməklə qurulmuş qrafikləri verilmişdir.

Qrafkalkulyatorla bir koordinat müstəvisi üzərində parabolunu və düz xətti qurmaqla kvadrat tənlikləri grafik üsulla həll edə bilərsiniz.



http://my.hrw.com/math06_07/nsmedia/tools/Graph_Calculator/graphCalc.html

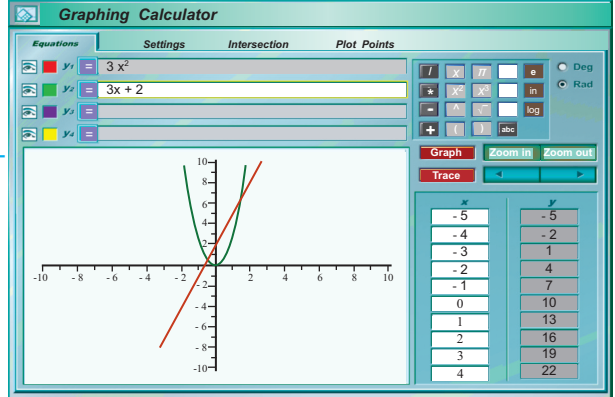
Şəkilə $3x^2 - 3x - 2 = 0$

tənliyini $3x^2 = 3x + 2$

şəklində yazmaqla onun

www.my.hrw.com/math06_07/ns-media/tools/Graph_Calculator/graphCalc.html

qrafkalkulyatorunda qrafik üsulla həlli verilmişdir. Qrafikə görə bu tənliyin köklərinin təqribi qiymətlərini tapın.



4 Verilən tənlikləri qrafkalkulyatorların köməyiylə həll edin.

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$4x^2 - 13x + 3 = 0$$

$$5x^2 + 7x + 2 = 0$$

$$-2x^2 - 2x + 4 = 0$$

$$-\frac{1}{3}x^2 - 2x + 9 = 0$$

$$0,5x^2 + 4x + 6 = 0$$

5 Tənlikləri seçdiyiniz üsullarla həll edin.

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$3x^2 - 8x + 5 = 0$$

$$2x^2 - 5x - 7 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$5x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$3x^2 + 4x - 7 = 0$$

$$7x^2 - 8x - 12 = 0$$

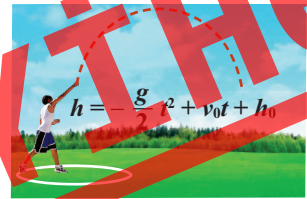
6 v_0 (m/san) başlanğıc sürəti ilə yuxarı atılmış cismin, yer səthindən h (metr) məsafəsinin t (saniyə) uçuş müddətindən asılılığı $h = -\frac{g}{2}t^2 + v_0t + h_0$ düsturu ilə verilir.

Burada h_0 - başlanğıc hündürlük,

g -sərbəstdüşmə təcilidir: $g \approx 10$ m/san²

Məktəbdə şagirdlər disk atmaqla yarışirlar.

Elçinin boyu 1,60 m-dir. 1) Elçinin 24 m/san



başlanğıc sürətlə atdığı disk təxminən neçə saniyədən sonra yerə düşəcək?

2) Disk neçənci saniyədə 20 m hündürlükdə oldu? Burada h_0 olaraq Elçinin boyunu qəbul edin.

7 Yerdən 30 m/san başlanğıc sürətlə yuxarı atılmış cismin t saniyə anında yerdən olan məsafəsinin $h = -5t^2 + 30t$ düsturu ilə hesablamaq olar. Cisim neçə saniyədən sonra yerdən 40 m yüksəklikdə olacaq?

Kvadrat tənliklərin həlli

Kvadrat tənliyin kökləri düsturu

Tam kvadrat ayırma üsulu ilə istənilən $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin ($a \neq 0$) həlli üçün ümumi düstur yazmaq mümkündür.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Hər iki tərəfi a -ya bölək.

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

Hər iki tərəfdən $\frac{c}{a}$ çıxmaq.

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

Sol tərəfi tam kvadrata tamamlamaq üçün tənliyin hər iki tərəfinə $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ əlavə edək.

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Sol tərəfi iki ifadənin cəminin kvadratı kimi yazmaq, sağ tərəfi isə sadələşdirək.

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

Sağ tərəf mənfi deyilsə, hər iki tərəfdən kvadrat kök alaq.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Hər iki tərəfdən $\frac{b}{2a}$ çıxmaq.

Beləliklə, $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin kökləri düsturunu aldıq.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Kvadrat tənliyin kökləri düsturunu $D = b^2 - 4ac$ işarə etməklə

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \text{ kimi yazmaq olar.}$$

Kvadrat tənliyin həqiqi köklərinin varlığı D -nin işarəsindən asılıdır.

D -yə kvadrat tənliyin diskriminantı (ayırddedici) deyilir.

1) $D < 0$ olarsa, tənliyin həqiqi kökü yoxdur.

2) $D = 0$ olarsa, tənliyin iki bərabər kökü var: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$

3) $D > 0$ olarsa, tənliyin iki müxtəlif həqiqi kökü var: $x_1 \neq x_2$

Nümunə. $4x^2 + 7x + 3 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: $a = 4, b = 7, c = 3, D = b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 4 \cdot 3 = 49 - 48 = 1 > 0$ olduğundan tənliyin iki müxtəlif həqiqi kökü var:

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 4}; \quad x_1 = \frac{-7 + 1}{8} = -\frac{6}{8} = -\frac{3}{4}, \quad x_2 = \frac{-7 - 1}{8} = -1$$

$x^2 + px + q = 0$ tənliyində $a = 1, b = p, c = q$ olduğundan çevrilmiş kvadrat tənliyin diskriminantı $D = p^2 - 4q$ düsturu ilə hesablanır. $D \geq 0$ olduqda çevrilmiş kvadrat tənliyin kökləri üçün

$$x_1 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}, \quad x_2 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2} \text{ düsturları doğrudur.}$$

Kvadrat tənliklərin həlli

Öyrənmə tapşırıqları

1» Tənliyin diskriminantını hesablamaqla, onun həqiqi kökünün olub-olmadığını araşdırın.

a) $3x^2 + x + 5 = 0$

c) $4x^2 - 4x + 1 = 0$

b) $2x^2 - x - 6 = 0$

d) $x^2 + x - 7 = 0$

2» Tənlikləri həll edin.

a) $3x^2 - 7x + 4 = 0$

c) $5x^2 + 8x + 3 = 0$

b) $5x^2 + 6x + 1 = 0$

d) $2x^2 - 9x + 7 = 0$

3» Çevrilmiş kvadrat tənliyin kökləri düsturunu tətbiq etməklə, aşağıdakı tənlikləri həll edin.

a) $x^2 - 8x + 15 = 0$

b) $x^2 + 14x + 40 = 0$

c) $x^2 - 7x + 6 = 0$

d) $x^2 - 11x + 10 = 0$

4» Tənlikləri həll edin.

a) $5t^2 - 11t + 2 = 0$

b) $35y^2 + 2y - 1 = 0$

c) $2z^2 + 7z + 4 = 0$

d) $x^2 - x - 1 = 0$

5» x -in hansı qiymətində:

a) $x^2 - 11x + 32$ üçhədlisi 2-yə bərabər qiymət alır;

b) $3x^2 - 2x + 5$ üçhədlisi $7x - 1$ ikihədlisinə bərabər olar;

c) $3x^2 - 4x + 2$ və $x^2 + x$ çoxhədlilərinin qiymətləri bərabər olar?

6» Tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edin.

$x^2 + 10x + 24 = 0$

$x^2 - 4x = 3$

$(3p - 5)(p + 1) = -4$

$x^2 + 6x + 8 = 0$

$-24 = -2y^2 + 2y$

$3x(x - 2) = 24$

$2x^2 + 3x - 5 = 0$

$9y^2 - 12y - 5 = 0$

$m(m + 10) = 2$

7» Tənlikləri seçdiyiniz üsulla həll edin.

$t^2 + 8t + 15 = 0$

$m^2 + 6m + 8 = 0$

$t^2 - \frac{2}{5}t = 0$

$p^2 + 4p + 1 = 0$

$q^2 + 2q + 1 = 0$

$n(n - 4) = n$

$2a^2 + 4a + 1 = 7$

$3a^2 + 6a - 3 = 0$

$n^2 - \frac{2}{3}n = \frac{8}{9}$

8» 1) İki natural ədədin hasili 84 və fərqi 5-dir. Bu ədədləri tapın.

2) Bir ədədin kvadratı bu ədədin 4 mislindən 5 vahid böyükdür. Bu ədədi tapın.

3) Bir ədədin kvadratının iki misli bu ədədin 5 misli ilə 3-ün cəminə bərabərdir. Bu ədədi tapın.

9» Kvadratın tərəfini 4,5 sm artırırsa, sahəsi 2,25 dəfə artar. Verilmiş kvadratın tərəfinin uzunluğunu tapın.

Kvadrat tənliklərin həlli

- 10** 1) Ədədin üzərinə onun kvadratının iki mislini əlavə etsək, cəm 6-ya bərabər olar. Bu ədədi tapın.
 2) Hasili 56-ya bərabər olan iki ardıcıl ədəd tapın.
 3) Kvadrat tənliklə həll edilən oxşar bir məsələ də siz qurun və həll edin.
- 11** Tənlikləri həll edin.
 a) $5x^2 - 4x = 9$ b) $x^2 + 51 = 52x$ c) $4 - x^2 = 5x$ d) $25 + x^2 = 26x$
- 12** Düzbucaqlı formalı həyətin uzunluğu enindən 1 m böyükdür. Onun enini 4 m, uzunluğunu 5 m artırıqda, sahəsi 120 m² olar. Həyətin əvvəlki ölçülərini tapın.
- 13** Düzbucaqlının eni 4 sm, uzunluğu 8 sm-dir. Düzbucaqlının enini və uzunluğunu eyni ölçüdə artırmaqla onun sahəsini 3 dəfə artırdılar. Düzbucaqlının yeni ölçülərini tapın.
- 14** Tənlikləri müxtəlif üsullarla həll edin.

$$x^2 + 6x = 7$$

$$8y^2 - 36y + 28 = 0$$

$$2x(x - 6) = 14$$

$$16x^2 = 25x^2 + 7x - 2$$

$$x^2 + 7x - 8 = 0$$

$$3r^2 + 2r - 1 = 0$$

$$3x^2 + 24x = 13x^2 + 13x + 1$$

$$(2w + 5)(w - 1) = 9$$

$$(3p - 5)(p + 1) = 3$$

Kvadrat tənliyin ikinci əmsalı $b = 2k$ şəklində olarsa, $ax^2 + bx + c = 0$ tənliyini $ax^2 + 2kx + c = 0$ şəklində yazaq.

Onda $D = (2k)^2 - 4ac = 4k^2 - 4ac = 4(k^2 - ac)$.

$D_1 = k^2 - ac$ işarə etsək, $D = 4 \cdot D_1$ olar. Onda

$$x_{1,2} = \frac{-2k \pm \sqrt{4D_1}}{2a} = \frac{-2k \pm 2\sqrt{D_1}}{2a} = \frac{2(-k \pm \sqrt{D_1})}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

burada
 $D_1 = k^2 - ac$

Nümunə. $9x^2 - 14x + 5 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: $a = 9$ $b = -14 = 2 \cdot (-7)$, $k = -7$, $c = 5$

$$D_1 = k^2 - ac = (-7)^2 - 9 \cdot 5 = 49 - 45 = 4$$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a} = \frac{7 \pm \sqrt{4}}{9} = \frac{7 \pm 2}{9} \quad x_1 = \frac{5}{9} \quad x_2 = 1$$

- 15** Tənlikləri həll edin.

a) $3x^2 - 14x + 15 = 0$

b) $5x^2 - 16x + 3 = 0$

c) $5x^2 + 26x - 24 = 0$

d) $x^2 - 22x - 23 = 0$

e) $x^2 - 34x + 289 = 0$

f) $3x^2 + 32x + 80 = 0$

- 16** Əvvəlcə tənliyin hər iki tərəfini eyni ədədə vurun ki, əmsallar tam ədədlər olsun və sonra bu tənliyi həll edin.

a) $x^2 - 2,5x + 1 = 0$

c) $0,4x^2 + x - 0,3 = 0$

e) $0,7x^2 = 1,3x + 3$

b) $\frac{1}{3}x^2 + 2x = 9$

d) $\frac{x^2}{3} - 7x = 1$

f) $\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x - 1 = 0$

- 17** a -nın hansı qiymətlərində $(a^2 + 7a + 6)$ üçhədlisi və $(a + 1)$ ikihədlisi bərabər qiymətlər alır? a -nın bu qiymətlərində üçhədlinin uyğun qiymətini tapın.

Kvadrat tənliklərin həlli

18» Tənlikləri həll etmək üçün müxtəlif üsullar seçin.

a) $7(x+3)^2 = 28$

b) $3x^2 - 10x = 7 - 6x$

c) $x^2 + 9 = 8x$

d) $10x^2 + 3x = 0$

e) $2x^2 - 12x + 7 = 5$

f) $21 = (x-2)^2 + 5$

19» Tənlikləri həll edin.

$400x^2 + 40x - 100 = 0$

$x^2 + 1,3x - 0,4 = 0$

$0,05x^2 - 0,2x - 1,2 = 0$

$4y^2 - 0,2y + 3,2 = 0$

$0,25x^2 - 0,16 = 0$

$3600x^2 - 4900 = 0$

Tətbiq tapşırıqları

20» Kitab mağazası sahibinin kitab satışından əldə etdiyi gəliri (manatla)

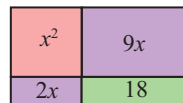
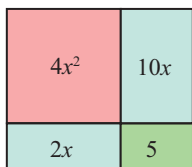
$G = 0,02n^2 + 0,4n$ düsturu ilə hesablamaq olar. Burada n satılan kitabların sayını göstərir. Sahibkar neçə kitab satışından 70 manat gəlir əldə edə bilər?

21» Sahələri uyğun kvadrat üçhədlilərlə və vuruqlara ayrılmış şəkildə ifadə edin. Sahənin verilmiş qiymətinə görə düzbucaqlının perimetrini tapın.

Sahə: 165 kv. vahid

Sahə: 300 kv. vahid

Sahə: 144 kv. vahid



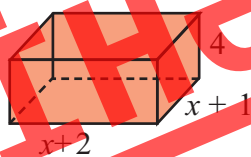
22» İsbat edin ki, $ax^2 - (a+c)x + c = 0$ tənliyinin köklərindən biri 1-ə bərabərdir.

23» 73 ədədini hansı natural ədədə böldükdə natamam qismət böləndən 3 vahid böyük, qalıq isə böləndən 4 vahid kiçik olar?

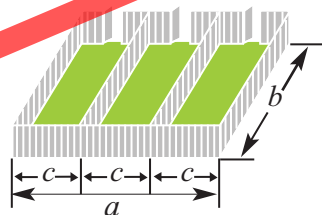
24» Şəkildə verilənlərə görə məsələləri həll edin.

a) Düzbucaqlı paralelepiped formasında olan qutunun həcmi 120 sm^3 olarsa, onun ölçülərini müəyyən edin. "Məsələnin iki cavabı var" fikri doğrudurmu? Fikirlerinizi yazın.

b) Qutunun hazırlanmasına neçə kvadrat santimetr karton sərf olunar?



25» Fermer hasarının uzunluğu (perimetri) 80 m olan düzbucaqlı şəkildə sahəni şəkildə göstərildiyi kimi üç bərabər düzbucaqlı formalı hissələrə bölməyi planlaşdırır. Ümumi sahənin 300 m^2 və $a > b$ olduğunu bilərək, hər bir hissənin ölçülərini tapın.



Viyet teoremi

Araşdırma. 1) $x^2 - 2x - 1 = 0$ kvadrat tənliyini həll edin:

$$x_1 = 1 + \sqrt{2}; x_2 = 1 - \sqrt{2}$$

2) Köklərin cəmini və hasilini tapın:

$$x_1 + x_2 = 2; x_1 \cdot x_2 = -1$$

3) Köklərin cəmini verilmiş tənlikdə x -in əmsalı ilə, köklərin hasilini sərbəst həddə müqayisə edin. Köklərin cəmi verilmiş tənlikdə x -in əmsalının əksi olan ədədə, köklərin hasilini isə sərbəst həddə bərabərdir.

4) Oxşar xassə istənilən çevrilmiş tənlik üçün doğrudurmu?

Viyet teoremi

Teorem: Çevrilmiş kvadrat tənliyin köklərinin cəmi əks işarə ilə ikinci əmsala, köklərinin hasilini isə sərbəst həddə bərabərdir.

$$\begin{aligned} x^2 + px + q &= 0 \\ x_1 + x_2 &= -p, \quad x_1 \cdot x_2 = q \end{aligned}$$

İsbatı: $x^2 + px + q = 0$ çevrilmiş kvadrat tənliyin köklərinin

$$x_1 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \quad \text{və} \quad x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \quad \text{olduğu məlumdur. Buradan:}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} + \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{-p - \sqrt{D} - p + \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2 - (\sqrt{D})^2}{4} = \frac{p^2 - D}{4} = \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{4q}{4} = q$$

Beləliklə, $x^2 + px + q = 0$ tənliyi üçün $x_1 + x_2 = -p$ və $x_1 \cdot x_2 = q$

İstənilən $ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyini hər iki tərəfini a -ya bölməklə, onunla eynigüclü olan $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ çevrilmiş kvadrat tənliyi ilə əvəz edə bilərik. Onda Viyet teoremini tətbiq etmək olar.

$ax^2 + bx + c = 0$ kvadrat tənliyinin köklərinin cəmi $-\frac{b}{a}$ -yə, hasilini isə $\frac{c}{a}$ -yə bərabərdir.

$D = 0$ olan halda (kvadrat tənliyin iki bərabər kökü olduğu halda) da Viyet teoremi öz qüvvəsində qalır.

Nümunə. $x^2 - 9x + 20 = 0$ tənliyinin

köklərini seçmə üsulu ilə tapın.

Həlli. Viyet teoreminə görə

$$x_1 + x_2 = 9, \quad x_1 \cdot x_2 = 20.$$

Tənliyin kökləri 4 və 5 ədədləridir.

20-nin vuruqları	Vuruqların cəmi
1 · 20	21
2 · 10	12
4 · 5	9

Öyrənmə tapşırıqları

1 Tənliklərin köklərinin cəmini və hasilini Viyet teoreminə görə tapın. Tənliyi həll etməklə nəticənin doğruluğunu yoxlayın.

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x^2 - 11x + 10 = 0$$

$$x^2 - 6x - 40 = 0$$

$$2x^2 - 3x - 5 = 0$$

$$3x^2 + 5x - 8 = 0$$

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$2d^2 + 12d - 16 = 0$$

Viyet teoremi

2» Tənliyin köklərini seçmə üsulu ilə tapın.

a) $x^2 - 5x - 6 = 0$

c) $x^2 - 8x + 12 = 0$

e) $x^2 - 8x + 15 = 0$

b) $x^2 - 4x + 3 = 0$

d) $x^2 - 6x + 8 = 0$

f) $x^2 - 2x - 48 = 0$

3» 1) $x^2 + px - 35 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 7-yə bərabərdir. O biri kökü və p əmsalını tapın.

2) $x^2 - 13x + q = 0$ tənliyinin köklərindən biri 1-ə bərabərdir. O biri kökü və q əmsalını tapın.

3) $3x^2 + bx + 12 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 2-yə bərabərdir. O biri kökü və b əmsalını tapın.

4) $x^2 - 12x + q = 0$ tənliyinin köklərinin fərqi 2-yə bərabədirsə, q -nü tapın.

4» $x^2 - 3x - 5 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 olarsa, ifadələrin qiymətini hesablayın.

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$

b) $x_1^2 + x_2^2$

c) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$

5» Tənliyi həll etmədən köklərinin işarəsini müəyyən edin.

a) $x^2 - 17x + 16 = 0$

b) $2x^2 - x - 54 = 0$

c) $3x^2 - x - 1 = 0$

d) $x^2 + 13x + 12 = 0$

Viyet teoreminin tərsi

Tərs teorem. m və n ədədlərinin cəmi $-p$ -yə, hasilisi isə q -yə bərabər olarsa, bu ədədlər $x^2 + px + q = 0$ tənliyinin kökləridir.

Bu teoremi belə də ifadə etmək olar: istənilən m və n ədədləri

$x^2 - (m + n)x + m \cdot n = 0$ tənliyinin kökləridir.

İsbati. Doğrudan da, tənlikdə $x = m$ yazsaq,

$m^2 - (m + n) \cdot m + mn = m^2 - m^2 - mn + mn = 0$ olduğunu alırıq, yəni m ədədi tənliyi ödəyir. $x = n$ ədədinin də tənliyin kökü olduğunu eyni qayda ilə göstərmək olar.

Nümunə. Kökləri $m = 3$ və $n = -5$ olan çevrilmiş kvadrat tənlik qurun.

Həlli: $m + n = 3 + (-5) = -2$, $m \cdot n = 3 \cdot (-5) = -15$ olduğundan tələb olunan tənlik $x^2 + 2x - 15 = 0$ olur.

6» Kökləri verilmiş ədədlər olan çevrilmiş kvadrat tənlik qurun.

a) 3 və 4

b) 2 və 5

c) -3 və 6

d) -4 və 2

7» Verilmiş köklərinə görə çevrilmiş kvadrat tənliyi yazın.

a) $x_1 = -1$ və $x_2 = 5$

b) $x_1 = 4$ və $x_2 = 3$

c) $x_1 = -2$ və $x_2 = 3$

d) $x_1 = 5$ və $x_2 = 6$

e) $x_1 = \sqrt{2} - 1$ və $x_2 = \sqrt{2} + 1$

f) $x_1 = 3 - \sqrt{2}$ və $x_2 = 3 + \sqrt{2}$

Viyet teoremi

- 8) 1) $x^2 - 7x + 10 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $(3x_1 - 2)(3x_2 - 2)$ ifadəsinin qiymətini tapın.
2) $4x^2 - 17x + 4 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ ifadəsinin qiymətini tapın.
Nümunə. $x^2 - 6x + 5 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $x_1^2x_2 + x_1x_2^2$ ifadəsinin qiymətini tapın.
Həlli: Viyet teoreminə görə $x_1 + x_2 = 6$ və $x_1x_2 = 5$
 $x_1^2x_2 + x_1x_2^2 = x_1x_2(x_1 + x_2) = 5 \cdot 6 = 30$
- 9) Kvadrat tənliyin kökləri düsturunu araşdırmaqla tam əmsallı tənliyin köklərindən biri $(m + \sqrt{n})$ şəklində irrasional ədəd olduqda $(m - \sqrt{n})$ ədədinin də bu tənliyi ödədiyini göstərin.
- 10) 1) Aşağıda tam əmsallı kvadrat tənliyin köklərindən biri verilmişdir, tənliyin digər kökünü tapın. Həllinizi yazılı izah edin.
a) $-2 + \sqrt{3}$ b) $2\sqrt{5} + 1$ c) $3 - \sqrt{7}$ d) $m + \sqrt{n}$
2) Köklərindən biri $2 - \sqrt{3}$ olan tam əmsallı çevrilmiş kvadrat tənlik yazın.
- 11) $x^2 - 4x + m + 1 = 0$ tənliyinin köklərinin bərabər olması üçün m -in qiyməti neçə olmalıdır?
- 12) $x^2 - 8x + n = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $3x_1 - x_2 = 4$ olduğunu bilərək, n -in qiymətini tapın.
Göstəriş: $3x_1 - x_2 = 4$ və $x_1 + x_2 = 8$ tənliklər sistemini həll edin.
- 13) $x^2 - nx + 8 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir.
a) $x_1 = 2x_2$; b) $x_1 = x_2^2$ olduğunu nəzərə alaraq n -in qiymətini tapın.
- 14) 1) $x^2 - 6x + n = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir.
a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$ olduğunu bilərək, n -in qiymətini tapın.
b) $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = \sqrt{7}$ olduğuna görə n -in qiymətini tapın.
Göstəriş: $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2$ olduğunu nəzərə alın.
2) $x^2 + (n - 5)x + n - 6 = 0$ tənliyinin kökləri x_1 və x_2 -dir. $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$ olduğunu bilərək, n -in qiymətini tapın.
- 15) 1) x_1 və x_2 ədədlərinin $x^2 - x - 1 = 0$ tənliyinin kökləri olduğunu bilərək, kökləri $2x_1 - 3$ və $2x_2 - 3$ olan kvadrat tənlik qurun.
2) $2x^2 - bx + c = 0$ tənliyinin köklərindən birinin $(3 - \sqrt{2})$ olduğunu bilərək, $(b + c)$ -ni tapın. Burada b və c tam ədədlərdir.
- 16) Diskriminantı hesablamaqla tənliklərin həqiqi kökü olub-olmadığını müəyyən edin. Tənliyin həqiqi kökləri varsa, onların işarələrini müəyyən edin.
a) $x^2 - 2x - 1 = 0$ c) $3x^2 - 4x + 7,2 = 0$
b) $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ d) $x^2 + x - 1 = 0$

1» Yeni dəyişən daxil etməklə tənlikləri həll edin.

1) $(x + 2)^2 + 3(x + 2) - 54 = 0$

4) $(x - 2)^2 - 15(x - 2) + 56 = 0$

2) $6(x + 5)^2 - 5(x + 5) + 1 = 0$

5) $3(2x - 3)^2 + 17(2x - 3) + 10 = 0$

3) $(x^2 - x)^2 - 8(x^2 - x) + 12 = 0$

6) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

Nümunə. $(x + 3)^2 + 3(x + 3) - 54 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: $x + 3 = t$ əvəzləməsini apararaq və

$t^2 + 3t - 54 = 0$ tənliyini $(t + 9)(t - 6) = 0$ kimi yazaraq həll edək:

$t_1 = -9$; $t_2 = 6$. Əvəzləməni nəzərə alaq:

$x + 3 = -9$, $x_1 = -12$; $x + 3 = 6$ $x_2 = 3$

x -in qiymətlərini ilkin tənlikdə yerinə yazmaqla həllin doğruluğunu yoxlayın.

2» Tənlikləri həll edin.

a) $x + \sqrt{x} - 2 = 0$

b) $x - 2\sqrt{x} - 3 = 0$

Nümunə. $x - \sqrt{x} - 6 = 0$ tənliyini həll edin.

Həlli: $\sqrt{x} = t$ əvəzləməsi etsək, $x = t^2$ olar. Onda verilmiş tənlik yeni t dəyişəninə görə $t^2 - t - 6 = 0$ şəklinə düşər. Bu tənliyi həll etsək, $t_1 = 3$, $t_2 = -2$ alırıq. Bunları əvəzləmədə nəzərə alaq:

1) $\sqrt{x} = 3$, $x = 9$, 2) $\sqrt{x} = -2$ kökü yoxdur.

Verilmiş tənliyin kökü 9-dur.

3» Tənlikləri həll edin. $|x| = t$ əvəzləməsindən istifadə edin.

a) $x^2 - 3|x| + 2 = 0$

b) $x^2 + 2|x| - 3 = 0$

4» m -in hansı qiymətlərində $(m + 1)x^2 + (2m - 1)x + m - 1 = 0$ tənliyini ödəyən həqiqi ədəd yeganədir?

5» Tənlikləri həll edin.

a) $(x + 1)(x + 2) = 18 + 3x$

c) $(x - 2)^2 + x(x + 4) = 22$

b) $(x - 3)^2 + (x + 1)^2 = 10$

d) $8 - 3x = (x + 2)(x + 4)$

6» Tənliklərin köklərini tapın.

a) $(x + 1)(2x - 3) = 7$

c) $(x + 8)(x - 9) + 52 = 0$

b) $x(3x - 2) = (5x - 2)(x - 1)$

d) $x(x + 7) = (2 - x)(x + 2)$

7» Tənliklərin köklərini tapın.

a) $(x + 1)^2 = (2x - 1)^2$

b) $x^3 + 8 = (x + 2)^3$

c) $\frac{6x + 1}{3} - \frac{4x^2 - 3}{2} = \frac{7}{3}$

d) $\frac{-7x - 5}{4} = \frac{4x^2 - 3}{2}$

8» Düzbucaqlının bir tərəfinin uzunluğu digər tərəfinin uzunluğunun iki mislindən 3 m qısadır. Düzbucaqlının sahəsinin 299 m² olduğunu bilərək, onun perimetrini tapın.

Kvadrat tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Məsələ. Düzbucaqlı üçbucağın katetlərindən biri o birindən 2 sm böyük, hipotenuzdan isə 2 sm kiçikdir. Üçbucağın perimetrini tapın.

1-ci mərhələ - məlumatların müəyyən edilməsi

Böyük katetin uzunluğunu x ilə işarə etsək, şərtə görə kiçik katet $(x - 2)$, hipotenuz isə $(x + 2)$ olar.

2-ci mərhələ - tənliyin qurulması,

Pifaqor teoreminə görə $x^2 + (x - 2)^2 = (x + 2)^2$ tənliyini alırıq.

3-cü mərhələ - tənliyin həll edilməsi

Tənliyi aşağıdakı şəkllə gətirək.

$$x^2 + x^2 - 4x + 4 = x^2 + 4x + 4; \quad x^2 - 8x = 0; \quad x(x - 8) = 0.$$

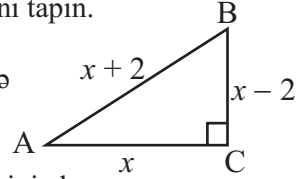
Buradan $x = 0$ və ya $x = 8$

4-cü mərhələ - həllin araşdırılması.

Uzunluq müsbət ədədlə ölçüldüyündən, tənliyin $x = 8$ kökü məsələnin həllinə uyğundur. Yəni, böyük katetin uzunluğu 8 sm-dir.

Onda kiçik katet $x - 2 = 8 - 2 = 6$ sm, hipotenuz $x + 2 = 8 + 2 = 10$ sm olur.

Perimetr: $P = 6 + 8 + 10 = 24$ (sm). **Cavab:** üçbucağın perimetri 24 sm-dir.



- 1» Uzunluğu enindən 4 sm böyük olan düzbucaqlının sahəsi 60 sm²-dir. Düzbucaqlının perimetrini tapın.
- 2» Ardıcıl iki natural ədədin cəminin kvadratı onların kvadratları cəmindən 112 vahid böyükdür. Bu ədədləri tapın.
- 3» Düzbucaqlı üçbucaqda katetlərdən biri hipotenuzdan 1 sm, o biri isə 8 sm kiçikdir. Hipotenuzu tapın.
- 4» Şahmat turnirində 45 partiya oynanılmışdır. Hər iştirakçının digər iştirakçıların hər biri ilə bir partiya oynadığı məlum olarsa, turnir iştirakçılarının sayını tapın.
- 5» Eyni limandan eyni vaxtda hərəkətə başlayan gəmilərdən biri şərqə, digəri isə şimala doğru istiqamətləndi. 1 saatdan sonra gəmilər arasındakı məsafə 40 km oldu. Şimala doğru hərəkət edən gəminin sürəti şərqə hərəkət edən gəminin sürətindən saatda 8 km çoxdur. Hər bir gəminin sürətini tapın.
- 6» Düzbucaqlışəkilli və kvadratsəkilli iki ərazinin sahələri bərabərdir. Düzbucaqlı sahənin uzunluğu kvadratin tərəfinin iki mislindən 5 m böyükdür, eni isə kvadratin tərəfindən 6 m kiçikdir. Kvadratin tərəfinin uzunluğunu tapın.
- 7» Eyni nöqtədən düz bucaq altında kəsişən yollar üzrə hərəkətə başlayan iki yük maşınından birinin sürəti digərininkindən saatda 5 km çoxdur. 2 saat sonra onlar arasındakı məsafə 50 km olarsa, yük maşınlarının sürətlərini tapın.

Kvadrat tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

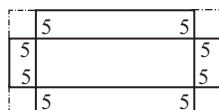
- 8» Nərmnin düzbucaqlı formalı sahənin uzunluğu 15 m olan diaqonalı üzrə piyada gəzir. Sonra hərəkətə başladığı nöqtəyə qayıdır və bu dəfə sahənin perimetri boyu dövrə vuraraq 42 m yol gedir. Nərmnin piyada gəzdiyi düzbucaqlı formalı sahənin ölçülərini tapın.

- 9» Ağzıaçıq yeşik düzbucaqlı paralelepiped formasında olub hündürlüyü 0,5 m-dir, eni isə uzunluğundan 2 dəfə kiçikdir. Yeşiyin yan səthi (yan üzvlərinin sahələri cəmin) oturacağıın sahəsindən 1,08 m² böyükdür.

Yeşiyin ölçülərini və həcmi tapın. Məsələnin neçə həlli var?

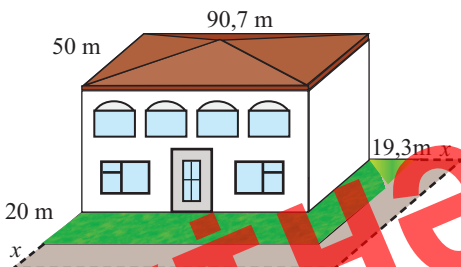


- 10» Uzunluğu enindən 2 dəfə böyük olan düzbucaqlı şəklindəki kartonun küncələrindən tərəfi 5 sm olan kvadratlar kəsilib çıxarıldı. Sonra kartondan qatlayıb yapışdırma yolu ilə paralelepiped formalı ağzı açıq qutu düzəldildi. Qutunun həcmi 1500 sm³ olduğunu bilərək, kartonun kəsindən əvvəlki ölçülərini tapın.



- 11» Hər dəfə eyni faiz olmaqla iki dəfə aparılan ucuzlaşmadan sonra fotoaparatin qiyməti 300 manatdan 192 manata endi. Qiymətlər hər dəfə neçə faiz ucuzlaşıb?

- 12» Xəstəxananın gəzinti bağını ikiqat genişləndirmək məqsədilə onun həyəti şəkildə göstəriləndiyi kimi eyni ölçüdə artırıldı. Bu sahə neçə kvadrat metr oldu? Hesablamaları uyğun kalkulyatorlarla yerinə yetrin. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



- 13» 8^a sinif şagirdləri bayramqabağı bir-birinə hədiyyə olaraq 1 kitab bağışladılar. Cəmi 380 kitab bağışlanmışsa, bu sinifdə neçə şagird var?

- 14» İdmançıların 10 metr hündürlükdə tramplindən suya tullanarkən istənilən t zamanında olduğu hündürlüyü tapmaq üçün $h = -4,9t^2 + 3t + 10$ düsturundan istifadə etmək olar. t saniyələrlə zamanı, h isə metrle hündürlüyü göstərir. Tramplindən tullanmış idmançı neçə saniyədən sonra hovuzə düşər?



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1» Tənlikləri həll edin.

$$2x^2 - 5 = 0$$

$$-(x-2)^2 + 1 = 0$$

$$1,5(x-4)^2 = 6$$

$$-x^2 + 3 = 0$$

$$-3(x+3)^2 + 48 = 0$$

$$\frac{1}{2}(x+1)^2 = 8$$

$$(x+1)^2 - 4 = 0$$

$$\frac{4}{9}x^2 - 1 = 0$$

$$(x-4)^2 = \frac{1}{4}$$

2» Paraşütçü təyyarədən tullandıqdan sonra paraşüt açılana qədər havada bir müddət sərbəst düşür. $h = -4,9t^2 + 1600$ düsturu ilə paraşütçünün 1600 m hündürlükdən tullanarkən t saniyə sonra hansı hündürlükdə (metrlə) olduğunu tapmaq olar. Paraşüt 1000 m hündürlükdə açılarsa, paraşütlə tullanən şəxs neçə saniyə ərzində sərbəst düşür?



3» Tənlikləri vuruqlara ayırma üsulu ilə həll edin.

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x^2 - 16x + 64 = 0$$

$$3x^2 + 15x + 18 = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x^2 - 13x + 42 = 0$$

$$5x^2 + 21x + 22 = 0$$

4» Tənlikləri tam kvadrat ayırma üsulu ilə həll edin.

$$x^2 - 18x + 81 = 49$$

$$x^2 + 20x + 100 = 64$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 16$$

$$36x^2 + 12x + 1 = 18$$

$$9x^2 - 12x + 4 = 4$$

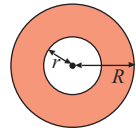
$$25x^2 + 40x + 16 = 28$$

$$4x^2 - 28x + 49 = 64$$

$$16x^2 + 24x + 9 = 81$$

$$100x^2 - 60x + 9 = 121$$

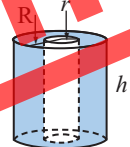
5» Böyük dairənin radiusu kiçik dairənin radiusundan 3 sm böyükdür. Rəngli hissənin sahəsi 85 sm² olarsa, kiçik dairənin sahəsini tapın ($\pi \approx 3$ qəbul edin).



6» $x^2 - (m-5)x + n = 0$ tənliyinin köklərindən biri 5-dir, $x^2 - (2m-1)x + k = 0$ tənliyinin köklərindən biri -3-dür. Bu tənliklərin digər kökləri bərabər olduğuna görə m -in qiymətini tapın.

7» Kinoteatrda hər sıradakı yerlərin sayı sıraların sayından 8 dəfə çoxdur. Kinoteatrda cəmi 884 yer varsa, neçə sıra vardır?

8» Rəngli hissənin həcmi göstərən ifadəni vuruqlara ayırılmış şəkildə yazın.

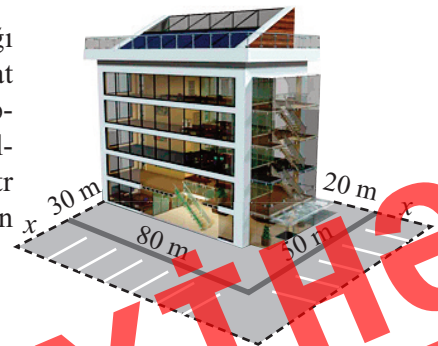


9» $mx^2 + (2m-3)x + m-2 = 0$ kvadrat tənliyinin iki bərabər kökü olduğunu bilərək, m -i tapın.

10» x_1 və x_2 ədədlərinin $x^2 - x - 1 = 0$ tənliyinin kökləri olduğunu bilərək,

kökləri: a) $\frac{1}{x_1}$ və $\frac{1}{x_2}$; b) $x_1 + 2$ və $x_2 + 2$ olan kvadrat tənlik qurun.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

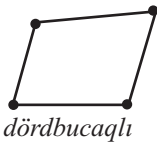
- 11** Qız qalasının hündürlüyü 28 m-dir. Bu hündürlükdən düşən cisim neçə saniyədən sonra yerə çatacaq? $h = -4,9t^2 + h_0$ düsturundan istifadə edin.
- 12** Döşəməyə salınmış xalça döşəmənin ümumi sahəsinin yarısını örtməklə otağın divarlarından bərabər məsafədədir. Xalçanın ölçülərinin $4 \text{ m} \times 6 \text{ m}$ olduğunu bilərək düzbucaqlı şəkildə olan otağın ölçülərini tapın. Məsələyə uyğun şəkil çəkin.
- 13** Ölçüləri $40 \text{ sm} \times 60 \text{ sm}$ olan düzbucaqlı şəkildəki şüşə lövhənin eni və uzunluğundan eyni ölçüdə kəsdikdə onun sahəsi 3 dəfə azaldı. Şüşə lövhənin yeni ölçülərini tapın.
- 14** $d \approx \frac{v^2}{12}$ düsturunun köməyiylə qəza anında avtomobilin hansı sürətlə (m/san) hərəkət etdiyini hesablamaq olar. d burada sürücünün əyləci işə saldığı andan avtomobil tam dayanana qədər getdiyi yolu (metrlə) göstərir. Qəza yerində araşdırmalarla $d = 18 \text{ m}$ olduğu müəyyən edildi. Avtomobil hansı sürətlə hərəkət edirdi?
- 15** 1) Kökləri 3 və -4 olan kvadrat tənlik yazın.
2) $x^2 + bx + 20 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 5-dir. Digər kökü və b -ni tapın.
- 16** Tənlikləri həll edin.
a) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$ b) $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$
c) $(2x^2 - 3)^2 - 4(2x^2 - 3) = 21$ d) $(x^2 - 2x)^2 - 3 = 2(x^2 - 2x)$
- 17** Ticarət mərkəzi avtomobil dayanacağı üçün ilkin nəzərdə tutduğu sahəni ikiqat artırmağı planlaşdırır. Bu məqsədlə sahənin ölçüləri şəkildə göstərildiyi kimi artırıldı. Dayanacaq yerinin ölçüləri neçə metr artırıldı? Tikili ölçüləri $80 \text{ m} \times 100 \text{ m}$ olan sahəni tutur.
- 
- 18** a) $2x^2 + bx - 10 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 5 olarsa, digər kökü və b əmsalını tapın.
b) $3x^2 + bx + 24 = 0$ tənliyinin köklərindən biri 3 olarsa, digər kökü və b əmsalını tapın.
- 19** Kvadrat tənliklər üçün uyğunluğu müəyyən edin ($m \in \mathbb{R}$).
1) $x^2 + mx + m - 1 = 0$ A) $m = 2$ olduqda iki bərabər kökü var.
2) $x^2 + mx - 1 = 0$ B) $m = 2$ olduqda iki müxtəlif kökü var.
3) $x^2 + x + m = 0$ C) $m = 2$ olduqda həqiqi kökü yoxdur.
D) $m = 0$ olduqda iki müxtəlif kökü var.

Bu fəsildə siz öyrənəcəksiniz:

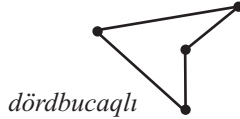
- dördbucaqlıları təsnif etməyi;
- paraleloqramların təsnifatını aparmağı;
- paraleloqramların oxşar və fərqli xassələrini araşdırmağı;
- dördbucaqlıların xassələrini tətbiq etməklə məsələlər həll etməyi.

Dördbucaqlılar

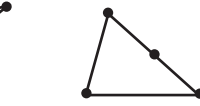
Heç bir üçü bir düz xətt üzərində olmayan dörd nöqtədən və onları ardıcıl birləşdirən dörd parçadan ibarət olan fiqura dördbucaqlı deyilir. Bu halda verilmiş nöqtələri birləşdirən parçalar kəsişməməlidir. Verilmiş nöqtələrə dördbucaqlının təpələri, onları birləşdirən parçalara isə tərəfləri deyilir.



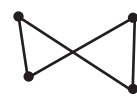
dördbucaqlı



dördbucaqlı

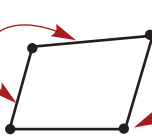


dördbucaqlı deyil



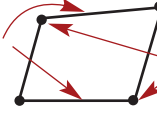
dördbucaqlı deyil

qonşu
tərəflər
ortaq nöqtəsi
olan
tərəflərdir



qonşu
təpələr
istənilən
tərəfin uc
nöqtələridir

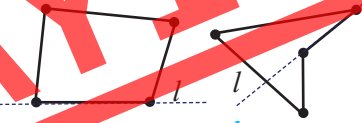
qarşı tərəflər
ortaq nöqtəsi
olmayan
tərəflərdir



qarşı
təpələr eyni
tərəfə aid
olmayan
təpə
nöqtələridir

Dördbucaqlı aid olduğu müstəvinin nöqtələrini iki çoxluğa ayırır: daxilində qalan sonlu hissə və xarici hissə. Dördbucaqlı ilə məhdudlanmış müstəvinin sonlu hissəsinə müstəvi dördbucaqlı deyilir

Tərəfləri özündə saxlayan düz xətlər üzərində dördbucaqlının daxili oblastına aid nöqtə yoxdursa, bu dördbucaqlı qabarıq, varsa, qabarıq olmayan (çökük) dördbucaqlı adlanır.



qabarıq

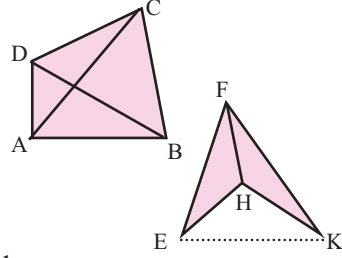
qabarıq
olmayan (çökük)

Qabarıq dördbucaqlının daxili oblastından götürülmüş istənilən iki nöqtəni birləşdirən parça bütünlüklə dördbucaqlının daxili oblastında yerləşir.

Qarşı təpələri birləşdirən parçalara dördbucaqlının **diaqonalları** deyilir. Qabarıq dördbucaqlının diaqonalları onun daxilində yerləşir.

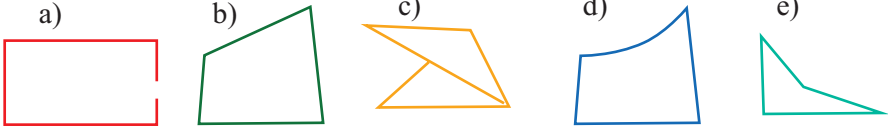
Dördbucaqlılar

Qabarıq olmayan dördbucaqlıda isə diaqonallardan biri onun xaricindədir. Həmçinin qabarıq dördbucaqlının hər iki diaqonalı onu ortaq tərəfli iki üçbucağa ayırır, qabarıq olmayan dördbucaqlının yalnız bir diaqonalı onu tərəfləri ortaq olan iki üçbucağa ayırır. Həndəsi fiquru sonlu sayda müstəvi üçbucaqlara ayırmaq olursa, onu sadə fiqur adlandıracağıq. Dördbucaqlı sadə fiqurdur.



Öyrənmə tapşırıqları.

1) Aşağıdakı fiqurlardan hansına dördbucaqlı demək olar?



2) Dəftərinizdə qabarıq və qabarıq olmayan dördbucaqlılar və onların diaqonallarını çəkin.

3) Tərəflərinin uzunluqları nisbəti 2:3:4:5 kimi olan dördbucaqlının perimetri 42 sm-dir. Bu dördbucaqlının tərəflərini tapın.

4) 1) Tərəfləri 5 sm, 7 sm, 8 sm, 11 sm, diaqonalının uzunluğu 13 sm olan dördbucaqlı qurmaq olarmı?
2) Tərəfləri 3 sm, 5 sm, 7 sm, 14 sm, diaqonalının uzunluğu 13 sm olan dördbucaqlı qurmaq olarmı?

Daxili və xarici bucaqlar

Qabarıq dördbucaqlının hər hansı bucağına qonşu olan bucağa dördbucaqlının xarici bucağı deyilir. Qabarıq dördbucaqlının hər bir təpəsində onun iki xarici bucağını çəkmək olar və onlar qarşılıqlı bucaqlar olduqlarından konqruyentdir. Dördbucaqlının xarici bucağı dedikdə, hər təpədə bu bucaqlardan birini götürəcəyik. Şəkiləki dördbucaqlıda α , β , δ , γ daxili bucaqlar, α' , β' , δ' , γ' isə xarici bucaqlardır.

Qabarıq dördbucaqlıda daxili bucaqların hər biri 180° -dən kiçik olur. Qabarıq olmayan dördbucaqlının daxili bucağının dərəcə ölçüsü 180° -dən böyük ola bilər.

Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi

Teorem. Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi 360° -yə bərabərdir. $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

İsbatı. Qabarıq dördbucaqlının diaqonallarından birini çəksək, dördbucaqlı iki üçbucağa ayrılır. Üçbucağın daxili bucaqlarının cəmi 180° olduğundan dördbucaqlının daxili bucaqlarının cəmi $2 \cdot 180^\circ$, yəni 360° olur.



Dördbucaqlılar

Qabarıq dördbucaqlının xarici bucaqlarının cəmi

Teorem. Qabarıq dördbucaqlının xarici bucaqlarının cəmi 360° -yə bərabərdir.

İsbati. Hər tərədəki daxili və xarici bucaqların cəmi 180° -yə bərabərdir: $\alpha' + \alpha = 180^\circ$

$$\beta' + \beta = 180^\circ$$

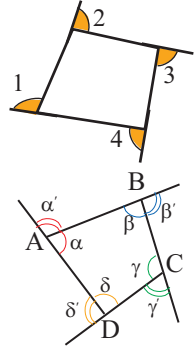
$$\gamma' + \gamma = 180^\circ$$

$$\delta' + \delta = 180^\circ$$

Bu bərabərlikləri tərəf-tərəfə toplayaq:

$$\alpha' + \beta' + \gamma' + \delta' + \alpha + \beta + \gamma + \delta = 4 \cdot 180^\circ$$

$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ \text{ olduğundan alırıq: } \alpha' + \beta' + \gamma' + \delta' = 720^\circ - 360^\circ = 360^\circ$$

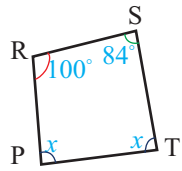
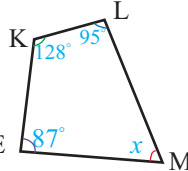
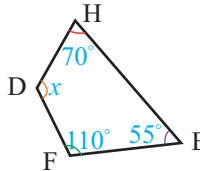
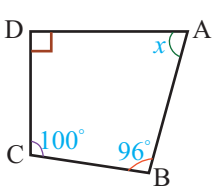


Nümunə. Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının dərəcə ölçüləri nisbəti 3:4:5:6 kimidir. Bu dördbucaqlının daxili və xarici bucaqlarını tapın.

Həlli: ABCD dördbucaqlısında $\angle A = 3x$, $\angle B = 4x$, $\angle C = 5x$, $\angle D = 6x$ olsun. Verilən şərthə görə $3x + 4x + 5x + 6x = 360^\circ$. Buradan $x = 20^\circ$. Deməli, dördbucaqlının daxili bucaqları $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 80^\circ$, $\angle C = 100^\circ$, $\angle D = 120^\circ$ olur. Onda hər tərədəki daxili bucağa qonşu olan bucağı tapmaqla alırıq ki, A, B, C, D təpələrindəki xarici bucaqlar, uyğun olaraq 120° , 100° , 80° və 60° -dir.

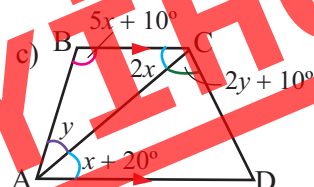
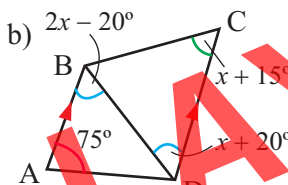
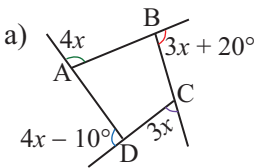
Öyrənmə tapşırıqları.

5 Dördbucaqlıların verilməyən bucaqlarının dərəcə ölçüsünü tapın.

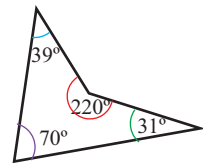
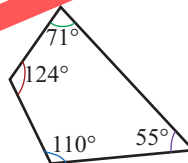


6 ABCD dördbucaqlısının daxili və xarici bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

Qeyd. Düz xətlər üzərində ox işarəsi ilə onların paralelliyini qeyd edəcəyik.

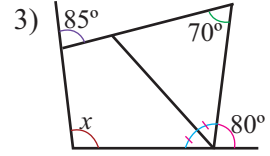
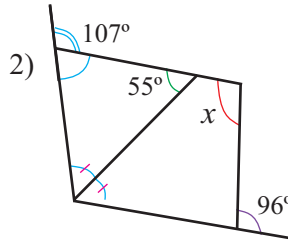
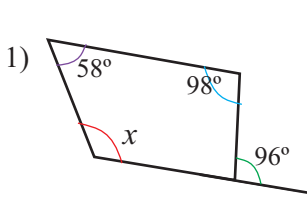


7 **Araşdırma.** Daxili bucaqlar haqqında teoremi qabarıq olmayan dördbucaqlılara tətbiq etmək olarmı? Üçbucaq haqqındakı biliklərinizdən istifadə edin.



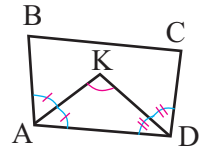
Dördbucaqlılar

8» Verilən bucaq ölçülərinə görə, x -in qiymətini tapın.



9» İsbat edin ki, qabarıq dördbucaqlıda iki qonşu təpə bucağının tən bölmələrinin əmələ gətirdiyi bucaqlardan birinin ölçüsü digər iki daxili bucağın ölçüləri cəminin yarısına bərabərdir.

ABCD dördbucaqlısında AK parçası A bucağının, DK parçası isə D bucağının tən bölməni üzərindədir.

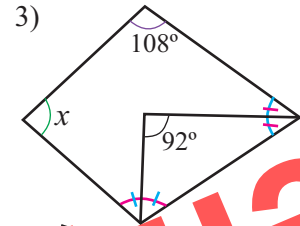
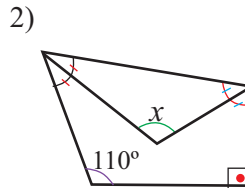
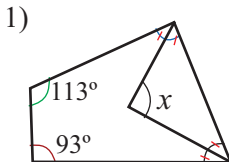


$$\angle K = \frac{\angle B + \angle C}{2} \text{ olduğunu isbat edin.}$$

Göstəriş: $\angle K + \frac{\angle A}{2} + \frac{\angle D}{2} = 180^\circ$ və $\frac{\angle A}{2} + \frac{\angle B}{2} + \frac{\angle C}{2} + \frac{\angle D}{2} = 180^\circ$

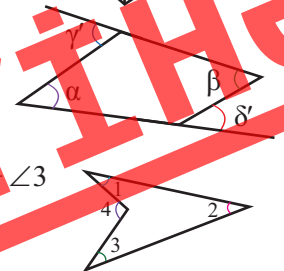
bərabərliklərindən istifadə edin.

10» Dördbucaqlının iki qonşu təpə bucağının tən bölməni çəkilmişdir. Verilən bucaq ölçülərinə görə x -in qiymətini tapın.



11» a) Qabarıq dördbucaqlıda $\alpha + \beta = \gamma' + \delta'$ olduğunu isbat edin.

b) Qabarıq olmayan dördbucaqlıda $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3$ olduğunu isbat edin.



12» 1) Qabarıq dördbucaqlının daxili bucaqlarının dərəcə ölçüləri 1:2:3:4 nisbətindədir. Bu dördbucaqlının daxili və xarici bucaqlarını tapın.

2) Elə qabarıq dördbucaqlı varmı ki, bütün daxili bucaqları: a) iti bucaq; b) düz bucaq; c) kor bucaq olsun?

Paraleloqram

Paraleloqram və onun xassələri

Tərif. Qarşı tərəfləri cüt-cüt paralel olan dördbucaqlıya paraleloqram deyilir.

ABCD paraleloqramında $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$.

Tərəfinin ixtiyari nöqtəsindən qarşı tərəfi özündə saxlayan düz xəttə çəkilmiş perpendikulyara paraleloqramın hündürlüyü deyilir. Şəkilə BE və BF hündürlüklərdir: $BE \perp AD$, $BF \perp CD$. İki paralel düz xətt arasındakı məsafə sabit qaldığından paraleloqramın eyni tərəfə çəkilmiş bütün hündürlükləri bərabərdir.

Teorem 1. Paraleloqramın qonşu təpələrindəki bucaqlarının cəmi 180° -dir.

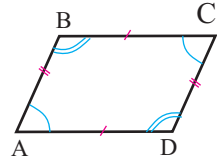
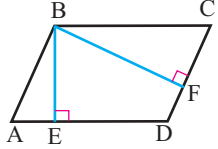
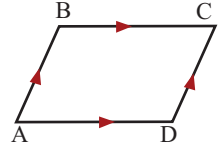
İsbatı: İki paralel düz xəttin kəsənlə əmələ gətirdiyi daxili birtərəfli bucaqların cəmi 180° -yə bərabərdir. ABCD paraleloqramında AB tərəfini özündə saxlayan düz xəttin BC və AD paralel tərəfləri ilə kəsişməsindən alınan $\angle A$ və $\angle B$ daxili birtərəfli bucaqlardır. Deməli, $\angle A + \angle B = 180^\circ$. Oxşar qayda ilə alınır ki, $\angle C + \angle D = 180^\circ$, $\angle B + \angle C = 180^\circ$, $\angle A + \angle D = 180^\circ$.

Teorem 2. Paraleloqramın qarşı bucaqları konqruyentdir.

$\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$

Teorem 3. Paraleloqramın qarşı tərəfləri konqruyentdir.

$AB \cong CD$, $AD \cong BC$

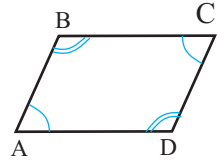


Öyrənmə tapşırıqları.

- 1 Teorem 2-nin isbatını ikisütunlu cədvəldə nöqtələrin yerinə uyğun təklifləri yazmaqda dəftərinizdə tamamlayın.

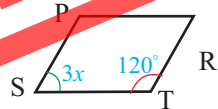
Verilir: ABCD paraleloqramdır.

İsbat edin: $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$.

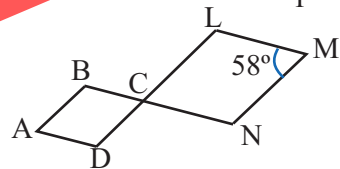


Təklif	Əsası
1. ABCD $\square$ -dır.	1. Verilir
2. $\angle A + \angle B = 180^\circ$, $\angle B + \angle C = 180^\circ$ $\angle C + \angle D = 180^\circ$, $\angle D + \angle A = 180^\circ$	2.
3. $\angle A \cong \angle C$, $\angle B \cong \angle D$	3. Bərabərliyin xassəsinə görə

- 2 PRTS paraleloqramdır. Verilənlərə görə x dəyişənin qiymətini tapın.

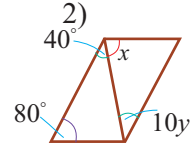
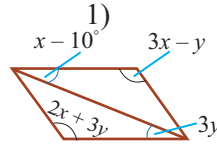


- 3 BN və DL parçaları C nöqtəsində kəsişirlər. ABCD və CLMN paraleloqramlarıdır. $\angle M = 58^\circ$ olduğuna görə: a) $\angle A$ -nın dərəcə ölçüsünü tapın; b) $\angle B$ -nin dərəcə ölçüsünü tapmaq mümkündürmü?



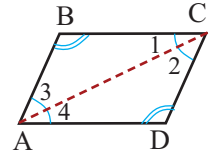
Paraleloqram

- 4» Paraleloqrama aid verilmiş məlumatlara əsasən x və y dəyişənlərinin qiymətlərini tapın.



- 5» ABCD paraleloqramının naməlum bucaqlarını tapın.
a) $\angle B = 130^\circ$ | b) $\angle C : \angle B = 2 : 7$ | c) $\angle A + \angle C = 140^\circ$ | d) $\angle B - \angle A = 40^\circ$
- 6» Paraleloqramın təpə bucağının tənböləni onun qarşı tərəfini 55° -li bucaq altında kəsir. Bu paraleloqramın bucaqlarını tapın.

- 7» Teorem 3-ün isbatını ikisütunlu cədvəldə nöqtələrin yerinə uyğun təklifləri yazmaqla dəftərinizdə tamamlayın.

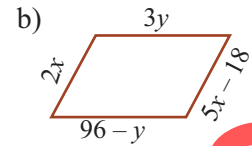
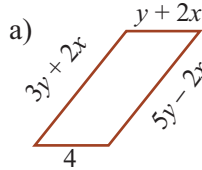


Verilir: ABCD paraleloqramdır.

İsbat edin: $AB \cong CD$, $AD \cong BC$

Təklif	Əsası
1. ABCD $\square$ -dır.	1. Verilir
2. AC diaqonalını çəkirik	2. İki nöqtədən yalnız bir düz xətt keçir
3. $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$	3.
4. $\angle BCA \cong \angle DAC$, $\angle DCA \cong \angle CAB$	4.
5. $AC \cong AC$	5. Konqruentliyin xassəsinə görə
6. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$	6.
7. $AB \cong CD$, $AD \cong BC$	7. Konqruent üçbucaqların uyğun tərəfləri

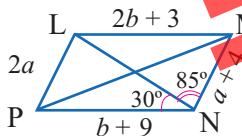
- 8» Paraleloqrama aid verilmiş məlumatlara əsasən x və y dəyişənlərinin qiymətlərini tapın.



- 9» Tərəfləri a və b olan paraleloqramın perimetri $P = 2(a + b)$ düsturu ilə tapılır. Verilən şərtə görə perimetri 96 sm olan ABCD paraleloqramının tərəflərini tapın: a) $AB : AD = 3 : 5$; b) AD tərəfi AB-dən 4 sm böyükdür; c) $AB + BC + CD = 64$ sm;

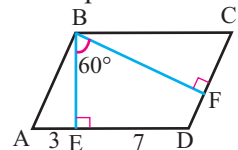
- 10» PLMN paraleloqramında tələb olunan ölçüləri tapın.

- 1) $\angle PLM$
2) $\angle LMN$
3) PL
4) LM
5) Perimetr



- 11» ABCD paraleloqramında BE və BF hündürlüklərdir. Tələb olunan ölçüləri tapın.

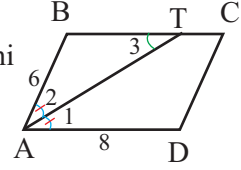
- 1) $\angle A$
2) AB
3) CF
4) BE
5) BF



Paraleloqram

- 12** Verilən məsələni və həllini müzakirələr aparmaqla araşdırın. Nöqtələrin yerinə uyğun təklifləri yazın.

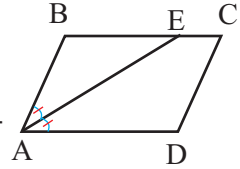
Məsələ. ABCD paraleloqramında A bucağının tənböləni BC tərəfini T nöqtəsində kəsir. $AD = 8$ sm, $AB = 6$ sm olarsa, TC parçasının uzunluğunu tapın.



- Həlli:** 1) $\angle 1 \cong \angle 2$ (şərtə görə AT tənböləndir)
 2) $\angle 1 \cong \angle 3$ (daxili çarpaz bucaqlar olduqları üçün)
 3) $\angle 2 \cong \angle 3$, $\triangle ABT$ bərabəryanlıdır.
 4) $AB = BT = 6$ sm (bərabəryanlı üçbucağın yan tərəfləridir)
 5) $BC = AD = 8$ sm (.....)
 6) $TC = BC - BT = 8 - 6 = 2$ (sm)

Cavab: 2 sm

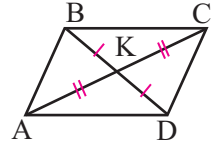
- 13** ABCD paraleloqramında AE şüası A bucağının tənbölənidir. 1) $AB = 7$ sm, $AD = 12$ sm olarsa, BE və EC-nin uzunluqlarını tapın.
 2) $BE = 9$ sm, $EC = 5$ sm olarsa, paraleloqramın tərəflərinin uzunluqlarını tapın.



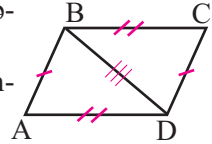
Paraleloqramın xassələri

Teorem 4. Paraleloqramın diaqonalı onu iki konqruent üçbucağa ayırır. $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ $\triangle ABD \cong \triangle CDB$

Teorem 5. Paraleloqramın diaqonalları kəsişir və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürlər. $AK \cong KC$, $BK \cong KD$



Teorem 4-ün isbatı: ABCD paraleloqramının BD diaqonalını çəkək. Paraleloqramın qarşı tərəfləri olduqları üçün $AB \cong CD$, $AD \cong BC$, BD tərəfi isə ortaq olduğundan üçbucaqların konqruentliyinin TTT əlamətinə görə $\triangle ABD \cong \triangle CDB$ olur.

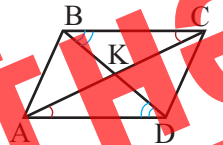


- 14** **Teorem 5-i** isbat edin.

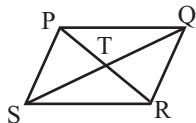
Verilir: $\square ABCD$

İsbat edin: $AK \cong KC$, $BK \cong KD$

İsbat üçün plan: İki paralel düz xəttin kəsənli əmələ gətirdiyi bucaqların xassələrindən və üçbucaqların konqruentliyinin BTB əlamətindən istifadə edin.

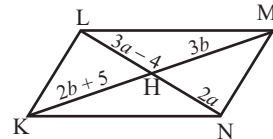


- 15** $\triangle TSP \cong \triangle TQR$ olarsa, PQRS dördbucaqlısının paraleloqram olduğunu isbat edin. İsbatı mətnlə təqdim edin.



- 16** $\square KLMN$ -də tələb olunan parçaların uzunluqlarını tapın.

- 1) LH 2) LN 3) KH 4) KM



Paraleloqram

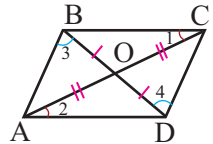
Paraleloqramın əlamətləri

Teorem 1. İki qarşı tərəfi konqruyent və paralel olan dördbucaqlı paraleloqramdır.

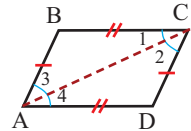
Teorem 2. Qarşı tərəfləri cüt-cüt konqruyent olan dördbucaqlı paraleloqramdır.

Teorem 3. Dördbucaqlının diaqonalları kəsişirsə və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürsə, bu dördbucaqlı paraleloqramdır.

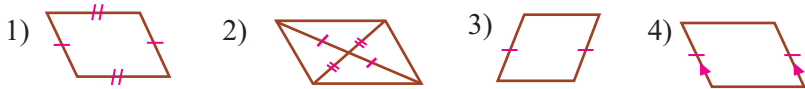
Teorem 3-ün isbatı: Şərtə görə $AO \cong OC$, $BO \cong OD$. Qarşılıqlı bucaqlar olduğundan $\angle AOD \cong \angle COB$. Onda TBT əlamətinə görə $\triangle AOD \cong \triangle COB$. Konqruyent üçbucaqların uyğun bucaqları bərabərdir: $\angle 1 \cong \angle 2$. Daxili çarpaz bucaqların bərabərliyindən alırıq ki, $BC \parallel AD$. Oxşar qayda ilə $\triangle AOB \cong \triangle COD$ olduğundan $\angle 3 \cong \angle 4$ və deməli, $AB \parallel CD$. Qarşı tərəfləri cüt-cüt paralel olduğundan ABCD dördbucaqlısı paraleloqramdır.



17) Teorem 2-ni isbat edin. İsbət üçün plan: Üçbucaqların konqruyentliyindən və düz xətlərin paralellik əlamətindən istifadə edin.

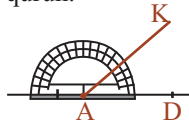


18) Hansı şəkillər üzərində qeyd edimiş məlumatlar həmin fiqurun paraleloqram olduğunu hökm etməyə imkan verir?

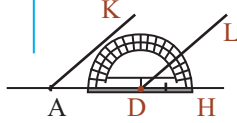


19) Tərəflərinə və bucağına görə paraleloqram qurma addımlarını araşdırın.

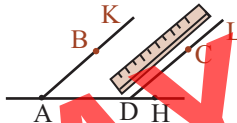
1. Düz xətt üzərində tərəflərdən biri uzunluqda AD parçası ayırın və verilmiş ölçüdə $\angle KAD$ -ni qurun.



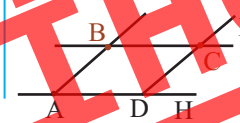
2. D nöqtəsini təpə nöqtəsi qəbul etməklə eyni ölçüdə $\angle LDH$ -ı qurun.



3. AK və DL şüaları üzərində paraleloqramın digər tərəfi uzunluqda AB və DC parçaları ayırın.



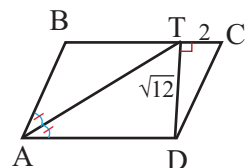
4. B və C nöqtələrini birləşdirin. ABCD paraleloqramı qurulmuş oldu.



20) a) $AB = 5$ sm, $AD = 8$ sm, $\angle A = 60^\circ$ olmaqla ABCD paraleloqramını qurun.

b) $AB = 5$ sm, $AD = 8$ sm, $BD = 9$ sm olmaqla ABCD paraleloqramını qurun.

21) Şəkildə verilənlərə görə ABCD paraleloqramının perimetrini tapın.



Paraleloqramın növləri

Düzbucaqlı

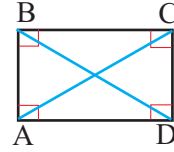
Tərif. Bütün bucaqları düz bucaq olan paraleloqrama düzbucaqlı deyilir.

Paraleloqramın bütün xassələri düzbucaqlıya da aiddir.

Düzbucaqlının özünəməxsus bir xassəsi də var.

Teorem. Düzbucaqlının diaqonalları konqruyentdir. $AC \cong BD$

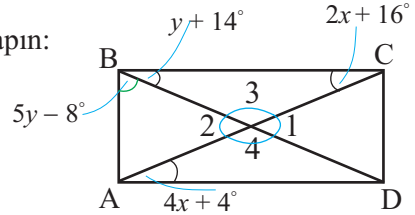
Düzbucaqlının əlaməti. Diaqonalları konqruyent olan paraleloqram düzbucaqlıdır.



Öyrənmə tapşırıqları.

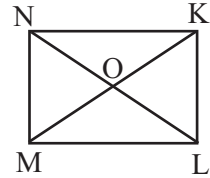
1) ABCD düzbucaqlısında verilənlərə görə tapın:

- 1) x və y -in qiymətlərini;
- 2) $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$, $\angle 4$ bucaqlarını.

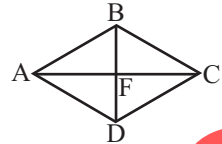


2) MNKL düzbucaqlıdır. Verilənlərə görə sual işarəsinə uyğun ölçüləri tapın.

- 1) $NO = 3x + 4$, $OL = 4x - 3$ olarsa, $OK = ?$
- 2) $ML = 4x - 4$, $NK = 3x + 7$ olarsa, $NK = ?$
- 3) $\angle MNL = 2x - 3$, $\angle LNK = x + 6$ olarsa, $\angle LKM = ?$



- 3) 1) ABCD paraleloqramdır. $\angle BAD$ haqqında hansı məlumat verilsə, bu paraleloqramın düzbucaqlı olduğunu demək olar?
- 2) ABCD paraleloqramdır. BD və AC haqqında hansı məlumat verilsə, bu paraleloqramın düzbucaqlı olduğunu demək olar?



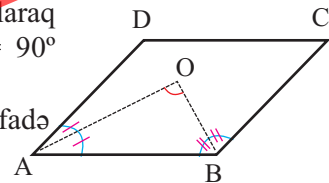
4) Düzbucaqlının bucağının tənböləni onun tərəfini 6 sm və 8 sm parçalara ayırır. Bu düzbucaqlının perimetrini tapın. Mümkün hallara baxın.

5) Yeni məktəbin tikintisi üçün 1,2 ha torpaq sahəsi ayrıldı. Bu sahə uzunluğu 120 m olan düzbucaqlı şəklindədir. Sahənin 1:1000 miqyası ilə planını çəkin.

6) a) Düzbucaqlının bir tərəfinə bitişik bucaqlarının tənbölənlərini çəkin və onlar arasındakı bucağı tapın.

b) ABCD paraleloqramında AO və BO uyğun olaraq $\angle A$ -nın və $\angle B$ -nin tənbölənləridir. $\angle AOB = 90^\circ$ olduğunu isbat edin.

Göstəriş: $\angle A + \angle B = 180^\circ$ bərabərliyindən istifadə edin.



Paraleloqramın növləri

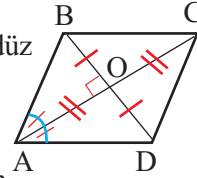
Romb və rombun xassələri

Tərif. Bütün tərəfləri konqruyent olan paraleloqrama romb deyilir.

Paraleloqramın bütün xassələri romba aiddir. Rombun həmçinin aşağıdakı kimi xassələri də var.

Teorem 1. Rombun diaqonalları bucaqlarının tənböləni olub, düz bucaq altında kəsişirlər.

$$\angle BAC = \angle DAC, \angle ABD = \angle CBD; AC \perp BD$$



Teorem 2 (tərs teorem). Diaqonalları perpendikulyar olan paraleloqram rombdur.

Əgər $AC \perp BD$ olarsa, $\square ABCD$ rombdur.

Teorem 1-in isbatı:

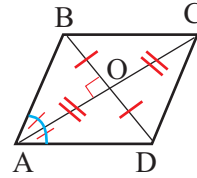
Verilir: ABCD rombdur.

İsbat edin: $\angle BAC = \angle DAC, \angle ABD = \angle CBD; AC \perp BD$

İsbatı (mətnlə): Rombun tərifinə görə $AB \cong BC \cong CD \cong AD$.

Həmçinin ABCD rombu paraleloqramdır və paraleloqramın diaqonalları kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürlər. Buradan $BO = OD$.

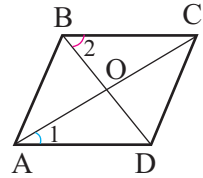
$\triangle ABD$ bərabəryanlı üçbucağında AO medianı ($BO = OD$ olduğuna görə) həm tənbölən, həm də hündürlükdür. Deməli, $\angle BAC = \angle DAC$. $\angle BOC$ düz bucaq olduğu üçün $AC \perp BD$. $\triangle ABC$ bərabəryanlı olduğundan BO hündürlüyü həm də tənböləndir. Deməli, $\angle ABD = \angle CBD$.



Nümunə. $AO = OC, BO = OD, \angle 1 = 35^\circ, \angle 2 = 55^\circ, CD = 5$ sm olarsa, ABCD dördbucaqlısının perimetrini tapın.

Həlli: Şərtə görə diaqonalları kəsişib yarıya bölündüyündən ABCD dördbucaqlısı paraleloqramdır. Deməli, $AD \parallel BC$. Daxili çarpaz bucaqların bərabərliyindən $\angle ADB = 55^\circ$ olur. $\triangle AOD$ -dən $\angle AOD = 180^\circ - (\angle 1 + \angle ADO) = 180^\circ - (35^\circ + 55^\circ) = 90^\circ$.

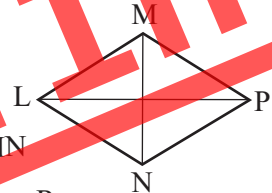
Deməli, $AC \perp BD$. Diaqonalları perpendikulyar olduğundan ABCD paraleloqramı rombdur. Rombun tərəfləri konqruyentdir. $CD = 5$ sm olduğuna görə alırıq ki, rom-bun perimetri $P = 4 \cdot CD = 4 \cdot 5 = 20$ sm-dir.



Öyrənmə tapşırıqları.

7» LMPN rombunda $\angle MLN = \frac{1}{2} \angle LMP, MP = 12$

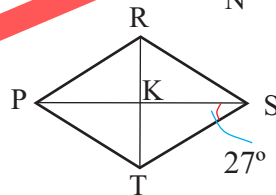
Tapın: 1) $\angle MPL$ 2) $\angle MLN$ 3) $\angle LMP$ 4) MN



8» PRST rombunda $\angle TSP = 27^\circ$

$$PK = 5n - 2 \quad KS = 3n + 2,$$

Tapın: 1) $\angle RPK$ 2) $\angle PTS$ 3) $\angle PTK$
4) PS 5) PK



Paraleloqramın növləri

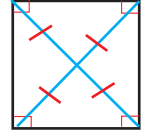
Romb və kvadrat

Romb

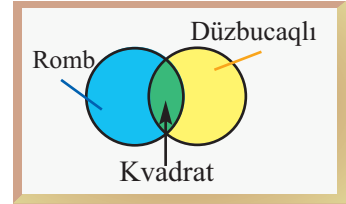
1. Paraleloqramın bütün xassələri romba aiddir.
2. Bütün tərəfləri konqruyentdir.
3. Diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyardır.
4. Diaqonalları rombun bucaqlarını yarıya bölür.

Kvadrat

1. Düzbucaqlının və rombun bütün xassələri kvadrata aiddir.
2. Bütün bucaqları düz bucaqdır.
3. Bütün tərəfləri konqruyentdir.
4. Diaqonalları konqruyentdir, qarşılıqlı perpendikulyardır, kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür, kvadratın bucaqlarının tənbölənidir.



- 9** Venn diaqramında fiqurların xassələrini uyğun hissədə yerləşdirin. Venn diaqramını böyükölçülü kağız üzərində çəkin. Təqdimat hazırlayın.

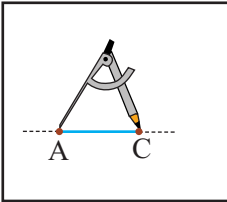


- 10** Elgün tərəflərinin uzunluğu 18 sm olan dördbucaqlı şəklində taxta parçası kəsdi. Bu taxtanın kvadratşəkilli olduğuna əmin olmaq üçün daha hansı ölçüləri yoxlamaq lazımdır?

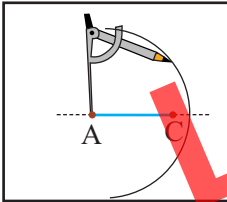
- 11** a) Rombun bütün hündürlüklərinin konqruyent olduğunu göstərin.
b) Bucaqlarından biri 120° , kiçik diaqonalı 8 sm olan rombun perimetrini və hündürlüyünü tapın.
c) Diaqonalları 12 sm və 16 sm olan rombun perimetrini və hündürlüyünü tapın.

- 12** 1) Romb qurma addımlarını araşdırın.

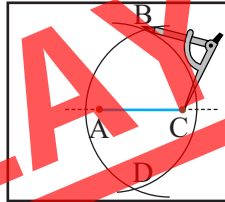
Düz xətt üzərində rombun diaqonalı uzunluqda AC parçası ayırın.



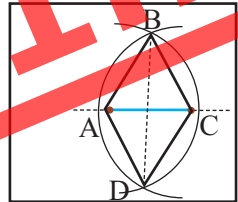
Mərkəzi A nöqtəsində olmaqla radiusu rombun tərəfi uzunluqda olan çevrə qövsü çəkin.



Pərgarın iti ucunu C nöqtəsində yerləşdir-məklə son çəkdiyiniz qövsü kəsən eyni radiuslu qövs çəkin.



A, B, C, D nöqtələrini parçalarla birləşdirin.



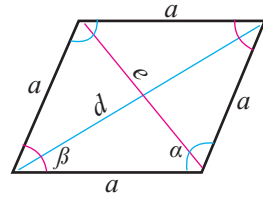
- 2) 1-ci bənddə qurulmuş ABCD dördbucaqlısının romb olduğunu əsaslandırın.

- 3) “Rombun diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyardır və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünür” xassəsindən istifadə etməklə diaqonallarının uzunluqları 4 sm və 6 sm olan romb qurun. Qurma addımlarını müzakirə etməklə müəyyənəldir.

Paraleloqramın növləri

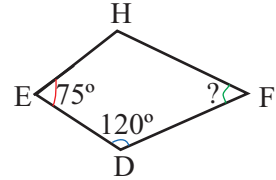
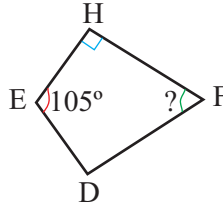
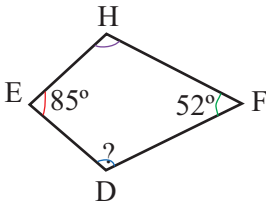
13» Verilən şərtlərə görə romb qurun.

- 1) $a = 50 \text{ mm}$, $\alpha = 110^\circ$ 2) $a = 4 \text{ sm}$, $\beta = 60^\circ$
- 3) $d = 4 \text{ sm}$, $e = 3 \text{ sm}$ 4) $d = 8 \text{ sm}$, $e = 6 \text{ sm}$



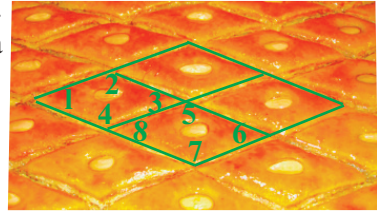
14» Araşdırma. Samir romb qurmaq üçün əvvəlcə onun diaqonallarını çəkdi. Samir rombun diaqonallarının qarşılıqlı perpendikulyar olduğunu və kəsişmə nöqtəsində yarıya bölündüyünü bilir. Qurma zamanı diaqonallardan biri üçün kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünmə şərtinə əməl etməyi unutdu. Lakin alınan fiqurun çərpləng formalı (deltoid) olduğuna çox sevindi. İsbat edin ki, çərpləng formalı dördbucaqlının qarşı bucaqlarından bir cütü bərabərdir.

15» EHFD çərpləng formalı dördbucaqlıdır. Tələb olunan bucaqların dərəcə ölçülərini tapın.



16» Paxlava konqruent romblar şəklində kəsilir. Paxlava üzərində qeyd olunmuş bucaqlara görə məsələləri həll edin.

- a) İsbat edin ki, $\angle 3$ və $\angle 6$ uyğun bucaqlardır.
- b) İsbat edin ki, $\angle 5 + \angle 6 = 180^\circ$



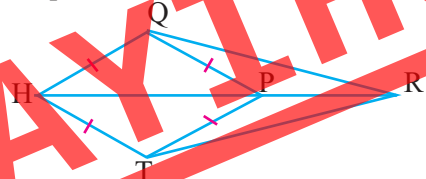
17» a) Bir rombun tərəfi digər rombun tərəfinə konqruentdirsə, bu romblar konqruentdirmi?

b) Bir kvadratın tərəfi digər kvadratın tərəfinə konqruentdirsə, bu kvadratlar konqruentdirmi?

18» Rəşad kvadratşəkilli 400 m^2 torpaq sahəsində ev tikməyə hazırlaşır. O, bu sahənin 1:200 miqyası ilə planını çəkdi. Bu planı siz də çəkin.

19» HQPT rombdur, HP rombun diaqonalıdır. R nöqtəsi HP-nin uzantısı üzərindədir.

$RQ \cong RT$ olduğunu isbat edin.



20» Aşağıdakı təkliflərdən hansı *həmişə* doğrudur, hansı *bəzən* doğrudur, hansı *heç vaxt* doğru deyil?

- 1) Düzbucaqlı paraleloqramdır.
- 2) Paraleloqram rombdur.
- 3) Kvadrat rombdur.
- 4) Kvadrat düzbucaqlıdır.
- 5) Romb kvadratdır.
- 6) Romb düzbucaqlıdır.
- 7) Düzbucaqlı dördbucaqlıdır.
- 8) Düzbucaqlı kvadratdır.

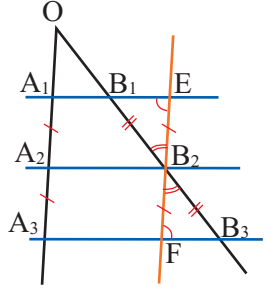
Paraleloqramın xassələrinin tətbiqi

- 1) a) Fales teoreminin isbatını nöqtələrin yerinə uyğun təklifləri yazmaqla dəftərinizdə tamamlayın.

Fales teoremi. Bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər bucağın bir tərəfi üzərində konqruyent parçalar ayırırsa, digər tərəf üzərində də konqruyent parçalar ayırır. $A_1A_2 \cong A_2A_3$ olarsa, $B_1B_2 \cong B_2B_3$ olar.

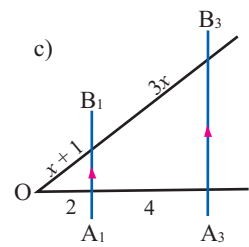
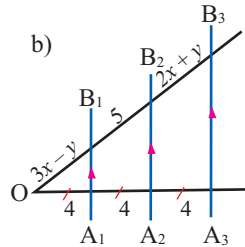
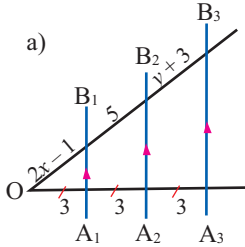
İsbatı. B_2 nöqtəsindən OA_3 -ə paralel düz xətt keçirək.

Təklif	Əsası
1. $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3$, $A_1A_2 \cong A_2A_3$	1. Verilir.
2. $A_1A_2 \cong EB_2$, $A_2A_3 \cong B_2F$	2.
3. $EB_2 \cong B_2F$	3. $A_1A_2 \cong A_2A_3$
4. $\angle E \cong \angle F$	4.
5. $\angle EB_2B_1 \cong \angle FB_2B_3$	5. Qarşılıqlı bucaqlar
6. $\triangle EB_2B_1 \cong \triangle FB_2B_3$	6. BTB əlaməti
7. $B_1B_2 \cong B_2B_3$	7.



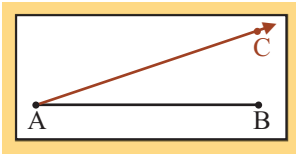
- b) Fales teoreminin şərtində bucağın tərəfləri əvəzinə ixtiyari iki düz xətt götürsək, nəticə dəyişirmi?

- 2) Şəkində verilənlərə görə məchulları tapın.

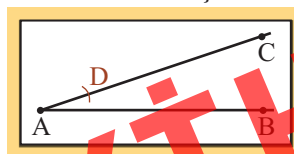


- 3) a) Parçanı konqruyent hissələrə bölmə addımlarını dəftərinizdə yerinə yetirin.

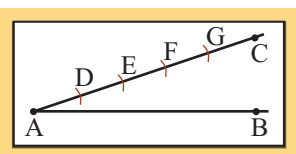
1. AB parçası çəkin. AB parçası ilə iti bucaq əmələ gətirən şüa üzərində hər hansı C nöqtəsi qeyd edin.



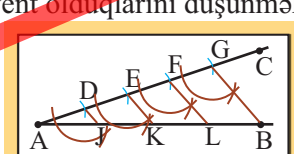
2. Pərgarı A nöqtəsində yerləşdirin və AC-ni kəsən qövs çəkin. Kəsişmə nöqtəsini D hərfi ilə işarə edin.



3. Pərgarın qollarını dəyişmədən AC parçasını kəsən yeni qövslər çəkin. Kəsişmə nöqtələrini ardıcıl olaraq E, F, G kimi işarə edin.



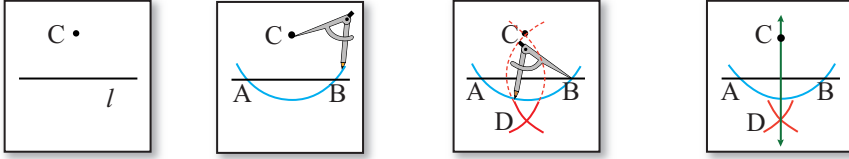
4. GB parçasını çəkin. D, E, F-dən keçən və GB-yə paralel olan düz xətlər qurun. Hansı əsaslara görə AJ , JK , KL , LB parçalarının konqruyent olduqlarını düşünmək olar?



- b) Hər hansı AB parçası çəkin və bu parçanı 5 konqruyent hissəyə bölün.

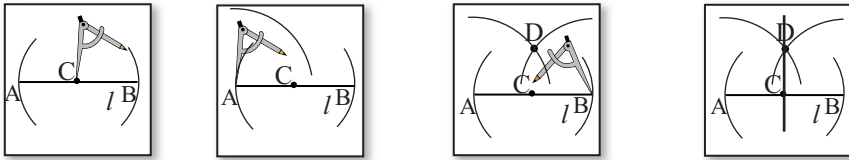
Paraleloqramın xassələrinin tətbiqi

- 4» Verilmiş nöqtədən verilmiş düz xəttə perpendikulyarın qurulması** addımlarını dəftərinizdə yerinə yetirin.



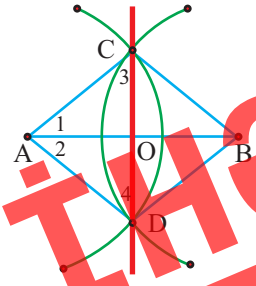
1. l düz xəttini çəkin və onun üzərində olmayan C nöqtəsini qeyd edin.
2. Pərgarın iti ucunu C nöqtəsinə yerləşdirib, düz xətti iki nöqtədə kəsən qövs çəkin. Kəsişmə nöqtələrini A və B ilə işarə edin.
3. Pərgarın qollarının vəziyyətini dəyişmədən mərkəzləri A və B nöqtələrində olmaqla eyni radiuslu çevrələr çəkin. Onların, C -dən fərqli kəsişmə nöqtəsini D ilə işarə edin.
4. C və D nöqtəsindən keçən düz xətt çəkin: $CD \perp AB$.

- 5» a) Düz xətt üzərindəki nöqtədən verilmiş düz xəttə perpendikulyarın qurulması** addımlarını araşdırın.



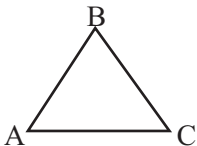
- b) Düz xətt üzərində verilmiş nöqtədən bu düz xəttə perpendikulyarın qurulmasını <http://www.mathopenref.com/constperplinepoint.html> internet ünvanında izləyin və dəftərinizdə yerinə yetirin.

- 6» a) Şəkildə verilmiş qurmaya görə $\triangle ACB \cong \triangle BDA$ və $\triangle ACD \cong \triangle BDC$. Bu məlumatlardan istifadə edərək, CD -nin AB parçasının orta perpendikulyarı olduğunu isbat edin.**

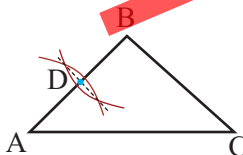


- b) Parçanın orta nöqtəsini qurmaqla üçbucağın medianının qurulması** addımlarını dəftərinizdə yerinə yetirin.

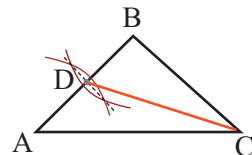
1. $\triangle ABC$ -ni çəkin.



2. AB tərəfinin orta nöqtəsini qurun və D ilə işarə edin.



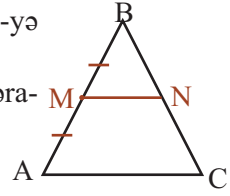
3. C və D nöqtələrini birləşdirin. CD parçası $\triangle ABC$ medianıdır.



Paraleloqramın xasssələrinin tətbiqi

Araşdırma. 1) $\triangle ABC$ -də AB tərəfinin M orta nöqtəsindən AC-yə paralel çəkin: $MN \parallel AC$.

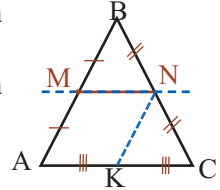
2) BN və NC parçalarını ölçün və müqayisə edin. $BN = NC$ bərabərliyinin doğruluğunu hökm etmək olarmı?



Üçbucağın orta xətti

Tərif. Üçbucağın iki tərəfinin orta nöqtələrini birləşdirən parçaya bu üçbucağın orta xətti deyilir.

Teorem. Üçbucağın verilmiş iki tərəfinin ortasını birləşdirən orta xətti üçüncü tərəfə paralel olub, onun yarısına bərabərdir: $MN \parallel AC$, $MN = \frac{AC}{2}$



İsbatı. $\triangle ABC$ -nin orta xətti MN olsun. M nöqtəsindən AC-yə paralel düz xətt çəkək. Fales teoreminə görə o, BC parçasının ortasından keçir, yəni MN orta xətti onun üzərindədir. Deməli, MN orta xətti AC tərəfinə paraleldir. İndi NK orta xəttini çəkək. $NK \parallel AB$ olduğundan AMNK dördbucaqlısı paraleloqramdır. Paraleloqramın xassəsinə görə $MN \cong AK$. Fales teoreminə görə $AK \cong KC$. Deməli, $MN = \frac{AC}{2}$. Teorem isbat olundu.

Öyrənmə tapşırıqları

7 Üçbucağın tərəfləri 4 sm, 6 sm və 8 sm-dir. Təpələri bu üçbucağın tərəflərinin orta nöqtələri olan üçbucağın tərəflərini tapın.

8 a) Perimetri 40 sm olan bərabəryanlı üçbucağın orta xətti 5 sm-dir. Bu üçbucağın tərəflərini tapın.

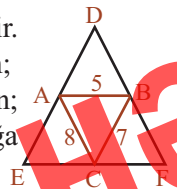
b) Perimetri 28 sm olan bərabəryanlı üçbucağın orta xətti 4 sm-dir. Bu üçbucağın tərəflərini tapın. Məsələnin neçə həlli var?

9 A, B, C nöqtələri DEF üçbucağının tərəflərinin orta nöqtələridir.

a) DE, DF, EF tərəflərini tapın; b) $\triangle DEF$ -in perimetrini tapın;

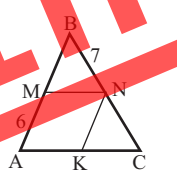
c) $\triangle DEF$ -in perimetrinin $\triangle ABC$ -nin perimetrinə nisbətini tapın;

d) Üçbucağın orta xətlərinin onu 4 konqruent üçbucağa böldüyünü isbat edin.

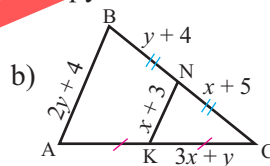
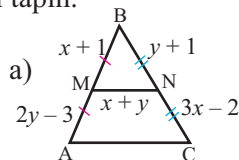


10 M, N, K nöqtələri $\triangle ABC$ -nin tərəflərinin orta nöqtələridir.

$AM = 6$ sm, $BM = 7$ sm, $\triangle ABC$ -nin perimetri 36 sm olarsa, AMNK dördbucaqlısının perimetrini tapın.



11 Şəkildə verilənlərə görə x , y dəyişənlərinin qiymətlərini və $\triangle ABC$ -nin perimetrini tapın.



Trapesiya

Trapesiya

Tərif. Yalnız iki tərəfi paralel olan dördbucaqlıya trapesiya deyilir. Paralel tərəflər trapesiyanın **oturacaqları**, paralel olmayan tərəflər isə **yan tərəfləri** adlanır.

Trapesiyanın oturacağının hər hansı nöqtəsindən digər oturacağı özündə saxlayan düz xəttə çəkilən perpendikulyara trapesiyanın hündürlüyü deyilir.

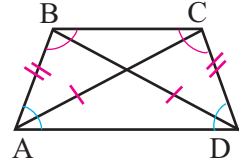
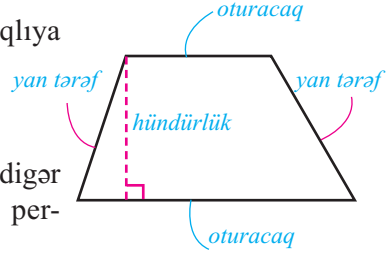
Yan tərəfləri konqruyent olan trapesiyaya **bərabəryanlı trapesiya** deyilir.

Yan tərəflərindən biri oturacağına perpendikulyar olan trapesiyaya **düzbucaqlı trapesiya** deyilir.

Teorem 1. Bərabəryanlı trapesiyanın oturacaqlarına bitişik bucaqları uyğun olaraq konqruyentdir.

$$\angle A \cong \angle D, \angle B \cong \angle C$$

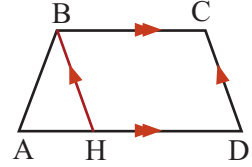
Teorem 2. Bərabəryanlı trapesiyanın diaqonalları konqruyentdir. $AC \cong BD$



Teorem 1-in isbatı:

BH $\parallel$ CD xətti çəkkək. BCDH paraleloqramdır:

BH $\cong$ CD. $\triangle ABH$ bərabəryanlıdır: $\angle A \cong \angle AHB$. Digər tərəfdən uyğun bucaqlar olduqları üçün $\angle AHB \cong \angle D$. Onda $\angle A \cong \angle D$ olur. Trapesiyanın yan tərəflərinə bitişik bucaqların cəmi 180° və $\angle A \cong \angle D$ olduğundan $\angle B \cong \angle C$ alırıq.



1) Teorem 2 - nin isbatını tamamlayın.

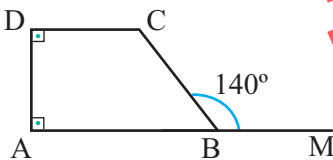
Verilir: ABCD bərabəryanlı trapesiyadır. $AB \cong CD$

İsbat edin: $AC \cong BD$

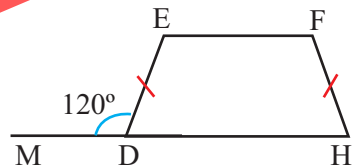
Təklif	Əsası
$AB \cong CD$	Verilir
$\angle A \cong \angle D$	
$AD \cong DA$	$\triangle BAD$ və $\triangle CDA$ üçbucaqlarının ortaq tərəfidir
$\triangle BAD \cong \triangle CDA$	Üçbucaqların konqruyentliyinin TBT əlaməti
$AC \cong BD$	

2) Trapesiyanın daxili bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

1) ABCD trapesiyasının AD yan tərəfi AB oturacağına perpendikulyardır. $\angle CBM = 140^\circ$



2) DEFG bərabəryanlı trapesiyadır. $\angle EDM = 120^\circ$



3 Verilmiş məsələni və həllini araşdırın.

Məsələ. Bərabəryanlı ABCD trapesiyasında $AD = a$, $BC = b$, BH hündürlükdür.

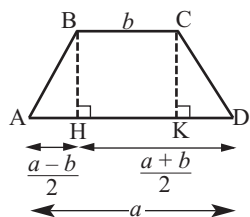
Göstərin ki, $AH = \frac{a-b}{2}$, $HD = \frac{a+b}{2}$

Həlli: CK hündürlüyünü çəkək: $CK \perp AD$.

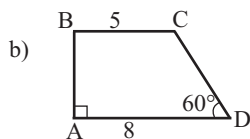
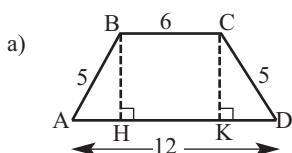
HBCK dördbucaqlısı düzbucaqlıdır. $HK = BC = b$. Hipotenuzuna və katetinə

görə $\triangle ABH$ və $\triangle DCK$ konqruyentdir: $KD = AH = \frac{AD - HK}{2} = \frac{a-b}{2}$.

Onda $HD = AD - AH = a - \frac{a-b}{2} = \frac{a+b}{2}$



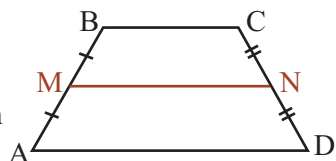
4 Şəkilə verilənlərə görə trapesiyanın hündürlüyünü tapın.



Trapesiyanın orta xətti

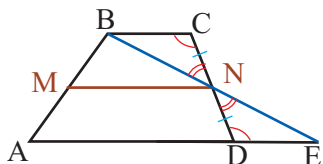
Tərif. Trapesiyanın yan tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirən parçaya trapesiyanın orta xətti deyilir.

$AM = MB$,
 $CN = ND$,
 MN trapesiyanın
orta xəttidir.



Teorem. Trapesiyanın orta xətti oturacaqlarına paralel olub onların cəminin yarısına bərabərdir.

$MN \parallel AD$, $MN \parallel BC$,
 $MN = \frac{AD + BC}{2}$



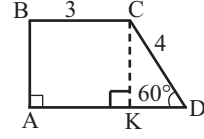
İsbatı: B nöqtəsindən və CD-nin orta N nöqtəsindən düz xətt keçirək və onun AD düz xətti ilə kəsişmə nöqtəsini E ilə işarə edək.

Təklif	Əsası
1. $CN \cong ND$	1. Qurmaya görə
2. $\angle C \cong \angle EDN$	2. Daxili çarpaz bucaqlar
3. $\angle CNB \cong \angle DNE$	3. Qarşıqlıq bucaqlar
4. $\triangle CNB \cong \triangle DNE$	4. BTB əlamətinə görə
5. $BC \cong DE$, $BN \cong NE$,	5. Konqruent üçbucaqların uyğun tərəfləri
6. $MN \parallel AE$, $MN = \frac{AE}{2}$	6. MN parçası $\triangle ABE$ -nin orta xəttidir
7. $MN = \frac{AD + DE}{2}$	7. $AE = AD + DE$
8. $MN = \frac{AD + BC}{2}$	8. $DE \cong BC$

Trapesiya

Nümunə. Düzbucaqlı ABCD trapesiyasında $BC = 3$ sm, $CD = 4$ sm, $\angle D = 60^\circ$ olduğunu bilərək orta xəttin uzunluğunu tapın.

Həlli: $CK \perp AD$ çəkək. ABCK düzbucaqlı olduğu üçün $AK = BC = 3$. $\triangle CKD$ -də $\angle KCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$



olduğundan $KD = \frac{CD}{2} = 2$.

Onda $AD = AK + KD = 3 + 2 = 5$ olar.

Orta xəttin uzunluğu: $\frac{AD + BC}{2} = \frac{5 + 3}{2} = 4$ sm.

Öyrənmə tapşırıqları.

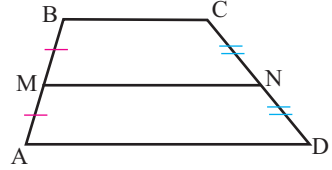
5 Trapesiyanın oturacaqları 0,6 m və 2,4 m-dir. Orta xəttin uzunluğunu tapın.

6 ABCD trapesiyasında MN orta xətdir.

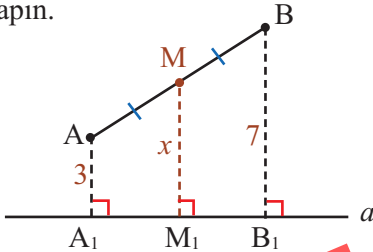
Tapın:

a) $BC = 18$ sm, $MN = 24$ sm olarsa, AD oturacağının uzunluğunu;

b) $AD = 16$ sm, $AB = 10$ sm, $BC = 12$ sm, $CD = 14$ sm olarsa, AMND və MBCN trapesiyalarının perimetrlerini.

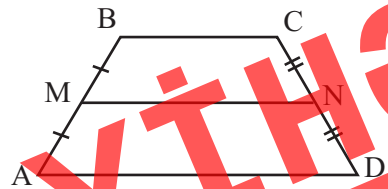


7 a) Parça düz xətti kəsmir. Parçanın uclarının düz xətdən məsafələri 3 sm və 7 sm-dir. Parçanın orta M nöqtəsinin düz xətdən məsafəsini tapın.

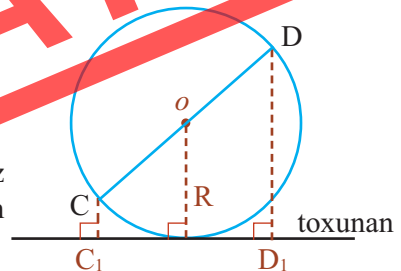


b) Parça düz xətti kəsən halda uyğun şəkli çəkin və məsələni həll edin.

8 Orta xətti $MN = 5$ sm olan ABCD trapesiyasında $BC : AD = 2 : 3$ olarsa, onun oturacaqlarını tapın.

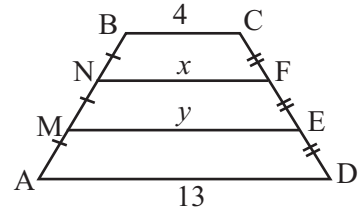


9 Diametrin ucları çevrəyə toxunan düz xətdən 4 sm və 8 sm məsafədədir. Çevrənin radiusunu tapın.

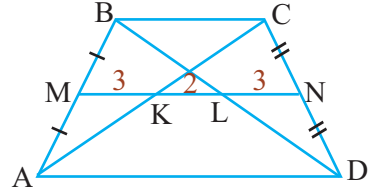


Trapesiya

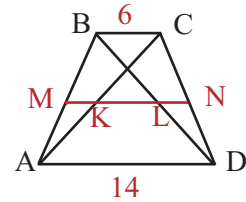
- 10»** ABCD trapesiyasının AB yan tərəfi M və N nöqtələri ilə üç konqruent parçaya bölünüb və bölgü nöqtələrindən trapesiyanın oturacaqlarına paralel düz xətlər çəkilib. Verilənlərə görə ME və NF parçalarının uzunluqlarını tapın.



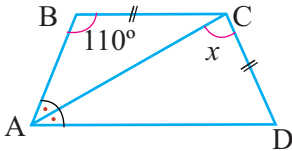
- 11»** MN trapesiyanın orta xəttidir. Şəkildə verilənlərə görə trapesiyanın oturacaqlarını tapın.



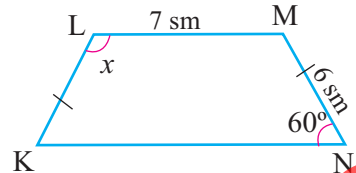
- 12»** Oturacaqları 6 sm və 14 sm olan trapesiyanın orta xəttinin diaqonallar arasında qalan KL parçasının uzunluğunu tapın.



- 13»** Verilir: ABCD trapesiya
BC = CD
AC tən böləndir.
Tapın: $\angle ACD$

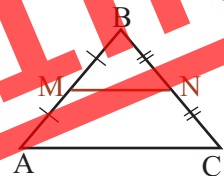


- 14»** Verilir: KLMN bərabəryanlı trapesiya $\angle KNM = 60^\circ$,
LM=7sm, MN=6 sm
Tapın: $\angle KLM$ və trapesiyanın orta xəttini

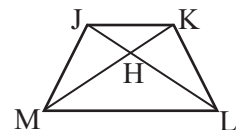


- 15»** Bərabərtərəfli üçbucaq çəkin. Bu üçbucağın orta xəttini çəkdikdə alınan üçbucaq və trapesiya haqqında fikirlərinizi yazın.

- 16»** $\triangle ABC$ -də MN orta xətdir.
AB = 10 sm, BC = 12 sm, AC = 14 sm olarsa, orta xəttin bu üçbucaqdan ayırdığı trapesiyanın perimetrini tapın.



- 17»** Nərgizə verilən ev tapşırığı məsələsində $JM \cong KL$ olduğu verilmişdir. Nərgiz MJKL trapesiyasında $\triangle MJL \cong \triangle LKM$ olduğunu isbat etməlidir. Bu məsələni siz də həll edin.



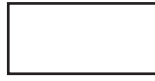
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1) Aşağıdakı fiqurları və mümkün simmetriya oxlarını dəftərinizdə çəkin. Hər birinin neçə simmetriya oxu var?

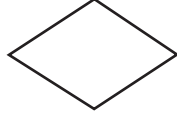
Kvadrat



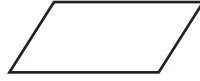
Düzbucaqlı



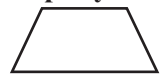
Romb



Paraleloqram

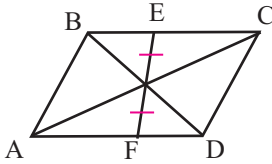


**Bərabəryanlı
trapesiya**

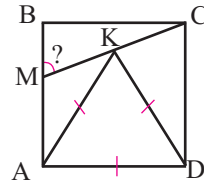


- 2) Paraleloqramın iki bucağının fərqi: a) 80° ; b) 100° olarsa, onun bucaqlarını tapın.
- 3) Perimetri 28 sm olan paraleloqramın diaqonalları onu 4 üçbucağa ayırır. Bu üçbucaqlardan ikisinin perimetrləri fərqi 2 sm-dir. Paraleloqramın tərəflərini tapın.

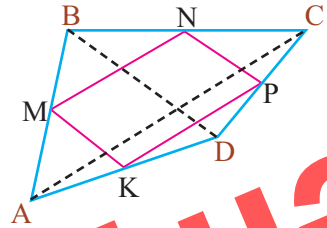
- 4) İsbat edin ki: 1) paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsindən keçən düz xəttin paraleloqrama aid olan parçası bu nöqtə ilə yarıya bölünür; 2) paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsi paraleloqramın simmetriya mərkəzidir.



- 5) Şəkildə ABCD kvadrat, $\triangle AKD$ bərabərtərəflidir. $\angle BMC$ -ni tapın.

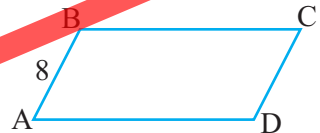


- 6) ABCD dördbucaqlısında M, N, P, K nöqtələri uyğun tərəflərin orta nöqtələridir. a) MN və PK parçalarının qarışıqlıqlı vəziyyəti haqqında hansı fikir söyləmək olar? b) MNPK fiqurunu hansı növ dördbucaqlıya aid etmək olar? c) ABCD dördbucaqlısının diaqonalları $AC = 8$ sm, $BD = 7$ sm olarsa, MNPK dördbucaqlısının perimetrini tapın.



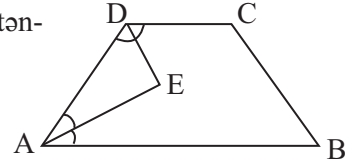
- 7) İsbat edin ki, düzbucaqlının tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirsəniz, romb alınar və əksinə, rombun tərəflərinin orta nöqtələrini birləşdirsəniz, düzbucaqlı alınar.

- 8) Şəkildəki paraleloqram orta xətti 12 sm, yan tərəfinin uzunluğu isə 8 sm olan iki bərabəryanlı konqruent trapesiyadan quraşdırılmışdır. 1) Paraleloqram üzərində bir xətt çəkməklə bu trapesiyaları ayırın. 2) Ayrılan trapesiyaların perimetrlərini tapın. 3) Paraleloqramın perimetrini tapın.

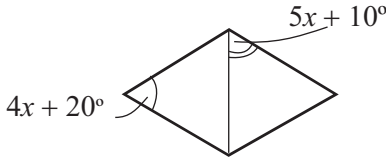


Ümumiləşdirici tapşırıqlar

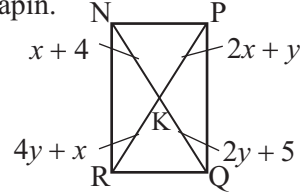
- 9» ABCD trapesiyasında $\angle DAB$ və $\angle CDA$ -nın tən-bözlənləri E nöqtəsində kəşişir və $DE \parallel CB$.
 $DE = 3$ sm, $AE = 4$ sm, $AB = 12$ sm olarsa,
 DC -nin uzunluğunu tapın.



- 10» Şəkiləki rombdə verilənlərə görə dəyişəni tapın.



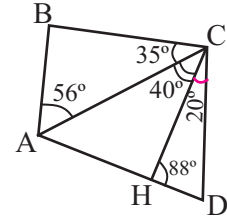
- 11» Verilənlərə görə RNPQ düzbucaqlısının NQ diaqonalının uzunluğunu tapın.



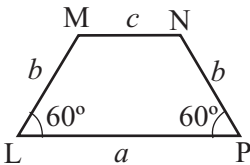
- 12» a) Trapesiyanın perimetri 24 sm, yan tərəfləri 4 sm və 5 sm-dir. Bu trapesiyanın orta xəttini tapın.
 b) Trapesiyanın orta xətti onun böyük oturacağına $\frac{2}{3}$ hissəsinə bərabərdir. Bu trapesiyanın orta xətti onun kiçik oturacağından neçə dəfə böyükdür?

- 13» Şəklə görə rəngli dairələrin yerinə uyğun müqayisə işarəsini yazın. Fikrinizi əsaslandırın.

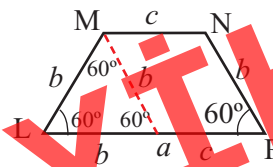
CD ● CH
 BC ● AB
 AC ● CD



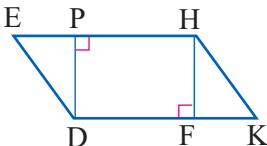
- 14» LMNP bərabəryanlı trapesiyasında $LM + NP = LP + MN$ olduğuna və şəkil üzərində qeyd edilmiş məlumatlara görə $a : c$ nisbətini tapın.
Göstəriş: M tərəfindən NP tərəfinə paralel olmaqla düz xətt çəkin.



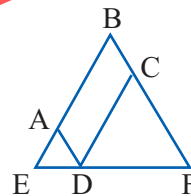
Göstəriş:



- 15» Verilir: $\square DEHK$,
 $FH \perp DK$, $DP \perp EH$
 İsbət edin: $\triangle DPE \cong \triangle HFK$



- 16» Verilir: $\square ABCD$, $EB \cong EF$
 İsbət edin: $\angle F \cong \angle ADC$

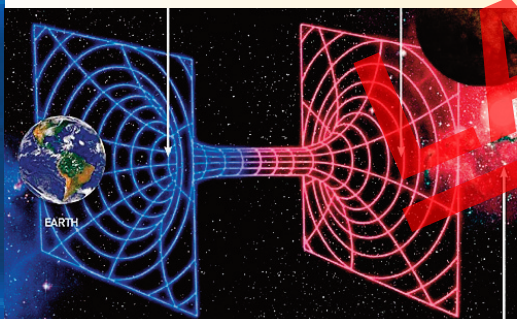


Bu fəsildə siz öyrənəcəksiniz:

- rasional ifadələri sadələşdirməyi;
 - rasional ifadələr üzərində əməlləri yerinə yetirməyi;
 - rasional ifadələr qurulmasını tələb edən məsələlər həll etməyi;
- Rasional ifadələr iqtisadiyyatda, tibbdə, nəqliyyatda, kosmik tədqiqatlarda, işıqlandırmada, akustikada və s. kimi müxtəlif sahələrə aid problemlərin həllində geniş istifadə edilir.

Bu maraqlıdır!

Belçikalı Marsel Tolkovski 21 yaşında ikən brilyantların cilalanması üçün dəqiq riyazi model fikirləşdi. Tolkovski bu modellə elə ölçü nisbətlərini müəyyən etdi ki, daş bu ölçülərə yonulduqda ideal dairəvi formada görünməklə işığı maksimum əksətdirmə keyfiyyətinə - şəffaflığa malik olur. Marsel Tolkovskinin verdiyi riyazi model sayəsində brilyantın cilalanması avtomatlaşdırıldı. İndi Belçika dünyada brilyant emalı sahəsində aparıcı ölkədir.

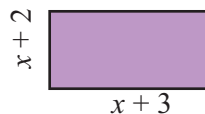


Rasional ifadələr

Araşdırma. Kəmiyyətlərə uyğun ifadələrin oxşar və fərqli cəhətlərini söyləyin.

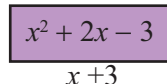
1) Tərəfləri $(x + 2)$ və $(x + 3)$ olan düzbucaqlının sahəsi:

$$(x + 2) \cdot (x + 3) = x^2 + 5x + 6$$



2) Sahəsi $x^2 + 2x - 3$ olan düzbucaqlının uzunluğu $(x + 3)$ olarsa, eni:

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x + 3}$$



Rasional ifadə

Çoxhədlilərin cəmi, fərqi çoxhədlidir (xüsusi halda birhədlidir). Çoxhədlilərin hasili də çoxhədlidir. Çoxhədlilərin nisbəti isə çoxhədli olmaya da bilər. Məsələn, $(x^4 - 4)$ çoxhədlisinin $(x^2 + 2)$ -yə nisbəti çoxhədlidir, çünki elə çoxhədli var ki, onun $(x^2 + 2)$ ilə hasili $(x^4 - 4)$ -ə bərabər olur: $(x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2) = x^4 - 4$. Lakin $(x^4 + 4)$ -ün $(x^2 + 2)$ çoxhədlisinə nisbəti isə çoxhədli deyil. Çünki elə çoxhədli yoxdur ki, onun $(x^2 + 2)$ ilə hasili $(x^2 + 4)$ -ə bərabər olsun.

Tərif. İki çoxhədlinin nisbətinə rasional ifadə deyilir.

Nümunələr: $(2a^2 + 3ab) : (2a + 1)$; $\frac{2y^3 + y^2 - 1}{4y^2}$; $\frac{3}{x - 5}$

İxtiyari çoxhədlini məxrəci 1 olan kəsr şəklində göstərmək olar. Məsələn,

$$3x^2 + x + 4 = \frac{3x^2 + x + 4}{1}. \text{ Yəni çoxhədli də rasional ifadədir.}$$

Rasional ifadələrin cəmi, fərqi, hasili və nisbəti də rasional ifadədir, yəni surət və məxrəci çoxhədli (xüsusi halda birhədli) olan kəsr şəklində göstərilə bilər. Surəti və məxrəci çoxhədli olan kəsrlərə rasional cəbri kəsrlər də deyilir.

Dəyişənlərin ifadəni mənalı edən qiymətlərinə dəyişənlərin mümkün qiymətləri (DMQ) deyilir.

Çoxhədli dəyişənin bütün qiymətlərində mənalıdır (yəni dəyişənin istənilən verilmiş qiymətində ifadənin uyğun qiymətini tapmaq mümkündür).

Rasional ifadənin dəyişənlərin bəzi qiymətlərində mənası olmaya bilər.

Məsələn, $\frac{x + 3}{x - 1}$ ifadəsi $x = 1$ olduqda mənasızdır. Çünki $x = 1$ olduqda məxrəc 0-a bərabər olur.

Sıfıra bölmək olmaz! Ona görə də kəsrin məxrəcində bir və ya bir neçə dəyişən olarsa, bu dəyişənlər məxrəci sıfıra çevirən qiymətlər ala bilməz.

Nümunə: $\frac{3}{x(x - 1)}$ rasional ifadəsində dəyişənin mümkün qiymətlərini tapın.

Həlli: x -in hansı qiymətlərində kəsrin məxrəcinin sıfıra çevrildiyini tapmaq üçün $x(x - 1) = 0$ tənliyini həll etmək lazımdır. Bu tənliyin iki kökü var: 0 və 1. Deməli, 0 və 1-dən başqa bütün ədədlər dəyişənin mümkün qiymətləridir.

$\frac{3}{x(x - 1)}$ kəsri üçün DMQ $x \neq 0$ və $x \neq 1$ kimi yazılır.

Rasional ifadələr

Öyrənmə tapşırıqları

- 1» Bölmə əməlini kəsr xətti ilə əvəz etməklə ifadələri yenidən yazın.
a) $(x^2 + 7) : (x - 2)$ b) $(2x + 5) : (x + 1)$ c) $(5x^2 - 1) : (2x - 3)$
- 2» Aşağıdakı ifadələrdən çoxhədliləri seçin və dəftərinizdə yazın.
a) $2x^3 - \frac{2}{3}x^2 + x - 7$ b) $\frac{2}{x} - 4x^2 + \frac{1}{2}x + 5$ c) $3x^2 - \frac{1}{4}x + 2$
- 3» Lətif deyir ki, $\frac{x+6}{3}$ ifadəsi rasional ifadə deyildir, lakin $\frac{3}{x+6}$ ifadəsi rasional ifadədir. Siz necə düşünürsünüz? Hər bir ifadədə DMQ-ni göstərin.
- 4» İfadələrdə dəyişən hansı ədədi qiyməti ala bilməz?
a) $(x + 3) : x$ b) $(x + 5) : (x - 3)$
c) $(a + 5) : (a - 1)$ d) $(x^2 + 2x + 5) : (2x + 1)$
- 5» Dəyişən hansı ədədi qiyməti ala bilməz?
a) $\frac{2x+1}{x-2}$ b) $\frac{3x^2-3}{x}$ c) $\frac{a^2+1}{a-1}$ d) $\frac{c^3+8}{c+2}$
- 6» y -in qiyməti 3; 1; -1 olduqda $\frac{y-3}{y}$ kəsrinin qiymətini tapın.
- 7» Dəyişənin hansı qiymətində $\frac{x-2}{x-1}$ kəsrinin qiyməti:
a) 2-yə; b) 0-a; c) -1-ə; d) 0,5-ə bərabər olar?
- 8» Dəyişənin: a) 1; b) -2 qiymətində mənası olmayan rasional ifadə yazın.
- 9» Qatar t saatda s km yol getmişdir. Qatarın v orta sürətini (km/saat ilə) s və t ilə ifadə edin: a) $t = 4$; $s = 180$; b) $t = 1,5$; $s = 120$ olduqda v -ni tapın.
- 10» Durğun sudakı sürəti v km/saat olan motorlu qayıq çayın axını istiqamətində 3 saat yol getdi. Çayın axın sürəti 2 km/saat olarsa, qayığın bu yolu qayıtmağına nə qədər t vaxtı (saatla) tələb olunar?
a) $v = 14$ km/saat; b) $v = 10$ km/saat olarsa, t -ni tapın.
- 11» Musanın avtomobili magistral yolda hər 1 l benzinsiz 12 km, şəhər içində isə 8 km yol qət edir. Avtomobil gün ərzində magistral yolda a litr, şəhər içində isə b litr benzin işlətmişdir. Avtomobilin 1 l benzinsiz orta hesabla neçə kilometr yol qət etdiyini göstərən ifadəni yazın.
- 12» Süleymanın akvariumunda qızıl balıqları var. O, akvariumuna 5 papi balığı da atdı. Papi balıqlarının bütün balıqların sayının hansı hissəsini təşkil etdiyini göstərən ifadəni yazın. Süleyman daha sonra akvariumuna 4 neon balığı da atdı. İndi akvariumdakı papi balıqları bütün balıqların sayının hansı hissəsini təşkil edir?



Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Eyniliklə bərabər (ekvivalent) ifadələr

Dəyişənlərinin bütün mümkün qiymətlərində bərabər qiymətlər alan iki ifadəyə eyniliklə bərabər və ya ekvivalent ifadələr deyilir.

Kəsrin surət və məxrəcini sıfırdan fərqli eyni bir ədədə vursaq və ya bölsək, kəsrin qiyməti dəyişməz, yəni $b \neq 0, c \neq 0$ olduqda $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc}$ bərabərliyi doğrudur. Bu, verilən kəsr $\frac{c}{c}$ -yə, yəni 1-ə vurmaq deməkdir. Bu isə kəsrin qiymətini dəyişdirmir. Oxşar xassə rasional ifadələr üçün də doğrudur.

Rasional ifadənin surət və məxrəcini sıfırdan fərqli eyni bir ifadəyə vurduqda və ya böldükdə alınan kəsr dəyişənin mümkün qiymətlərində verilənə ekvivalent olur.

Nümunə. $\frac{2}{x}$ və $\frac{2x+2}{x^2+x}$ kəsrlərinin ekvivalent olduqlarını göstərin.

Həlli: 1. $\frac{2}{x}$ kəsrinin surət və məxrəcini $(x+1)$ ifadəsinə ($x \neq -1$) vursaq,
$$\frac{2}{x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2x+2}{x^2+x}$$
 olar, burada $x \neq 0$ və $x \neq -1$.

2. $\frac{2x+2}{x^2+x}$ kəsrinin surət və məxrəcini $(x+1)$ ifadəsinə ($x \neq -1$) bölsək,
$$\frac{2x+2}{x^2+x} = \frac{2(x+1)}{x(x+1)} = \frac{2}{x}$$
 olar, burada $x \neq 0$ və $x \neq -1$.

Diqqət! Ekvivalent ifadələrdə dəyişənin mümkün qiymətləri bərabərliyin sağ və sol tərəfindəki hər iki kəsre nəzərən müəyyən edilməlidir.

Öyrənmə tapşırıqları

1 Rəngli xanaların yerinə elə ədədlər və ya ifadələr yazın ki, ifadələr cütü ekvivalent olsun.

a) $\frac{3}{5}$, $\frac{\blacksquare}{30}$ c) $\frac{2}{5}$, $\frac{\blacksquare}{35x}$
b) $\frac{4}{\blacksquare}$, $\frac{20}{35}$ d) $\frac{x+2}{x-3}$, $\frac{4x+8}{\blacksquare}$

2 Verilmiş ifadələr cütünün ekvivalent olduğunu yoxlayın. Bu ifadələrdən birinin digərindən necə alındığını izah edin və DMQ-ni göstərin.

a) $\frac{10x}{15x^2}$, $\frac{2}{3x}$ c) $\frac{2x}{x^2-x}$, $\frac{2}{x-1}$
b) $\frac{24ax}{18a^2}$, $\frac{4x}{3a}$ d) $\frac{2(x+1)}{x^2+1}$, $\frac{2}{x-1}$

3 Verilən kəsrlərin surət və məxrəcini eyni ifadəyə vurmaqla və ya bölməklə ona ekvivalent olan üç kəsr yazın. DMQ-ni göstərin.

a) $\frac{4xy}{6x^2}$ b) $\frac{12x^2y}{18xy}$ c) $\frac{2x}{x^2+x}$ d) $\frac{2x-4}{8x}$

4 $\frac{2x}{x^2-2x} = \frac{2}{x-2}$ Zöhrə deyir ki, bu bərabərlik x -in 2-dən başqa bütün qiymətlərində doğrudur. Siz necə düşünürsünüz?

5 Bir rasional ifadəyə ekvivalent bir neçə ifadə yazmaq mümkündür. Məsələn, $\frac{2x}{3}$ ifadəsinə həm $\frac{10x}{15}$, həm də $x \neq 0, x \neq 0,5$ olduqda $\frac{4x^3-2x^2}{6x^2-3x}$ ifadəsi ekvivalentdir. Bu ifadələrin $\frac{2x}{3}$ ifadəsindən necə alındığını göstərin.

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Rasional cəbri kəsrlərin ixtisarı

Kəsri ixtisar etmək üçün: 1. Kəsirin surət və məxrəci (mümkündürsə) vuruqlarına ayrılır; 2. Ortaq vuruq müəyyən edilir; 3. Surət və məxrəc orta q vuruğa bölünür.

Nümunə Kəsri ixtisar edin: a) $\frac{2x^2+4x}{2x^2}$ b) $\frac{x^2-36}{x^2+6x}$ c) $\frac{1-y}{y^2-1}$

Həlli: a) $\frac{2x^2+4x}{2x^2} = \frac{\cancel{2x}(x+2)}{\cancel{2x} \cdot x} = \frac{x+2}{x}, x \neq 0,$

b) $\frac{x^2-36}{x^2+6x} = \frac{(x-6)\cancel{(x+6)}}{x\cancel{(x+6)}} = \frac{x-6}{x}, x \neq -6, x \neq 0$

c) $\frac{1-y}{y^2-1} = \frac{(1-y)}{(y+1)(y-1)} = \frac{\cancel{-(y-1)}}{(y+1)\cancel{(y-1)}} = \frac{-1}{y+1} = -\frac{1}{y+1}, y \neq \pm 1.$

Diqqət! Kəsirin surətinin (və ya məxrəcinin) işarəsini və kəsirin qarşısındakı işarəni dəyişdikdə, verilən kəsre ekvivalent kəsir alınır.

Öyrənmə tapşırıqları

6» İfadələri sadələşdirin.

a) $\frac{aby}{abx}$

c) $\frac{21a(b+3)}{14b(b+3)}$

b) $\frac{-6p}{3q}$

d) $\frac{x(y-3)}{5(y-3)}$

7» Surət və məxrəci vuruqlarına ayıraraq, kəsri ixtisar edin.

a) $\frac{y^2-16}{3y+12}$

c) $\frac{x^2+10x+25}{x^2-25}$

b) $\frac{(c+2)^2}{5c^2+10c}$

d) $\frac{3x^2-9yx}{x^2-9y^2}$

8» Sadələşdirin.

a) $\frac{3a-12b}{6ab}$

b) $\frac{15b-10c}{10b}$

c) $\frac{2a+4}{3(a+2)}$

d) $\frac{5xy+15x}{6y+18}$

e) $\frac{10a-10b}{15b-15a}$

9» İfadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{12a^2+8ab}{3ab+2b^2}$

$a=0,5$
 $b=0,2$

b) $\frac{x^2-6xy+9y^2}{2x^2-6xy}$

$x=1,5$;
 $y=-0,5$

10» Dəyişənin mümkün qiymətlərini göstərin və ifadələri sadələşdirin.

a) $\frac{x^2-9}{3x+9}$

b) $\frac{x^2-4}{2x-4}$

c) $\frac{a^2-6a+9}{a^2-9}$

d) $\frac{7y-49}{y^2-49}$

11» $\frac{-x}{-y}$; $\frac{-x}{y}$; $\frac{x}{-y}$; $-\frac{x}{y}$ ifadələrindən hansı:

a) $\frac{x}{y}$ -ə bərabərdir;

b) əks işarə ilə $\frac{x}{y}$ -ə bərabərdir?

12» Hansı rasional ifadənin surət və məxrəcindəki ifadələr eyniliklə bərabər, hansında əks işarə ilə bərabərdir? Kəsrləri sadələşdirin.

a) $\frac{-a+3}{3-a}$

b) $\frac{x^2-1}{1-x^2}$

c) $\frac{y^2-xy-3}{3+xy-y^2}$

d) $\frac{x^2-3+y}{y+x^2-3}$

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

13» Sadələşdirin.

a) $\frac{2x + cx - 2y - cy}{4x - 4y}$

b) $\frac{x^2 + 2ax + a^2}{a^2 + ax - ac - cx}$

14» Qisməti kəsr şəklində yazın və bu kəsri ixtisar edin.

a) $(4x^2 - a^2) : (2x - a)$

b) $(x^3 - 8) : (x^2 + 2x + 4)$

c) $(x^2 + 3x) : (x^3 + 27)$

15» Sadələşdirin.

a) $\frac{3a + 36}{12b + ab}$

b) $\frac{25 - x^2}{3x + 15}$

c) $\frac{2 - 2x}{x^2 - 2x + 1}$

16» Sadələşdirin.

a) $\frac{(2x - 6)^2}{x - 3}$

b) $\frac{(3a + 6)^2}{a + 2}$

c) $\frac{4x^2 - 4}{(2x - 2)^2}$

17» Sadələşdirin.

a) $\frac{a^5 + a^3}{a^4 + a^2}$

b) $\frac{b^6 + b^4}{b^4 + b^2}$

c) $\frac{y^7 - y^4}{y^2 - y^5}$

Üçhədlinin vuruqlara ayrılması və rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Surət və ya məxrəc üçhədli olduqda kəsri ixtisar etmək üçün çoxhədlinin vuruqlara ayrılmasının müxtəlif üsulları tətbiq edilir.

$x^2 + bx + c$ üçhədlisi üçün hasili c -yə, cəmi isə b -yə bərabər olan m və n ədədləri tapmaq mümkün olarsa, bu halda:

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n).$$

Nümunə 1. $\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x - 3}$ kəsri ixtisar edin.

Həlli: Əvvəlcə surət və məxrəcdəki üçhədliləri vuruqlarına ayırmaq.

$x^2 + 5x + 6$ üçhədlisini vuruqlarına ayırmaq üçün elə iki müsbət ədəd tapmalıyıq ki, hasili 6, cəmi isə 5 olsun. Bu ədədlər 2 və 3-dür: $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$.

6-nın vuruqları	Vuruqların cəmi
1 və 6	7
2 və 3	5

$x^2 + 2x - 3$ üçhədlisini vuruqlarına ayırmaq üçün elə iki ədəd tapmalıyıq ki, hasili -3 , cəmi isə 2 olsun. Bu ədədlər 3 və -1 olduğundan, $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1)$.

-3-ün vuruqları	Vuruqların cəmi
-3 və 1	-2
3 və -1	2

Beləliklə alırıq:

$$\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x + 2)(x + 3)}{(x + 3)(x - 1)} = \frac{x + 2}{x - 1} \quad x \neq -3, x \neq 1$$

$ax^2 + bx + c$ üçhədlisini ($a \neq 0$) vuruqlara ayırmaq üçün elə iki m və n ədədləri tapmaq lazımdır ki, $mn = ac$, $m + n = b$ olsun.

Nümunə 2. $\frac{2x^2 + x - 6}{2x - 3}$ kəsri ixtisar edin.

-12-nin vuruqları	Vuruqların cəmi
-2 və 6	4
-3 və 4	1

Həlli: $2x^2 + x - 6$ üçün $mn = 2 \cdot (-6) = -12$, $m + n = 1$

Hasili -12 -yə, cəmi 1-ə bərabər olan ədədlər -3 və 4 olduğundan verilmiş kəsrin surətini $2x^2 + x - 6 = 2x^2 + 4x - 3x - 6 = 2x(x + 2) - 3(x + 2) = (x + 2)(2x - 3)$ şəklində yazmaq olar. Onda alırıq:

$$\frac{2x^2 + x - 6}{2x - 3} = \frac{(x + 2)(2x - 3)}{2x - 3} = x + 2 \quad x \neq \frac{3}{2}$$

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Öyrənmə tapşırıqları

18» Surət və məxrəci vuruqlarına ayırın və ifadələri sadələşdirin.

a) $\frac{x^2 - 7x + 12}{4x^2 - 12x}$

b) $\frac{x^2 - x - 6}{2x - 6}$

c) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + x - 12}$

d) $\frac{2x^2 + 5x - 3}{4x - 2}$

e) $\frac{3x^2 - x - 2}{x - 1}$

f) $\frac{4x^2 + 5x - 6}{x^2 - 2x - 8}$

19» Çoxhədlinin vuruqlara ayrılmasının müxtəlif üsullarını tətbiq etməklə kəsrləri ixtisar edin.

a) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 + 2x + 1}$

b) $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 2x - 8}$

c) $\frac{x^2 - 6x + 9 - y^2}{x^2 - 3x + xy}$

20» Sadələşdirin və DMQ-ni qeyd edin.

a) $\frac{(x + 4)^2 - 4(x + 4) + 4}{x^2 - 4}$

b) $\frac{(x + 2)^2 - 2(x + 2) - 8}{x^2 - 16}$

21» Tapşırığın həllində ən azı bir səhv var. Tapşırığı yenidən yerinə yetirməklə bu səhvləri tapın.

$$\frac{6x^2 - x - 1}{9x^2 - 1} = \frac{(x^2 + 1) - (3x - 1)}{(3x + 1)(3x - 1)} = \frac{2x^2 + 1}{3x + 1}, \quad x \neq -\frac{1}{3}$$

22» Aşağıdakı kəsrləri $12a^2b$ məxrəcinə gətirin.

a) $\frac{5b}{6a}$

c) $\frac{2a}{3b}$

b) $\frac{3}{4ab}$

d) $\frac{5b}{12}$

Nümunə. $\frac{3b}{4a}$ kəsri $12a^2b$ məxrəcinə gətirək.

$12a^2b = 3 \cdot 4 \cdot a \cdot a \cdot b$ olduğundan verilmiş kəsrin surət və məxrəcini $3ab$ -yə (tamamlayıcı vuruğuna) vuraq: $\frac{3b \cdot 3ab}{4a \cdot 3ab} = \frac{9ab^2}{12a^2b}$

23» a) $\frac{7x}{6y}$ kəsri məxrəci $12x^2y^3$ olan kəsr şəklində yazın;

b) $\frac{4}{x-y}$ kəsri məxrəci $y-x$ olan kəsr şəklində yazın;

c) $\frac{a}{a-1}$ kəsri məxrəci a^2-1 olan kəsr şəklində yazın.

24» Sadələşdirin.

a) $\frac{2x-2}{x^2+9x-10}$

b) $\frac{y^2-6y+8}{y^2+3y-10}$

c) $\frac{2x^2+2x-12}{4x^2+12x}$

d) $\frac{3x-6}{2x^2+x-10}$

25» $\frac{x^2+2x-15}{x-3}$ və $(x+5)$ ifadələrinin ekvivalentliyini göstərin. Bu ekvivalentlik üçün hansı şərt ödənilməlidir?

Rasional ifadələrin sadələşdirilməsi

Tətbiq tapşırıqları

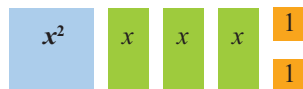
- 26»** Üçədliləri cəbr kartlarının köməyi ilə vuruqlarına ayırın və rasional ifadələri sadələşdirin.

a) $\frac{x^2 + 4x + 3}{x + 1}$

b) $\frac{x^2 + 5x + 6}{x + 2}$

c) $\frac{x^2 + 7x + 6}{x + 1}$

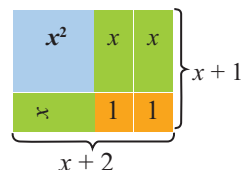
Nümunə: $\frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1}$ Verilmiş cəbr kartlarını elə yerləşdirək ki, bir tərəfi $(x + 1)$ olan düzbucaqlı alınsın:



Düzbucaqlının o biri tərəfi $(x + 2)$ olur.

Deməli, $x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$

$$\frac{x^2 + 3x + 2}{x + 1} = \frac{(x + 1)(x + 2)}{x + 1} = x + 2$$



- 27»** Düzbucaqlının sahəsi $(x^2 + 5x + 4)$ kvadrat vahid, eni isə $(x + 1)$ vahid olarsa, perimetrini göstərən ifadəni yazın.

- 28»** Kvadrat formalı vərəq üzərində mümkün qədər böyük radiuslu dairə çəkin. Kvadratin tərəfini $2x$ qəbul edin.

- a) Kvadratin və dairənin sahələrinin nisbətini göstərən rasional ifadəni yazın.
b) Dairə kağızın təxminən neçə faizini tutur? Cavabınızı ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

- 29»** Torbada n sayda qırmızı kürə, m sayda ağ kürə var. Torbaya bütün kürələrin 2 misli qədər sarı kürə əlavə edildi. Torbadan təsadüfən bir kürə çıxarsanız, onun: a) qırmızı; b) ağ; c) sarı rəngli olması ehtimalını göstərən rasional ifadəni yazın və mümkün olduğu halda sadələşdirin.

- 30»** Rasional ifadənin qurulmasını tələb edən iki məsələ yazın. Məsələlər sahə, hərəkət, ehtimala və s. aid ola bilər.

Yaradıcı tətbiq. Rulondakı kovrolitin uzunluğunu necə hesablamaq olar?

- 31»** Rulonlardakı kovrolitin uzunluğunu müəyyən etmə tapşırığını aşağıdakı addımlarla yerinə yetirin.

1. Kovrolitin büküldüyü silindr formalı kartonun oturacağının radiusunu r , kovrolit rulonun (bütün rulonun) radiusunu R qəbul edin. Rulonun dairəvi üzünün kovrolitli hissəsinin (rulonun en kəsiyinin) sahəsini göstərən ifadəni yazın.

2. Kovrolitin qalınlığını d , bir rulondakı kovrolitin uzunluğunu l qəbul edin. Uzunluğu kovrolitin uzunluğuna, eni isə kovrolitin qalınlığına bərabər olan düzbucaqlının sahəsini tapın.

3. Qalınlığı d olan kovrolitin uzunluğunu (l) göstərən ifadəni yazın. d , l , R , r arasında hansı asılılıq var?



Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi

Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi

Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi qaydaları adı kəsrlərin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi qaydaları ilə eynidir.

Rasional ifadələrin vurulması. $\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$, burada A, B, C, D hər hansı çoxhədlilərdir.

Nümunə 1. $\frac{8ab}{5cd} \cdot \frac{6cx}{7ay} = \frac{\cancel{8}ab \cdot 6\cancel{c}x}{5\cancel{c}d \cdot 7\cancel{a}y} = \frac{48bx}{35dy}$

Rasional ifadələrin bölünməsi.

Kəsri kəsre bölmək üçün bölünəni bölənin tərsi olan kəsre vurmaq lazımdır:

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

Bu qayda bölünən və ya bölən çoxhədli olduğu halda da doğrudur.

Nümunə 2. $\frac{x-2}{x+1} : \frac{x^2-4}{x^2+x} = \frac{x-2}{x+1} \cdot \frac{x^2+x}{x^2-4} = \frac{(x-2) \cdot x(x+1)}{(x+1)(x-2)(x+2)} = \frac{x}{x+2}$

Rasional ifadələrin qüvvətə yüksəldilməsi: $\left(\frac{A}{B}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$

Nümunə 3. $\left(\frac{2x^2}{y}\right)^3 = \frac{(2x^2)^3}{y^3} = \frac{2^3(x^2)^3}{y^3} = \frac{8x^6}{y^3}$

Öyrənmə tapşırıqları

1» Vurma əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{9a}{8b} \cdot \frac{4b}{3}$ b) $\frac{6b^2}{15} \cdot \frac{10}{3b^2}$ c) $\frac{x^2}{21c} \cdot \frac{14c}{xb}$ d) $\frac{9a}{6b} \cdot 12b$

2» Bölmə əməlini yerinə yetirin.

a) $\frac{5a}{4b} : \frac{25a^2}{8}$ b) $\frac{3ab}{4xy^2} : \left(-\frac{21ab}{10x^2y}\right)$ c) $\left(-\frac{6x^2}{m^3n}\right) : \left(-\frac{x}{3mn^2}\right)$

3» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{2ab}{3x} \cdot \frac{6x^2y}{4ax^2} \cdot \frac{6a}{15b}$ b) $\frac{12m^2n^2}{35p^2} \cdot \frac{14n^2}{m^3} \cdot \frac{5mp}{21n^6}$ c) $\frac{3x}{5y^2} : \frac{9x^2}{2y} : \frac{3x}{5y}$

4» Qüvvətə yüksəldin.

a) $\left(\frac{x}{2a}\right)^2$ b) $\left(\frac{3a}{b}\right)^3$ c) $\left(\frac{2n^2}{a^3}\right)^2$

5» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\left(\frac{8x}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{ab}{4x}\right)^3$ b) $\left(\frac{9y}{a^2}\right)^2 \cdot \left(\frac{c}{3y}\right)^3$ c) $\left(\frac{2x^2}{3y}\right)^2 : \left(\frac{4x^3}{3y^2}\right)$

6» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $-\frac{5x}{16a^2b} \cdot 12ab^2$ b) $\frac{11a^4}{6b^2} \cdot \frac{5a}{6b^3} : \frac{11b^3}{12a^3}$ c) $-\frac{3x^2}{5y^3} : \frac{9x^3}{2y^2} \cdot \frac{5y}{3x}$

Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi

7» Vurma əməlini yerinə yetirin.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{x^2 - 2x}{y} \cdot \frac{y^2}{x} & \text{b)} \frac{a-b}{ab} \cdot \frac{3ab}{ab-b^2} & \text{c)} (3x-15y) \cdot \frac{4}{x^2-25y^2} \\ \text{d)} \frac{a}{a^2-4} \cdot (a^2-4a+4) & \text{e)} \frac{c^2-16}{15bc} \cdot \frac{5b}{c+4} & \text{f)} \frac{(x+3)^2}{2x-4} \cdot \frac{x^2-4}{3x+9} \end{array}$$

8» Bölmə əməlini yerinə yetirin.

$$(10x-15y) : \frac{(2x-3y)^2}{2x} \quad \left| \quad \frac{a^2-3ab}{3b} : (7a-21b) \quad \right| \quad (a^2-4b^2) : \frac{5a-10b}{a}$$

9» Əməlləri yerinə yetirin.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{b-a}{a} \cdot \frac{3a}{a^2-b^2} & \text{b)} \frac{a^2-1}{a-b} \cdot \frac{3a-3b}{a^2+a} & \text{c)} \frac{6a}{x^2-x} : \frac{3ax}{2x-2} \\ \text{d)} \frac{(a+2)^2}{a^2-9} \cdot \frac{2a-6}{2a+4} & \text{e)} \frac{c^2+2c}{c^2-1} : \frac{2c+4}{3c-3} & \text{f)} \frac{(x+1)^2}{2x+4} : \frac{x^2-1}{3x+6} \end{array}$$

10» İfadələri sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin uyğun qiymətini hesablayın.

$$\text{a)} \frac{(x+1)^2}{2x+4} \cdot \frac{4x+8}{x^2-1} \quad x=1,5 \text{ olduqda;} \quad \text{b)} \frac{c^2+3c}{c^2-4} : \frac{2c+6}{c-2} \quad c=-1,5 \text{ olduqda.}$$

11» Sadələşdirin.

$$\frac{x-1}{x^2-x+1} \cdot \frac{x^3+1}{x^2-1} \quad \left| \quad \frac{x+1}{x^2+x+1} : \frac{x^2+2x+1}{x^3-1} \quad \right| \quad \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2} : \frac{a^2+ab+b^2}{2a+2b}$$

12» Əməlləri yerinə yetirin.

$$\begin{array}{lll} \text{a)} \frac{2a-8}{3a+3} \cdot \frac{2a^2-4a-16}{a+1} & \text{b)} \frac{2x+4}{x^2-7x+10} \cdot \frac{x^2-4}{x^2+4x+4} & \text{c)} \frac{a^3+b^3}{-3a+3b} \cdot \frac{a^2-b^2}{ab-a^2-b^2} \end{array}$$

13» a) $\frac{2}{x}$ kəsrini iki kəsrin hasilı şəklində yazın.

b) $\frac{x^2}{x^2-9}$ kəsrinin $\frac{x}{x-3}$ kəsrinə nisbətini göstərən ifadəni yazın.

Tətbiq tapşırıqları

14» Gülnazın otağının sahəsi $(x^2 + 3x + 2)$ kvadrat vahiddir. Bir qutu boya $(x^2 + 2x + 1)$ kvadrat vahid sahəyə çatır. Bu otağın döşəməsini boyamaq üçün lazım olan boya qutularının sayını göstərən rasiional ifadəni yazın.

Rasional ifadələrin vurulması, bölünməsi və qüvvətə yüksəldilməsi

- 15»** Taxtalar qalınlıqlarına görə çeşidlənərək bloklarla üst-üstə yığılmışdır. Taxtalarının sayı $(2n + 1)$ olan blokun hündürlüyünü $\frac{4n^2 - 1}{n + 2}$ ifadəsi ilə göstərmək olarsa, bu blokdakı taxtaların qalınlığına uyğun ifadəni yazın.



- 16»** Nümunəni araşdırın. İfadələri sadələşdirin. Dəyişənin mümkün qiymətlərini qeyd edin. Dəyişənin ilkin ifadənin məxrəcini sıfıra çevirən qiymətləri ilə sadələşmiş ifadənin məxrəcini sıfıra çevirən qiymətləri eynidirmi?

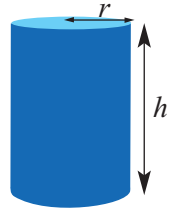
a) $\frac{2x^2 - 10x}{x + 1} \cdot \frac{x + 2}{3x^2 - 15x}$

b) $\frac{x^2 - 14x + 48}{x^2 - 6x} : (x^2 - 8x)$

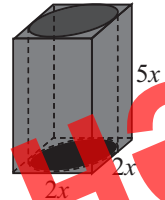
Nümunə: $\frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} : \frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 - 4x + 3} = \frac{(x - 4)(x + 4)}{(x - 3)(x + 3)} : \frac{(x - 4)^2}{(x - 1)(x - 3)} =$
 $= \frac{\cancel{(x - 4)}(x + 4)(x - 1)\cancel{(x - 3)}}{\cancel{(x - 3)}(x + 3)\cancel{(x - 4)}(x - 4)} = \frac{(x + 4)(x - 1)}{(x + 3)(x - 4)} \quad (x \neq \pm 3, x \neq 4, x \neq 1)$

- 17»** Silindr formalı qabın tam səthinin sahəsi $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$, həcmi isə $V = \pi r^2 h$ düsturu ilə tapılır. r qabın oturacağının radiusu, h isə onun hündürlüyüdür.

Verilmiş nazik metal təbəqədən hazırlanmış qabın tutumu çox olduqca daha sərfəli sayılır. r və h -in verilmiş qiymətlərində silindr formalı qabın hazırlanmasına sərf olunan metal təbəqənin sahəsini və qabların həcmələrini tapın, müqayisə edin. Hansı daha sərfəlidir:



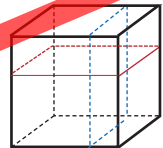
- a) $r = 12$ sm, $h = 16$ sm ölçülü qab;
 b) $r = 16$ sm, $h = 5$ sm ölçülü qab?



- 18»** Şəkildə verilənlərə görə düzbucaqlı paralelepipedin və onun daxilinə çəkilmiş silindrin həcmələri nisbətini yazın.

- 19»** Heykəltarış tili x olan kubşəkilli mərmər blokun əvvəlcə üst tərəfindən $\frac{1}{2}$ m qalınlığında, sonra isə yan tərəfindən $\frac{2}{3}$ m qalınlığında təbəqə kəsdi.

- 1) Qalan mərmər blokun həcmi göstərən rasional ifadəni yazın.
 2) Qalan mərmər blokun kütləsi 65 kq olarsa, mərmər blokun ilk kəsimdən əvvəlki kütləsini göstərən ifadəni yazın.

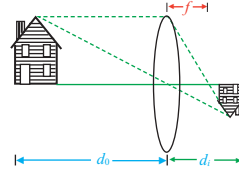


- 20»** Sadələşdirin.

1) $(x - 5) : \frac{x^2 - 11x + 30}{x^2 + 7x + 12} \cdot \frac{x - 6}{x + 4}$

2) $\frac{a^2 + 11a}{a - 4} : (a^2 + 6a) \cdot \frac{a^2 - 4a}{a + 11}$

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması



Fotoapararla şəkil çəkərkən şəklın dəqiq olması üçün fokus məsafəsinin (obyektdən gələn paralel işıq şüalarının linzadan keçərək toplandığı fokus nöqtəsindən linzaya qədər olan məsafə) düzgün seçilməsi vacibdir.

Bu məsafəni $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i}$ düsturla hesablamaq olar.

Burada f -fokus məsafəsi, d_0 -obyektdən fotoaparatin linzasına qədər məsafə, d_i -fotoaparatin linzasından lentə qədər olan məsafədir.

Təsəvvür edin ki, sizin şəklını çəkmək istədiyiniz obyektədən fotoaparatin linzasına qədər məsafə 50 sm, linzadan lentə qədər məsafə 8 sm-dir. Bu halda fokus məsafəsi nə qədər olacaq?

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması qaydaları adi kəsrlərin toplanması və çıxılması qaydalarına oxşardır.

Məxrəcləri eyni olan rasional ifadələrin toplanması və çıxılması:

$$\frac{A}{C} \pm \frac{B}{C} = \frac{A \pm B}{C}, \text{ burada } A, B, C \text{ hər hansı çoxhədlilidir.}$$

Nümunə1. $\frac{x^2 - 7}{x - 2} + \frac{3}{x - 2}$ cəmini tapın.

$$\frac{x^2 - 7}{x - 2} + \frac{3}{x - 2} = \frac{x^2 - 7 + 3}{x - 2} = \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2, \quad x \neq 2$$

Məxrəcləri müxtəlif olan rasional ifadələrin toplanması və çıxılması:

$$\frac{A}{B} \pm \frac{C}{D} = \frac{AD}{BD} \pm \frac{BC}{BD} = \frac{AD \pm BC}{BD}, \text{ burada } A, B, C, D \text{ hər hansı çoxhədlilərdir.}$$

Nümunə2. $\frac{x}{x - 4} - \frac{4}{x + 4}$ fərqi tapın.

Həlli: Birinci kəsrin surət və məxrəcini $(x + 4)$ -ə, ikinci kəsrin surət və məxrəcini isə $(x - 4)$ -ə vurmaqla ortaq məxrəcə gətirək, daha sonra çıxmanı yerinə yetirək.

$$\begin{aligned} \frac{x}{x - 4} - \frac{4}{x + 4} &= \frac{x(x + 4)}{(x - 4)(x + 4)} - \frac{4(x - 4)}{(x + 4)(x - 4)} = \frac{x(x + 4) - 4(x - 4)}{(x - 4)(x + 4)} = \\ &= \frac{x^2 + 4x - 4x + 16}{x^2 - 4^2} = \frac{x^2 + 16}{x^2 - 16}, \quad x \neq \pm 4 \end{aligned}$$

Öyrənmə tapşırıqları

1» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{a}{3} + \frac{b}{3}$ b) $\frac{x}{6} + \frac{a - x}{6}$ c) $\frac{a + c}{a} + \frac{a - c}{a}$ d) $\frac{x + 3}{y} + \frac{2 - x}{y}$

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

2» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{a-2}{8} + \frac{2a+5}{8} - \frac{3-a}{8}$ b) $\frac{3x-2y}{2x} + \frac{5x-3y}{2x} - \frac{x-5y}{2x}$

3» Sadələşdirin.

a) $\frac{16}{x-4} - \frac{x^2}{x-4}$ b) $\frac{25}{b+5} - \frac{b^2}{b+5}$ c) $\frac{y-3}{y^2-64} + \frac{11}{y^2-64}$
d) $\frac{a}{a^2-9} - \frac{3}{a^2-9}$ e) $\frac{x^2+4}{x+2} + \frac{4x}{x+2}$ f) $\frac{a^2-6a}{a-3} + \frac{9}{a-3}$

4» İfadənin qiymətini tapın.

a) $\frac{x^2+1}{x-2} - \frac{5}{x-2}$, $x=98$ olduqda; b) $\frac{a-7}{a^2-9} + \frac{4-2a}{a^2-9}$, $a=3,1$ olduqda.

5» Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

a) $\frac{2y}{y-1} + \frac{2}{1-y}$ b) $\frac{a^2-8a}{a-4} - \frac{16}{4-a}$ c) $\frac{x^2}{(x-2)^2} - \frac{4}{(2-x)^2}$

6» İsbat edin ki, DMQ-də ifadənin qiyməti dəyişənin qiymətindən asılı deyildir.

a) $\frac{3x+1}{2x-3} + \frac{x+4}{3-2x}$ b) $\frac{5x-8}{4x-8} - \frac{3x-8}{8-4x}$ c) $\frac{a^2+1}{a^2-1} + \frac{2}{1-a^2}$

7» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{a}{2} + \frac{a}{3}$ b) $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$ c) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ d) $\frac{8b+y}{4b} - \frac{6y+b}{3y}$
e) $3a - \frac{a}{3}$ f) $\frac{x-2}{2} - x + \frac{x+2}{2}$ g) $\frac{a^2+c}{a} - a$
h) $p - \frac{p^2-1}{p}$ i) $\frac{(a-b)^2}{a} + 4b$ k) $a+b - \frac{a^2+b^2}{a+b}$

8» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x+1}{x-1} - \frac{x+2}{x}$ b) $\frac{a}{a+1} + \frac{a}{a-1}$ c) $\frac{y}{y-2} - \frac{y}{y+2}$

9» a) İki ədədin cəmi 20, bu ədədlərə tərs olan ədədlərin cəmi isə $\frac{5}{24}$ -dir. Bu ədədlərin hasilini tapın.

b) x və $x+2$ ardıcıl cüt ədədlərdir. Bu ədədlərə tərs olan ədədlərin fərqi $\frac{1}{12}$ olarsa, verilmiş ədədlərin hasilini tapın.

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

Ən sadə ortaq məxrəcin tapılması

Bir çox hallarda kəsrlərin məxrəclərindəki ifadələrin hasilindən daha sadə ortaq məxrəc tapmaq mümkün olur. Məxrəcləri müxtəlif olan kəsrlər üçün ən sadə ortaq məxrəc taparkən əvvəlcə hər bir kəsirin məxrəcini vuruqlara ayırmaq lazımdır.

Ən sadə ortaq məxrəc hər bir kəsirin məxrəcindəki əmsalların ən kiçik ortaq bölünəni və hər bir vuruq ən böyük qüvvət üstü ilə götürülməklə məxrəclərdəki müxtəlif vuruqların hasilinə bərabərdir.

Nümunə 1. $\frac{7x}{15y^2}$ və $\frac{y}{18xy}$ kəsrlərini toplayın.

Həlli: $15y^2 = 3 \cdot 5y^2$; $18xy = 2 \cdot 3^2 \cdot x \cdot y$ Ən sadə ortaq məxrəc: $2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot x \cdot y^2 = 90xy^2$

Bu kəsrlərin hər birini məxrəci $90xy^2$ olan ekvivalent kəsrlər şəklində yazmaq və toplamı yerinə yetirək.

$$\frac{7x}{15y^2} + \frac{y}{18xy} = \frac{7x \cdot 6x}{15y^2 \cdot 6x} + \frac{y \cdot 5y}{18xy \cdot 5y} = \frac{42x^2}{90xy^2} + \frac{5y^2}{90xy^2} = \frac{42x^2 + 5y^2}{90xy^2}$$

Nümunə 2. $\frac{x+12}{4x-16}$ və $\frac{x+4}{2x-8}$ kəsrlərinin fərqlərini tapın.

Həlli:

$$\begin{aligned} \frac{x+12}{4x-16} - \frac{x+4}{2x-8} &= \frac{x+12}{4(x-4)} - \frac{x+4}{2(x-4)} = \frac{x+12}{4(x-4)} - \frac{2(x+4)}{2 \cdot 2(x-4)} \\ &\text{məxrəcləri vuruqlarına ayıraraq} \quad \text{ən sadə ortaq məxrəc: } 4(x-4) \\ &= \frac{(x+12) - 2(x+4)}{4(x-4)} = \frac{x+12-2x-8}{4(x-4)} = \frac{-x+4}{4(x-4)} = \frac{-(x-4)}{4(x-4)} = -\frac{1}{4} \\ &\text{ortaq məxrəcə gətirək və oxşar hədləri islah edək} \quad \text{kəsri ixtisar edək} \\ &\text{surətdəki mötərizələri açaq} \end{aligned}$$

10 Kəsrlər üçün ən sadə ortaq məxrəci yazın.

$$\frac{1}{6a^2b} \text{ və } \frac{1}{4ab^3} \quad \left| \quad \frac{1}{x^2-2x} \text{ və } \frac{1}{(x-2)^2} \quad \left| \quad \frac{2}{a^2-a} \text{ və } \frac{1}{a^2-1} \right.$$

11 Əməlləri yerinə yetirin.

$$\text{a) } \frac{5a-3}{3a} + \frac{a+2}{2a} \quad \text{b) } \frac{x+6}{14x} + \frac{2x-9}{21x} \quad \text{c) } \frac{2b+1}{4b} - \frac{3b-2}{6b}$$

12 Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

$$\frac{b}{a^2} + \frac{1}{a} \quad \left| \quad \frac{5a-3b}{a^2b} + \frac{4a-5b}{ab^2} \quad \left| \quad \frac{2xy-1}{2x^3} - \frac{3y+4}{3x^2} \quad \left| \quad \frac{b}{2x} - \frac{b}{x^2} \right.$$

13 Əməlləri yerinə yetirin.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x}{3(a-1)} - \frac{x}{4(a-1)} \quad & \text{b) } \frac{a}{2(a+2)} - \frac{a}{4(a+2)} \quad & \text{c) } \frac{3x}{2(x+y)} - \frac{2y}{3(x+y)} \\ \text{d) } \frac{b}{a(a-b)} - \frac{a}{b(a-b)} \quad & \text{e) } \frac{x}{2x+2} - \frac{x}{3x+3} \quad & \text{f) } \frac{x}{5x-10} + \frac{x}{3x-6} \end{aligned}$$

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

14» Sadələşdirin.

$$\text{a) } \frac{x+5}{5x-25} - \frac{3x+5}{x^2-25} \quad \text{b) } \frac{y-8}{4y-16} + \frac{4}{y^2-4y} \quad \text{c) } \frac{b-6}{4-b^2} + \frac{2}{2b-b^2}$$

15» Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

$$\text{a) } \frac{a^2-9}{3a-9} - \frac{(a+3)^2}{3a+9} \quad \text{b) } \frac{(y+5)^2}{y^2+5y} + \frac{(y-5)^2}{y^2-5y} \quad \text{c) } \frac{y^2+4y+4}{y^2-4} - \frac{y^2-4}{y^2+4y+4}$$

16» Sadələşdirin.

$$\text{a) } \frac{1}{x^2+xy} + \frac{1}{xy+y^2} \quad \text{b) } \frac{1}{x^2-xy} - \frac{1}{xy-y^2} \quad \text{c) } \frac{a+6}{a^2-4} - \frac{2}{a^2+2a}$$

17» Sadələşdirin və dəyişənin verilmiş qiymətində ifadənin uyğun qiymətini hesablayın.

$$\text{a) } \frac{x+1}{x^2-x} - \frac{x-1}{x^2+x} \quad x=3 \text{ olduqda;} \quad \text{b) } \frac{2}{c^2-4} - \frac{1}{c^2-2c} \quad c=0,5 \text{ olduqda.}$$

18» Əməlləri yerinə yetirin.

$$\text{a) } \frac{4}{x+1} - \frac{3}{x-1} + \frac{8}{x^2-1} \quad \text{b) } \frac{a}{a-2} - \frac{1}{a+2} + \frac{a^2}{4-a^2} \quad \text{c) } \frac{4k-12}{k^2+k-12} + \frac{k}{k+4}$$
$$\text{d) } \frac{2}{x^2-3x} - \frac{1}{x^2+3x} - \frac{x+1}{x^2-9} \quad \text{e) } \frac{2}{x^2-x} + \frac{1}{x^2+x} - \frac{x+3}{x^2-1}$$

19» Toplama və çıxma əməllərini yerinə yetirin.

$$\text{a) } \frac{a}{a^2-9} - \frac{3}{9-a^2} \quad \text{b) } \frac{a^2}{a-1} + \frac{1}{1-a} \quad \text{c) } \frac{10a-12}{2a-6} + \frac{6a}{6-2a}$$
$$\text{d) } \frac{b-16}{2b-12} - \frac{-3b+8}{2b-12} \quad \text{e) } \frac{15x}{5x+1} + \frac{-3}{-1-5x} \quad \text{f) } \frac{2}{x+7} - \frac{-5}{x+7}$$

20» Əməlləri yerinə yetirin.

$$\text{a) } \frac{3}{x^2} + \frac{5}{x} \quad \text{b) } \frac{7}{6a^2} + \frac{5}{3a} \quad \text{c) } \frac{x^2-1}{x+1} - \frac{x^2+1}{x-1} \quad \text{d) } \frac{18}{y^2-9} + \frac{3}{3-y}$$
$$\text{e) } \frac{3a+3}{6-3a} - \frac{a+2}{a^2-4} \quad \text{f) } \frac{1-x}{x^2+2x+1} + \frac{1}{x+1} \quad \text{g) } \frac{x+1}{(x-1)^2} + \frac{x+4}{x^2+3x-4}$$

21» a) Dəyişəni n ilə işarə edərək, birinin $n = -1$, digərinin isə $n = 2$ qiymətində mənası olmayan iki rəasional ifadə yazın və onları toplayın.

b) Dəyişənin -1 və 2 qiymətlərində mənası olmayan iki müxtəlif rəasional ifadə yazın və onların fərqlərini tapın.

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

22» İsbat edin ki, DMQ-də ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyildir.

a) $\frac{4x+5}{2x-1} + \frac{6x+4}{1-2x}$ b) $\frac{5x+1}{x-4} + \frac{x+17}{4-x}$ c) $\frac{3x+5}{2x+2} + \frac{4x+1}{3x+3}$

23» $\frac{a \pm b}{c} = \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$ eyniliyindən istifadə edərək, verilmiş ifadəni iki rasioal ifadənin cəmi və ya fərqi şəklində göstərin.

a) $\frac{a+3}{b}$ b) $\frac{x^2-3}{x}$ c) $\frac{12a+x}{6ax}$

Tətbiq tapşırıqları

24» Fermer yeni doğulmuş buzovların kütləsinin az olmasından narahatdır. O, hər bir buzovun kütləsini həftədə m kiloqram artırmaq məqsədilə onları xüsusi rejimlə bəsləməyə başladı. Lakin fermer bu rejimlə buzovların kütləsinin həftədə $(m+2)$ kq artdığını müşahidə etdi. Fermer müəyyən müddətdən sonra buzovların kütlə artımını orta hesabla 20 kq-a çatdırmaq istəyir. Bu məlumatlara görə aşağıdakı məsələləri həll edin.

1) $\frac{20}{m}$ və $\frac{20}{m+2}$ kəsrləri hansı məlumatı ifadə edir?

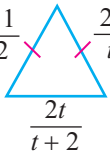
2) Fermerin məqsədinə çatmaq üçün planlaşdırdığı müddət ilə faktiki müddətin (həftə saylarının) fərqi göstərən ifadəni yazın və sadələşdirin.

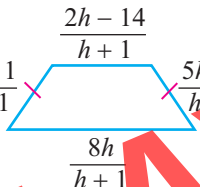
25» Qədim Misirdə yalnız surəti vahid olan $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ kəsrlərindən istifadə edirdilər. Digər kəsrləri isə bu kəsrlərin köməyiylə ifadə edirdilər.

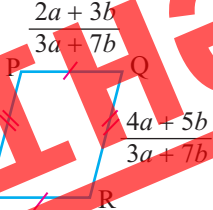
Məsələn, $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ kimi. Aşağıdakı ifadələri də sadələşdirdikdə surəti vahidə bərabər olan rasional ifadə alınmalıdır. Bunu yoxlayın.

a) $\frac{5x+6}{10x^2+12x} - \frac{2x}{8x^2}$ b) $\frac{3x-2}{9x^2-6x} + \frac{4x}{24x^2}$ c) $\frac{2x+1}{4x^2+2x} - \frac{3x}{9x^2}$

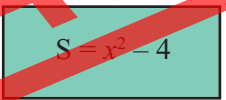
26» Verilənlərə görə fiqurların perimetrini göstərən ifadəni yazın.

$\frac{2t+1}{t+2}$  $\frac{2t+1}{t+2}$

$\frac{5h+1}{h+1}$  $\frac{5h+1}{h+1}$

$\frac{2a+3b}{3a+7b}$  $\frac{4a+5b}{3a+7b}$

27» Düzbucaqlının: a) uzunluğuna;
b) perimetrinə uyğun ifadəni yazın.

 $S = x^2 - x - 2$

28» a) $\frac{a-b}{b} = 3$ olarsa, $\frac{a^2-b^2}{b^2}$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

b) $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 4$ olarsa, $\frac{6ab}{2a+b}$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

Rasional ifadələrin toplanması və çıxılması

- 29» a) k -nin neçə tam qiymətində $\frac{2k^2 - 3k + 6}{k}$ ifadəsinin qiyməti tam ədəddir?
 b) m -in neçə tam qiymətində $\frac{4m - 8}{m^2 - 3m + 2}$ ifadəsinin qiyməti tam ədəddir?

- 30» Kalkulyatorun iş prinsipinin düzgünlüyünə əmin olmaq üçün müxtəlif alqoritmlərdən istifadə edilir. Dəyişənin verilmiş qiymətlərində ekvivalent ifadələrin qiymətləri yoxlanılır.
 Verilən ifadələr cütündə ikinci ifadənin birinciyə ekvivalent olduğunu isbat edin.

$$1) \frac{A}{B} + \frac{C}{D}; \frac{\frac{AD}{B} + C}{D} \quad 2) AB + DG + EF; \left[\frac{\left(\frac{AB}{D} + G \right) D}{F} + E \right] F$$

- 31» 1) Samir, Gülər və Orxan $\frac{x^2 + 7x - 25}{x - 5}$ ifadəsini çoxhədli ilə kəsrin cəmi və ya fərqi şəklində göstərmək istəyirlər. Onlardan hansının cavabı doğrudur?

Samir

$$(x + 5) + \frac{7x}{x + 5}$$

Gülər

$$(x + 12) + \frac{35}{x - 5}$$

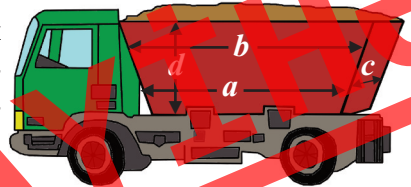
Orxan

$$(x + 8) + \frac{4x + 15}{x - 5}$$

- 2) Siz isə $\frac{x^2 + 3x - 1}{x + 1}$ ifadəsini çoxhədli ilə kəsrin cəmi və ya fərqi şəklində göstərin.

- 32» A-dan B-yə qədər yolun s km-i yoxuş, $2s$ km-i enişdir. Piyadanın yoxuşdakı sürəti V km/saat, enişdəki sürəti isə $2V$ km/saatdır. Piyada A-dan B-yə gedib qayıtmağa nə qədər t vaxtı (saatla) sərf edər?

- 33» Yeni tikiləcək bina üçün inşaat sahəsindəki tullantılar təmizlənməli və sahə təməl qoyulması üçün hazırlanmalıdır. Tullantılar şəkildə göstəriləyi kimi bir yük maşını ilə daşınmalıdır. Maşının yük tutumunu $V = \frac{d(a + b)}{2} c$ düsturu ilə hesabla-
 maq olar.



- 1) Yük maşınının texniki sənədlərində ölçülər $a = 10$ feet, $b = 17$ feet, $c = 4$ feet, $d = 3,5$ feet kimi qeyd edilmişdir. 1 feet $\approx 0,3$ m (feet ABŞ və bir sıra Avropa ölkələrində istifadə edilən uzunluq vahididir) olduğunu nəzərə alaraq, maşının yük tutumunu kubmetrlə ifadə edin.
 2) Əgər bu sahədə 40 kub metr tullantı varsa, bir yük maşını neçə reysə bu sahəni təmizləyə bilər?

Rasional ifadələr üzərində əməllər

Rasional ifadələr üzərində müxtəlif əməllərə aid nümunələrə baxaq.

Nümunə 1. Əməlləri yerinə yetirin:

$$x + 1 - \frac{1}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x}$$

Həlli: 1. *Vurmaı yerinə yetirək*

$$\frac{1}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x} = \frac{(x-3)(x+3)}{(x+3) \cdot x} = \frac{x-3}{x}$$

2. *Alınan nəticəni $x + 1$ ikihədlisindən çıxmaq*

$$x + 1 - \frac{x-3}{x} = \frac{x(x+1) - (x-3)}{x} = \frac{x^2+3}{x}$$

Nümunə 2. Sadələşdirin:

$$\frac{\frac{x^2y^2}{a}}{\frac{x^2y}{a^3}}$$

Həlli:

$$\frac{\frac{x^2y^2}{a}}{\frac{x^2y}{a^3}} = \frac{x^2y^2}{a} : \frac{x^2y}{a^3} = \frac{x^2y^2}{a} \cdot \frac{a^3}{x^2y} = \frac{x^2y^2}{1 \cdot a} \cdot \frac{a^3}{1 \cdot x^2y} = a^2y$$

Bölmə əməli ilə ifadə edək *Bölməni yerinə yetirək* *İxtisar edək*

Öyrənmə tapşırıqları

1» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\left(\frac{b}{c} - \frac{c}{b}\right) \cdot \frac{bc}{b-c}$

b) $\frac{3a-18}{a^2-25} \cdot \left(1 - \frac{1}{6-a}\right)$

c) $\left(\frac{a}{a+1} + 1\right) : \frac{2a}{a+1}$

d) $\left(\frac{a+b}{a-b} - \frac{a-b}{a+b}\right) : \frac{2ab}{a^2-b^2}$

e) $\frac{1-2x}{2x+1} + \frac{x^2+3x}{4x^2-1} : \frac{3+x}{4x-2}$

f) $\frac{2x-y}{xy} - \frac{1}{x+y} \cdot \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right)$

2» Kəsrlərin surət və məxrəcini eyni ifadəyə vurmaqla sadələşdirin.

a) $\frac{\frac{m+n}{5}}{\frac{m^2-n^2}{5}}$

b) $\frac{1-\frac{1}{a}}{1+\frac{1}{a}}$

c) $\frac{\frac{2a-b}{b} + 1}{\frac{2a+b}{b} - 1}$

d) $\frac{\frac{a}{b} - \frac{b}{a}}{\frac{1}{b} - \frac{1}{a}}$

3» İsbat edin ki, dəyişənin mümkün qiymətlərində ifadənin qiyməti dəyişəndən asılı deyildir.

$$\left(\frac{2}{n} + 1\right) \cdot \left(n + \frac{4}{n} - 2\right) : \left(\frac{8}{n^2} + n\right) - \frac{2}{mn} : \left(\frac{1}{m} - \frac{1}{n}\right)^2 - \frac{m^2+n^2}{(m-n)^2}$$

4» Rasional ifadələri sadələşdirin.

a) $\frac{(x+y) \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right)}{(x-y) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)}$

b) $\frac{\frac{n-3}{n+3} + \frac{n+3}{n-3}}{\frac{4n}{n^2-9}}$

c) $\frac{\frac{1}{x-1} + \frac{4-x}{x^2-x}}{\frac{2}{x-1} - \frac{x+2}{x^2-x}}$

Rasional ifadələr üzərində əməllər

5» Sadələşdirin.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{1 - \frac{9}{t}}{1 - \frac{81}{t^2}} \quad \text{b) } \frac{1 + \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x^2}} \quad \text{c) } \frac{x + 4 + \frac{9}{x-2}}{x + 6 + \frac{15}{x-2}} \end{array}$$

6» Rasional ifadələri sadələşdirin.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{2 - \frac{6}{x}}{1 - \frac{9}{x^2}} \quad \text{b) } \frac{\frac{3}{2} + \frac{3}{t}}{\frac{t}{t+6} - \frac{1}{t}} \quad \text{c) } \frac{\frac{3}{m} - \frac{3}{2m+3}}{\frac{3}{m^2} + \frac{1}{2m+3}} \quad \text{d) } \frac{\frac{1}{x+4} + \frac{1}{x-4}}{\frac{x}{x^2-16} + \frac{1}{x+4}} \end{array}$$

7» İfadələrdən hansının qiyməti dəyişəndən asılı deyildir?

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{a}{1 - \frac{3}{a}} + \frac{a}{\frac{3}{a} - 1} \quad \text{b) } \frac{a - \frac{3}{2}}{b} - \frac{a + \frac{2}{3}}{b} \quad \text{c) } \frac{\frac{1}{2} + 2a}{b-1} + \frac{2a + \frac{1}{2}}{1-b} \end{array}$$

Tətbiq tapşırıqları

8» Kəsr şəklində göstərin.

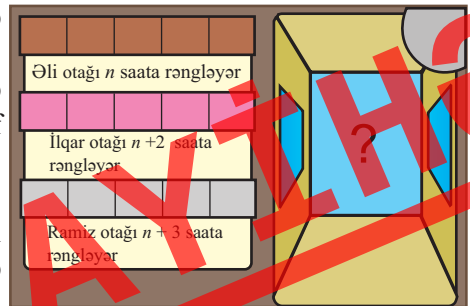
$$\begin{array}{l} \text{a) } 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} \quad \text{b) } 2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2 + \frac{1}{x}}} \quad \text{c) } 3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{3 - \frac{2}{x}}} \end{array}$$

9» $y = \frac{2\pi}{d}$ və $x = dr$ olarsa, y dəyişənini π, r, x dəyişənləri ilə ifadə edin.

10» Əli, İlqar və Ramiz bir otağı nə qədər vaxtda rəngləyə bildiklərini şəkildə göstərildiyi kimi təqdim etmişlər.

a) Onların hər hansı ikisi birlikdə işlədikdə otağı rəngləməyə sərf etdikləri vaxtı göstərən ifadələri yazın. Bütün mümkün variantlara baxın.

b) $n = 3$ olduqda onlardan hansı ikisi birlikdə bu otağı 2 saatda rəngləyə bilər?



11» Dəyişənin kvadrat kökü daxil olan ifadələrin sadələşdirilməsi yeni dəyişən daxil etməklə rasional ifadələrin sadələşdirilməsinə gətirilə bilər.

$\sqrt{x} = z$ əvəz etməklə verilmiş ifadəni sadələşdirin.

$$\begin{array}{l} \text{a) } \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \quad \text{b) } \frac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} \quad \text{c) } \left(\frac{a+\sqrt{x}}{a-\sqrt{x}} + \frac{a-\sqrt{x}}{a+\sqrt{x}} \right) \cdot \frac{a-\sqrt{x}}{a^2+x} \end{array}$$

$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Sahəsi 6 sm²-ə bərabər olan düzbucaqlının tərəfləri arasındakı asılılığı araşdıraraq. Uzunluğu x sm, eni y sm qəbul etməklə bu asılılığı $y = \frac{6}{x}$ şəklində yazaq. Verilmiş məsələdə x və y uzunluq ölçülərini ifadə etdiyi üçün yalnız müsbət qiymətlər alır. x -ə qiymətlər verməklə y -in uyğun qiymətlərini tapıb cədvəl tərtib edək. Cədvəldən görünür ki, x -in qiyməti neçə dəfə artırsa, y -in qiyməti bir o qədər dəfə azalır. Yəni y dəyişəni x dəyişəni ilə tərs mütənasibdir.

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1

Koordinat müstəvisində koordinatları cədvəldə verilmiş nöqtələri qeyd edək və bu nöqtələri şəkildə göstərildiyi kimi səlis əyri ilə birləşdirək.

Qrafik üzərində götürülmüş istənilən nöqtənin absisi ilə ordinatının (düzbucaqlının eni və uzunluğunun) hasilı sabit qalır və bu halda 6-ya (düzbucaqlının sahəsinə) bərabər olur.

x və y dəyişənləri tərs mütənasib asılıdırsa, onların verilmiş qiymətlərinə görə bu asılılığın düsturunu müəyyən etmək olar.

Nümunə 1. x və y dəyişənləri tərs mütənasib asılı olaraq dəyişir. $x = 4$ olduqda, $y = 7$ olur. Bu asılılığı düsturla yazın.

Həlli: Tərs mütənasib asılı dəyişənlərin uyğun qiymətlərinin hasilı sabit qalır, bu sabiti k ilə işarə edək: $xy = k$. Verilənləri nəzərə alsaq, $k = 4 \cdot 7 = 28$ olduğundan, uyğun asılılığı $y = \frac{28}{x}$ düsturu ilə ifadə etmək olar.

Dəyişənlərin həm müsbət, həm də mənfi qiymətlər aldığı $y = \frac{k}{x}$ düsturu ilə verilən funksiyalara baxaq.

Nümunə 2. $y = \frac{8}{x}$ funksiyasının qiymətlər cədvəlini tərtib edin və qrafikini qurun.

Həlli:

x	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8
y	-1	-2	-4	-8	təyin olunmayıb	8	4	2	1

Tərif: $y = \frac{k}{x}$ düsturu ilə verilən funksiya **tərs mütənasiblik funksiyası** deyilir.

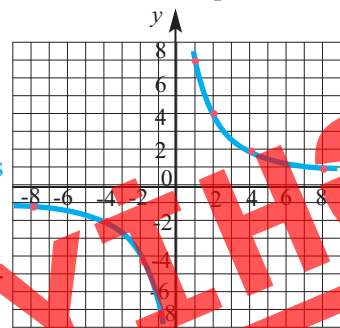
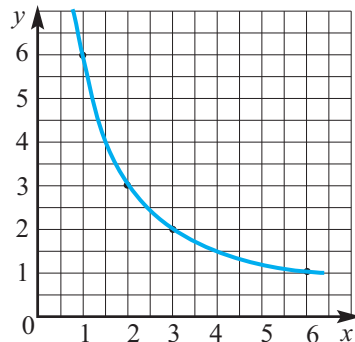
Burada x sərbəst dəyişən, k sıfırdan fərqli ədəddir.

$y = \frac{k}{x}$ funksiyası sıfırdan fərqli bütün ədədlər çoxluğunda təyin olunub: $x \neq 0$.

$y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki koordinat başlanğıcına nəzərən simmetrikdir. Əgər $A(a; b)$ nöqtəsi $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki üzərindədirsə, $B(-a; -b)$ nöqtəsi də bu qrafikin üzərindədir. $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki **hiperbola** adlanır. Hiperbola iki budaqdan ibarətdir.

$k > 0$ olduqda x və y eynişərəli olduğundan hiperbolanın budaqları I və III rüblərdə, $k < 0$ olduqda isə x və y əksişərəli olduğundan II və IV rüblərdə yerləşir.

Qrafik üzərindəki nöqtənin absisi mütləq qiymətcə nə qədər böyük olarsa, həmin nöqtə absis oxuna daha yaxın olur.



$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

Öyrənmə tapşırıqları

- 1» $y = \frac{4}{x}$ funksiyasına uyğun cədvəl tərtib edin və qrafikini qurun.
- 2» $y = \frac{-8}{x}$ funksiyasının qrafikini qurun. Qrafikə görə:
a) x -in 4; 2,5; -2,5-ə bərabər qiymətlərinə uyğun y -in qiymətlərini;
b) y -in 8; -2 qiymətlərində x -in uyğun qiymətlərini tapın.
- 3» x və y dəyişənləri tərs mütənasib asılı olaraq dəyişir.
a) $y = 24$ olduqda $x = 8$ olur, $x = 6$ olduqda y -i tapın.
b) $y = 2,7$ olduqda $x = 8,1$ olur, $y = 0,9$ olduqda x -i tapın.
c) $x = \frac{1}{2}$ olduqda $y = 16$ olur, $y = 32$ olduqda x -i tapın.
- 4» $A(3; 4)$ nöqtəsinin $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki üzərində yerləşdiyini bilərək, k -nı tapın və funksiyanın qrafikini qurun.
- 5» $A(6; 2)$ nöqtəsi $y = \frac{k}{x}$ funksiyasının qrafiki üzərindədir. $B(\square; 4)$, $C(-4; \blacksquare)$, $D(0,5; \blacksquare)$ nöqtələrinin də bu qrafikin üzərində yerləşdiyini bilərək, rəngli xanalara uyğun koordinatları yazın.
- 6» Aşağıdakı qrafiklərdən hansı düz, hansı tərs mütənasiblik funksiyasının qrafikidir?
- 7» Hansı düz, hansı tərs mütənasib asılılıqdır, hansı isə heç birinə aid deyil?
- a) $y = 5x$ b) $y = \frac{2}{x}$ d) $y = \frac{1}{2}x$
c) $y = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{x}$ e) $y = \frac{1}{3}x + 3$

Tətbiq tapşırıqları

- 8» Eyni koordinat müstəvisində $y = \frac{6}{x}$ və $y = 7 - x$ funksiyalarının qrafiklərini qurun və qrafiklərin kəsişmə nöqtələrini tapın.
- 9» İki nəfər tarazlıq taxtası üzərində dayanmışlar. Kütləsi 50 kq olan şəxs taxtanın üzərində tarazlıq mərkəzindən 1,5 m məsafədədir. Kütləsi 60 kq olan şəxs tarazlıq mərkəzindən hansı məsafədə dayansa, tarazlıq təmin edilir?
- 10» a) x və y tərs mütənasib asılıdır, $x = 5$ olduqda $y = 40$ olur. $x = 8$ olduqda y -i tapın. İki kəmiyyət arasındakı asılılığı düsturla yazın.
b) x və y düz mütənasib asılıdır. $x = 5$ olduqda $y = 10$ olur. $x = 20$ olduqda y -i tapın. İki kəmiyyət arasındakı asılılığı düsturla yazın.

$y = \frac{k}{x}$ funksiyası və onun qrafiki

- 11»** Mağazanın vitrin doldurma və bəzəmə işlərini 8 saat ərzində 6 işçi yerinə yetirir. 1) Bu iş üçün bu gün 6 saat ayrılmışdır. Neçə əlavə işçiyə ehtiyac vardır? 2) İşçilərdən 2 nəfəri bu gün işə gəlməmişdir. Qalan işçilər bu işi neçə saata yerinə yetirərlər?

- 12»** Sakinlər qəsəbələrindəki futbol meydançasını təmir etdirmək qərarına gəldilər. Təmir xərcləri üçün 10 000 manat vəsait lazımdır. Nə qədər çox sakin bu plana dəstək verərsə, hər bir ailəyə düşən xərc daha az olar. Bu asılılıq qrafik şəkildə aşağıda verilmişdir.

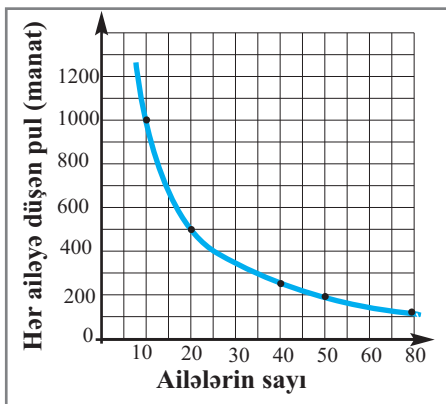
Qrafikə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

1) Tədbirdə: a) 10 ailə; b) 20 ailə iştirak edərsə, hər bir ailə neçə manat verməlidir?

2) Hər ailə: a) 400 manat; b) 200 manat ödəmək istəyə, tələb edilən vəsaitin yığılması üçün neçə ailə iştirak etməlidir?

3) Qrafik üzərində qeyd edilmiş nöqtələrə uyğun məlumatları cədvəllə təqdim edin. Uyğun tərs mütənəsb asılılığı yazın.

4) (5;2000) nöqtəsinin koordinatlarına uyğun məlumatı təqdim edin.



- 13»** Tərs mütənəsb asılılığa aid məsələləri həll edin. Tərs mütənəsb asılılıqdakı k sabitinin hər bir halda hansı məlumata uyğun gəldiyini söyləyin.

a) Fermadakı mövcud yem ehtiyatı 60 inəyə 10 gün çatır. Fermer 10 inək satdı. Yem indi neçə günə çatır?

b) Sürücü iki məntəqə arasındakı yolu 60 km/saat sürətlə 7 saata qət edə bilər. Lakin o, düşündü ki, 75 km/saat sürətlə hərəkət edərsə, ən azı bir saat yarım vaxta qənaət edir. Sürücünün təxmini doğrudurmu?

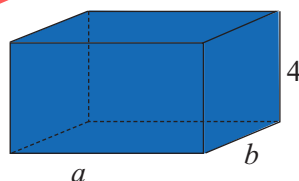
c) Düzbucaqlı şəklindəki bağın eni 14 m, uzunluğu 60 m-dir. Sahəsi eyni olan digər bağın uzunluğu 42 m olarsa, eni neçə metr olar?

- 14»** Hansı asılılıq tərs mütənəsb asılılıqdır?

1) Məktəb şənliyində şagirdlərə 200 manatlıq hədiyyələr alınması planlaşdırılır. Hədiyyələrin sayı onların qiymətindən asılıdır.

2) Nailə institutda nahara gündə 2 manat xərcləyir. Nailənin xərci dərslərinin sayından asılıdır.

- 15»** Düzbucaqlı paralelepipedin həcmi 8 kub vahiddir. Şəkildə verilənlərə görə b -nin a -dan asılılığını düsturla yazın.



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1» Hansı şərtlər daxilində rəasional ifadələrin mənası var?

a) $\frac{2(x-1)}{x^2-x}$ b) $\frac{2d(d+1)}{(d+1)(d-4)}$ c) $\frac{a^2+ab+b^2}{a^2-b^2}$

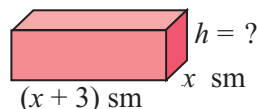
2» A və B çay limanları bir-birindən s km məsafədədir. Bunların arasında durğun suda sürəti v km/saat olan kater hərəkət edir. Çayın axın sürəti 5 km/saat olarsa, katerin A-dan B-yə və əksinə getməsi üçün nə qədər t vaxtı (saatla) tələb olunur?

a) $s = 60$; $v = 25$; b) $s = 120$; $v = 35$ olduqda t -ni tapın.

3» Elə iki rəasional ifadə yazın ki, dəyişənin: a) -2 ; b) -4 və 2 qiymətlərində bu ifadənin mənası olmasın.

4» Məxrəcində a dəyişəni olan elə rəasional ifadə tərtib edin ki, a -nın bütün qiymətlərində mənası olsun.

5» Düzbucaqlı paralelepipedin oturacağının ölçüləri şəkildə göstərildiyi kimidir. Onun həcmnin $(x^3 + 5x^2 + 6x)$ sm³ olduğunu bilərək hündürlüyünü tapın.



6» Fərhadgilin riyaziyyat müəllimi kəsrlər üzərində əməlləri yerinə yetirərkən şagirdlərin səhvlərini aşağıdakı kimi ümumiləşdirmişdir. Hər bir hal üçün səhvləri müəyyən edin, düzəldin və izah edin.

a) $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a-b}{ab}$ b) $\frac{ac+bc}{c+cd} = \frac{a+b}{d}$ c) $\frac{1}{b-a} = \frac{-1}{a+b}$

d) $\frac{1}{1-\frac{a}{b}} = \frac{1}{a-b}$ e) $\frac{c}{5} - \frac{4-b}{5} = \frac{c-4-b}{5}$

7» $a^2 - 2a - 6 = 0$ olduğunu bilərək, $\frac{a^3+8}{2a+4}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

8» $a = -3$, $b = 0,5$ olduqda $\frac{6-ab^2}{3+b^2} + \frac{2b^2-3a}{3+b^2}$ ifadəsinin qiymətini tapın. Tapşırıqda artıq verilən varmı?

9» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{x^2-x-6}{4x+4} \cdot \frac{x+1}{x^2-6x+9}$ b) $\frac{2d+8}{d^2+5d+6} : \frac{d+4}{d^2-4}$

c) $\frac{x^3+5x^2-x-5}{x^2-25} : (x+1)$ d) $\frac{n^3-m^3}{n^2-m^2} \cdot \frac{n^2+2nm+m^2}{n^2+nm+m^2}$

10» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{3}{2x^2+2x} + \frac{2x-1}{x^2-1} - \frac{2}{x}$ b) $\frac{12}{a^2-9} - \frac{3}{a+3} + \frac{2}{3-a}$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

11» Əməlləri yerinə yetirin.

a) $\frac{k^2 - 4}{k^2 - 2k} - \frac{k^2 - 4}{k^2 + 2k}$ b) $\frac{m^2 - 1}{(m + 1)^2} - \frac{m^2 - 1}{(m - 1)^2}$ c) $\frac{a}{a^2 + 2a} + \frac{a}{a^2 - 2a}$
 d) $a - \frac{a^2 - 1}{a}$ e) $\frac{a^2}{a + 1} - a + 1$ f) $\frac{-3}{a - 6} - \frac{-18}{a^2 - 6a}$

12» Sadələşdirin.

a) $\frac{x + 1}{x + 2} - \frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x} : \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + x}$ b) $\frac{2 - x}{x - 4} + \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - x - 6} \cdot \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4x}$

13» $\frac{5}{x^2 + x - 6} = \frac{a}{x - 2} + \frac{b}{x + 3}$ eyniliyindən a və b -ni tapın.

14» Samir və Fidan ədəd oxu üzərində verilmiş iki ədədə uyğun nöqtələrdən eyni uzaqlıqda yerləşən nöqtəyə uyğun ədədi tapmağın yollarını axtarırlar. Nəhayət, onlar bunun ədədi ortanı tapmaqla mümkün olduğunu aşkar etdilər. Bu fikrin doğruluğunu müxtəlif nümunələr üzərində göstərin, $\frac{4}{x}$ və $\frac{5}{2x}$ kəsrlərindən eyni uzaqlıqda olan kəsri tapın.

15» Sadələşdirin.

a) $\frac{a^3 + a^7}{a^{-3} + a^{-7}}$ b) $\frac{x^2 + x^3 + x^4}{x^{-2} + x^{-3} + x^{-4}}$ c) $\frac{x + 1}{x - 1 - 2x^{-1}}$

16» Sadələşdirin.

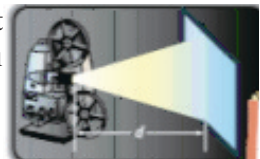
a) $(a^{-1} - b^{-1}) \cdot (a - b)^{-1}$ b) $(a - b)^{-2} \cdot (a^{-2} - b^{-2})$
 c) $\left(1 + \frac{2}{k(k + 3)}\right) \cdot \left(\frac{k + 1}{k + 3}\right)^{-1}$ d) $\left(1 + \frac{1}{n(n + 2)}\right)^{-1} : \frac{n + 2}{n + 1}$

17» 240 kq çiyələyi eyni sürətlə işləyən 15 işçi 4 saata yığır. 160 kq çiyələyi 8 saatda yığmaq üçün həmin sürətlə işləyən neçə işçi lazımdır?

18» k və b -nin hansı qiymətlərində $y = \frac{k}{x}$ hiperbolası və $y = kx + b$ düz xətti:
 a) A(2;1); b) B(-1;2) nöqtəsindən keçir?

19» Heydər Əliyev Fondunun təşəbbüsü ilə Bakıda keçirilən “Qız Qalası” Üçüncü Beynəlxalq İncəsənət Festivalında video-mapping texnologiyası ilə Qız Qalasının üzərində rəngarəng görüntülər əks etdirildi. Qız Qalası səthinin 360° görüntülərlə əhatə edilməsi məqsədi ilə abidənin üzərinə 7 müxtəlif nöqtədən 30 proyektor vasitəsi ilə proyeksiyalar salındı.

Proyektorla işıqlandırma zamanı ekrandakı işığın intensivliyi ekrandan işıq mənbəyinə qədər olan məsafənin kvadratı ilə tərs mütənəsibdir: $I = \frac{k}{d^2}$. Burada k sabit kəmiyyətdir, d məsafəni göstərir. A və B proyektorları Qız qalasını eyni intensivlikdə işıqlandırır. A ekrandan 5 m, B isə 8 m məsafədədir. A proyektoru üçün $k = 27$ vahid olarsa, B üçün k əmsalını müəyyən edin.



Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- üçbucaqların və dördbucaqlıların sahəsini hesablama düsturlarını;
- sahə düsturlarının tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi;
- mürəkkəb fiqurları daha sadə fiqurlara bölməklə onların sahəsini hesablamağı.

Sahə aksiomları

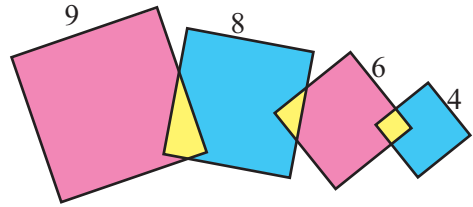
Sahənin varlığı aksiomu. Hər bir sadə fiqurun seçilmiş ölçü vahidi ilə ifadə olunmuş müsbət sahəsi var.

Sahələrin bərabərliyi aksiomu. Konqruent fiqurların sahələri bərabərdir.

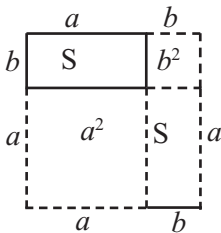
Sahələrin toplanması aksiomu. Fiqur ortaq daxili nöqtəsi olmayan fiqurlara ayrılırsa, onun sahəsi ayrıldığı fiqurların sahələri cəminə bərabərdir.

Sahə vahidi aksiomu. Tərəfi a olan kvadratın sahəsi a^2 -na bərabərdir.

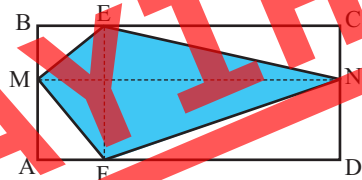
- 1»** Şəkində tərəfləri 9, 8, 6 və 4 olan kvadratlar təsvir olunub. Qırmızı rəngli hissələrin sahələri cəmi 95 sm^2 olarsa, göy rəngli hissələrin sahələri cəmini tapın



- 2»** Tərəfləri a və b olan düzbucaqlının sahəsini $S = ab$ düsturu ilə hesablandığını şəklə görə əsaslandırın.



- 3»** ABCD düzbucaqlı, $MN \parallel AD$, $EF \parallel AB$ olarsa isbat edin ki, MENF dördbucaqlısının sahəsi ABCD düzbucaqlısının sahəsinin yarısına bərabərdir.



- 4»** Düzbucaqlı tərəflərinə paralel xətlərlə dörd hissəyə bölünüb. Üç hissənin sahələri 18, 24, 30 olarsa, 4-cü hissənin sahəsini tapın.

18	24
30	?

Paraleloqramın sahəsi

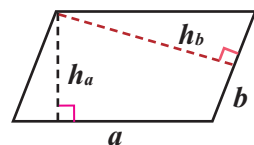
Praktik məşğələ. Kağız üzərində paraleloqram və onun hündürlüyünü çəkin. Paraleloqramı hündürlüyü boyu bir tərəfdən göstərilən qaydada kəsin və sağ tərəfinə yapışdırın. Alınan fiqur haqqında fikirlərinizi söyləyin. Düzbucaqlının sahəsi düsturunu yazın. Paraleloqramın sahəsi haqqında fikirlərinizi ümumiləşdirin.



Paraleloqramın sahəsi, uzunluğu bu paraleloqramın tərəfinə, eni isə paraleloqramın həmin tərəfinə çəkilmiş hündürlüyünə bərabər olan düzbucaqlının sahəsinə bərabərdir.

Paraleloqramın sahəsi

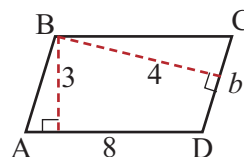
Paraleloqramın sahəsi onun tərəfi ilə bu tərəfə çəkilən hündürlüyünün hasilinə bərabərdir: $S = ah_a$ və ya $S = bh_b$



Nümunə. Şəkilə verilənlərə görə ABCD paraleloqramının sahəsini və perimetrini tapın.

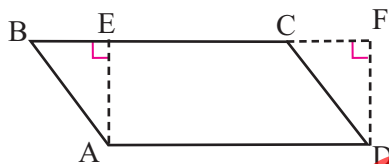
Həlli: Paraleloqramının sahə düsturuna görə tapırıq: $S = 8 \cdot 3 = 24$ (kv. vahid). Digər tərəfdən $S = b \cdot 4$ olduğundan $b = S : 4 = 24 : 4 = 6$ olur.

Paraleloqramın perimetri: $P = 2 \cdot (8 + 6) = 28$.



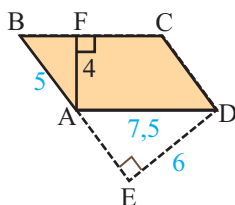
Öyrənmə tapşırıqları.

1» Şəklə görə isbat edin ki, ABCD paraleloqramının sahəsi AEFD düzbucaqlısının sahəsinə bərabərdir. **Göstəris:** $\triangle ABE$ və $\triangle DCF$ -in konqruentliyindən və sahə aksiomlarından istifadə edin.

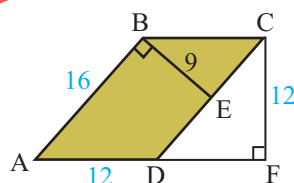


2» Damalı vərəqdə oturacağı 6 vahid, hündürlüyü 4 vahid olan 3 müxtəlif paraleloqram çəkin. Sahələrini müqayisə edin.

3» 1) ABCD paraleloqramının sahəsini tapmaq üçün AB-ni oturacaq qəbul etsəniz, sahəni hesablamaq üçün hansı hündürlükdən istifadə etməlisiniz?



2) Şəkilə verilənlərə görə ABCD paraleloqramının sahəsini iki üsulla tapın.

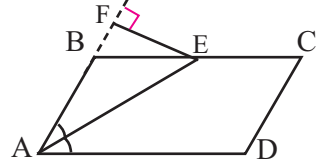


Paraleloqramın sahəsi

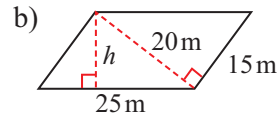
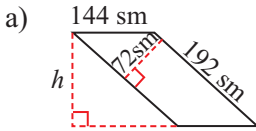
4» Paraleloqramın sahəsi 48 sm^2 , diaqonalların kəsişmə nöqtəsindən tərəflərə qədər məsafələr 2 sm və 3 sm -dir. Paraleloqramın tərəflərinin uzunluqlarını və perimetrini tapın.

5» Paraleloqramın tərəfləri 15 sm və 12 sm -dir. Paraleloqramın hündürlüklərindən biri 10 sm olarsa, ikinci hündürlüyünü tapın. Məsələnin neçə həlli var?

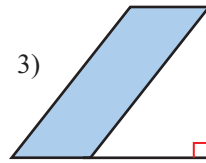
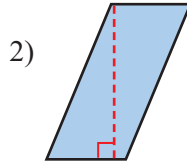
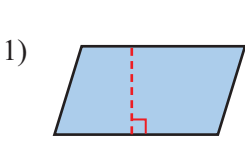
6» AE parçası $\angle A$ -nın tənbölənidir. $EF = 12 \text{ sm}$, $AD = 24 \text{ sm}$ -dir. Paraleloqramın sahəsini tapın.



7» Paraleloqramların h ilə işarə edilmiş hündürlüyünü tapın.

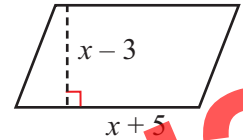


8» Uyğun ölçmələri yerinə yetirməklə şəkildəki paraleloqramların sahələrini hesablayın. Hansı paraleloqramın sahəsi daha böyükdür?



9» Hansı kvadrat üçhəddli şəkildəki paraleloqramın sahəsini ifadə edir?

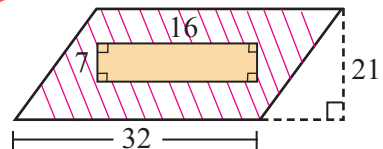
- 1) $x^2 + 2x - 15$ 2) $x^2 - 2x + 15$ 3) $2x^2 - x + 15$



10» Düzbucaqlının bir tərəfinin uzunluğu $(2x + 3) \text{ sm}$, sahəsi $(2x^2 + 7x + 6) \text{ sm}^2$ -dir. Düzbucaqlının perimetrini x dəyişəni ilə ifadə edin.

11» Tərəfləri 12 sm və 16 sm olan paraleloqramın hündürlüklərindən biri 14 sm -dir. Bu hansı tərəfə çəkilmiş hündürlükdür? Paraleloqramın sahəsini tapın.

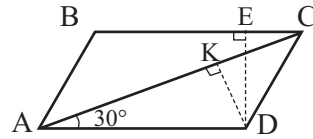
12» Verilənlərə görə ştrixlənmiş hissənin sahəsini hesablayın.



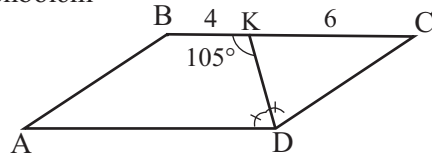
Paraleloqramın sahəsi

- 13) Araşdırma.** Perimetri 12 m olan düzbucaqlı verilir.
 1) Düzbucaqlının perimetrini $2x + 2y = 12$ yazın və y -i tapın. Sahənin $S = xy$ düsturunda y -i yerinə yazın və sadələşdirin.
 2) Alınmış ifadədə ikihədlinin tam kvadratını ayırın.
 3) Ən böyük sahəyə uyğun düzbucaqlının ölçülərini tapın.
 4) Sahəsi 5 m^2 olan düzbucaqlının mümkün ölçülərini necə təyin etmək olar?
- 14)** a) Perimetri 20 vahid, sahəsi 24 kvadrat vahid olan; b) perimetri 72 vahid, sahəsi 288 kvadrat vahid olan düzbucaqlının ölçülərini tapın.

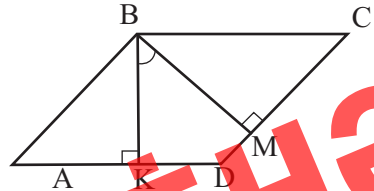
- 15) Verilir:** ABCD paraleloqramı
 $DE \perp BC$, $DE = 8 \text{ sm}$, $DK \perp AC$, $DK = 5 \text{ sm}$
 $\angle CAD = 30^\circ$
Tapın: Paraleloqramın sahəsini



- 16)** ABCD paraleloqramında $\angle D$ -nin tən böləni BC tərəfini K nöqtəsində kəsir.
 $\angle BKD = 105^\circ$, $BK = 4 \text{ sm}$,
 $KC = 6 \text{ sm}$ olarsa, paraleloqramın:
 a) perimetrini;
 b) bucaqlarını;
 c) sahəsini tapın.

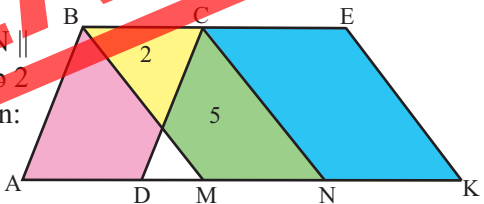


- 17)** ABCD paraleloqramında BK və BM hündürlükləri arasındakı bucaq 45° -dir.
 $AK : KD = 3 : 2$. KBCD trapesiyasının orta xətti 7 sm olarsa, paraleloqramın sahəsini tapın.



- 18)** ABCD paraleloqramının perimetri 64 sm, hündürlükləri 7 sm və 9 sm-dir. Paraleloqramın sahəsini tapın.

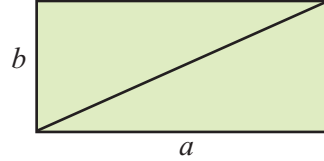
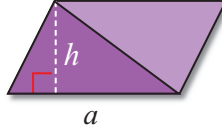
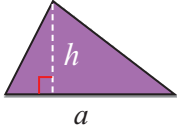
- 19)** Şəkində $BE \parallel AK$, $AB \parallel CD$, $BM \parallel CN$, $EK, MN : NK = 2 : 3$, sarı rəngli sahə 2 sm^2 , yaşıl rəngli sahə 5 sm^2 -dir. Tapın:
 a) ABCD paraleloqramının sahəsini;
 b) NCEK paraleloqramının sahəsini.



Üçbucağın sahəsi

Praktik məşğələ 1. 1. Damalı kağız üzərində üçbucaq çəkin və kəsin. Bu üçbucağı kağız üzərinə qoyun və daha bir konqruent üçbucaq kəsin. Üçbucaqları başqa bir kağızın üzərinə şəkildə göstərilən qaydada yapışdırın. Hansı fiqur alındı? Üçbucağın sahəsi ilə paraleloqramın sahəsi arasındakı əlaqə haqqında fikirlərinizi söyləyin və yazın.

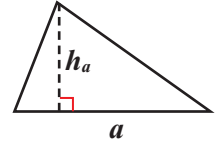
2. Düzbucaqlı çəkin və diaqonalı boyu onu iki üçbucağa ayırın. Üçbucaqların konqruentliyini üst-üstə qoymaqla və həndəsi mühakimələrlə isbat edin. Üçbucağın sahəsi ilə düzbucaqlının sahəsi arasındakı əlaqə haqqında fikirlərinizi söyləyin.



Üçbucağın sahəsi

Üçbucağın sahəsi onun tərəfi ilə bu tərəfə çəkilən hündürlüyü hasilinin yarısına bərabərdir.

$$S = \frac{1}{2} ah_a$$



Tərəfləri a, b, c , onlara çəkilən hündürlükləri uyğun olaraq h_a, h_b, h_c ilə işarə etsək:

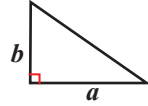
$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} bh_b$$

$$S = \frac{1}{2} ch_c$$

Düzbucaqlı üçbucağın sahəsi katetləri hasilinin yarısına bərabərdir.

$$S = \frac{1}{2} ab$$



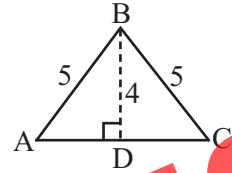
Nümunə. Yan tərəfləri 5 sm, oturacağa çəkilmiş hündürlüyü 4 sm olan bərabəryanlı üçbucağın sahəsini tapın.

Həlli: Yan tərəfləri 5 sm olan bərabəryanlı $\triangle ABC$ -də BD hündürlüyü çəkək: $BD \perp AC$. Şərtə görə $BD = 4$ sm.

BD hündürlüyü $\triangle ABC$ -ni iki konqruent düzbucaqlı üçbucağa ayırır. $\triangle ABD$ -dən Pifaqor teoreminə görə tapırıq:

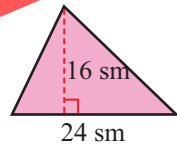
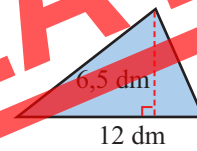
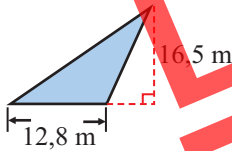
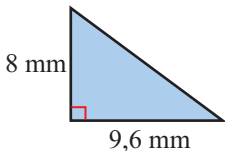
$AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ (sm). Onda $AC = 6$ sm olur.

Üçbucağın sahəsi: $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12 \text{ sm}^2$



Öyrənmə tapşırıqları.

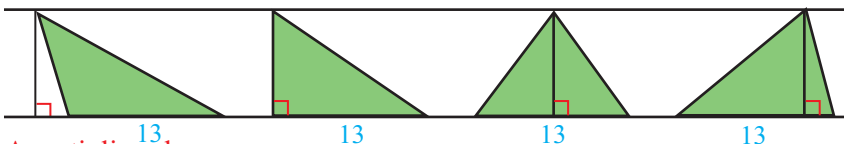
1 Şəkildə verilənlərə görə hər bir üçbucağın sahəsini tapın.



2 Sahəsi 24 sm^2 olan üçbucağın hündürlüyü 5,5 sm-dir. Bu hündürlüyün çəkil-diği tərəfi tapın. Nəticəni ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.

Üçbucağın sahəsi

- 3» **Araşdırma.** Sahəsi 52 sm^2 , tərəfi 13 sm olan üçbucaqda bu tərəfə çəkilmiş hündürlüyü tapın. Bu hündürlüyə və tərəfə uyğun müxtəlif üçbucaqlar şəkildə verilmişdir. Bu ölçülərə uyğun korbucaqlı və ya itibucaqlı olmaqla daha bir neçə üçbucaq çəkin.



- 4» **Açıq tipli sual.**

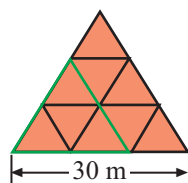
- Katetlərindən biri 8 sm, sahəsi 24 sm^2 olan düzbucaqlı üçbucaq çəkin.
- Tərəfi 8 sm, sahəsi isə 24 sm^2 -dən kiçik olan bir neçə üçbucaq çəkin.
- Bir tərəfi 4 sm, digər tərəflərindən biri 3 sm olan bir neçə üçbucaq çəkin və sahələrini müqayisə edin. Bu üçbucaqların sahəsi hansı ən böyük qiyməti ala bilər?

- 5» 1) $\triangle ABC$ -nin oturacağı 4 vahid, hündürlüyü 8 vahiddir. $\triangle DEF$ -in oturacağı və hündürlüyü uyğun olaraq 2 dəfə böyükdür. Bu üçbucaqların sahələrinin nisbətini yazın.

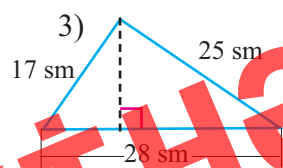
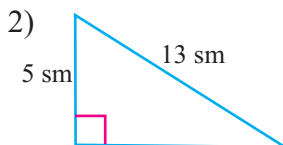
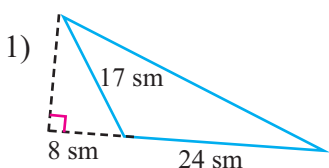
- 2) $\triangle ABC$ -nin oturacağı 15 vahid, hündürlüyü 12 vahiddir. $\triangle DEF$ -in oturacağı və hündürlüyü bundan 3 dəfə kiçikdir. Bu üçbucaqların sahələrinin nisbətini yazın.

- 6» Şəkildə verilən model konqruent bərabərtərəfli üçbucaqlardan təşkil olunmuşdur.

- Böyük üçbucağın sahəsini tapın.
- Kiçik üçbucaqlardan birinin sahəsini tapın.
- Yaşıl qələmlə çəkilmiş üçbucağın sahəsini tapın.



- 7» Üçbucaqların sahələrini tapın.



Üçbucağın sahəsi üçün Heron düsturu

Tərəfləri a, b, c olan üçbucağın sahəsi üçün $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ düsturu doğrudur. Bu düstura Heron düsturu deyilir. Burada p üçbucağın yarımpərimetridir: $p = \frac{a+b+c}{2}$

Nümunə. Tərəfləri 13 sm, 14 sm, 15 sm olan üçbucağın sahəsini tapın.

Həlli: $a = 13 \text{ sm}, b = 14 \text{ sm}, c = 15 \text{ sm}$ olduğundan $p = \frac{13+14+15}{2} = 21$.

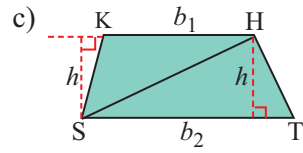
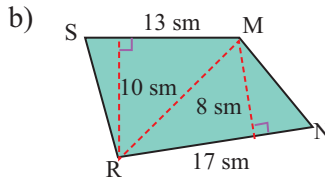
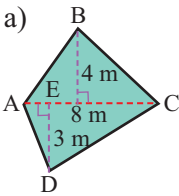
Heron düsturuna görə

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \sqrt{3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 3} = 3 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 2 = 84 \text{ (sm}^2\text{)}$$

Üçbucağın sahəsi

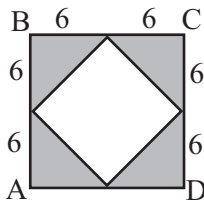
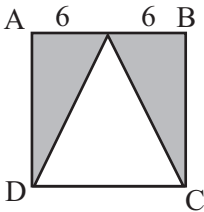
- 8) Tərəfləri a) 26 sm, 30 sm, 28 sm; b) 10 sm, 13 sm, 13 sm olan üçbucağın sahəsini tapın.
- 9) Tərəfləri 10 sm, 10 sm, 16 sm olan bərabəryanlı üçbucağın hündürlüklərini tapın.
- 10) Tərəfləri 8 sm, 10 sm, diaqonallarından biri isə 6 sm olan paraleloqramın sahəsini və hündürlüklərini tapın.
- 11) 1) Bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini tapın: a) $P = 24$ sm; b) $a = 5$ sm.
2) Tərəfi a olan bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini hesablamaq üçün düstur yazın.
3) Tərəfləri 20 sm və 35 sm olan üçbucağın sahəsi ən çoxu neçə kvadrat santimetr ola bilər?
4) Katetləri 15 sm və 20 sm olan düzbucaqlı üçbucağın sahəsini və hipotenuza çəkilmiş hündürlüyünü tapın. Sahəsi bu üçbucağın sahəsinə bərabər olan bərabəryanlı üçbucaq qurun.

- 12) Dördbucaqlıların sahəsini üçbucaqlara bölməklə hesablayın.



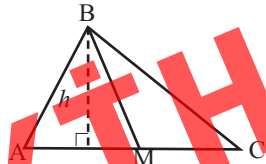
- 13) Verilənlərə görə ABCD kvadratında:

- a) boz hissənin sahəsini tapın;
b) ağ hissənin sahəsini tapın.

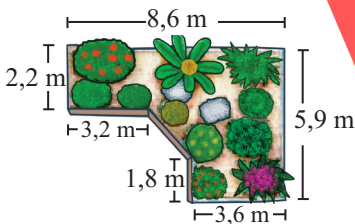


- 14) $\triangle ABM$ -in və $\triangle CBM$ -in sahələrini tapın. Sahələrin nisbətini $AM : MC$ nisbəti ilə müqayisə edin.

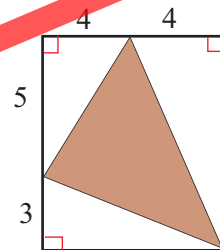
- a) $h = 5$, $AC = 8$, $AM = 6$
b) $h = 7$, $AC = 10$, $AM = 5$



- 15) Bağın planını yenidən çəkin və sahəsini tapın.

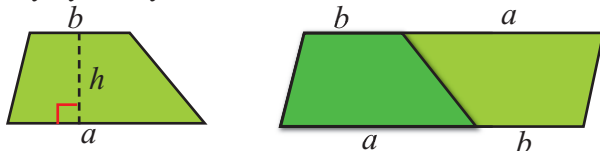


- 16) Şəkilə verilənlərə görə rəngli hissənin sahəsini tapın.



Trapesiyanın sahəsi

Praktik məşğələ. Kağız üzərində trapesiya çəkin və kəsin. Bu trapesiyanı kağız üzərinə qoyun və daha bir konqruent trapesiya kəsin. Trapesiyaları başqa bir kağızın üzərinə şəkildə göstərilən qaydada yapışdırın. Hansı fiqur alındı? Trapesiyanın sahəsi ilə paraleloqramın sahəsi arasındakı əlaqə haqqında fikirlərinizi söyləyin və yazın.

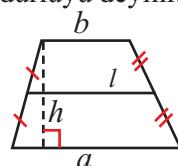


Trapesiyanın sahəsi

Trapesiyanın oturacağına hər hansı nöqtədən digər oturacağı özündə saxlayan düz xəttə çəkilən perpendikulyara bu trapesiyanın hündürlüyü deyilir.

Trapesiyanın sahəsi oturacaqları cəminin yarısı ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir.

$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



Trapesiyanın sahəsi orta xəttinin uzunluğu ilə hündürlüyü hasilinə bərabərdir:

$$S = lh$$

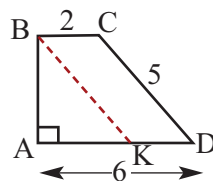
Nümunə. Şəkildə verilənlərə görə düzbucaqlı trapesiyanın sahəsini tapın.

Həlli: ABCD trapesiyanasının B tərfindən CD tərəfinə paralel BK xətti çəkək. BCDK paraleloqram olduğundan qarşı tərəfləri konqruentdir. Deməli, KD = 2, BK = 5. Onda AK = 4 olar.

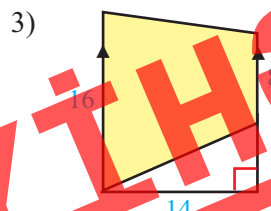
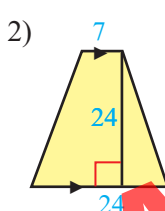
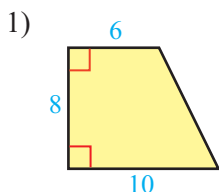
ΔABK -dan Pifaqor teoreminə görə tapırıq:

$$AB = \sqrt{BK^2 - AK^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

$$\text{Trapesiyanın sahəsi: } S = \frac{6+2}{2} \cdot 3 = 12$$

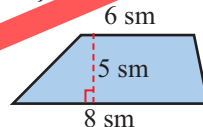


1 Şəkildə verilənlərə görə trapesiyaların sahələrini tapın.

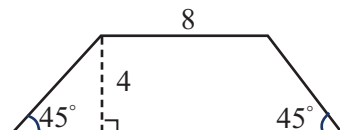


2 Verilən şərtlərə görə trapesiyanın sahəsinin dəyişməsinə araşdırın:

- 1) Alt oturacağı iki dəfə artarsa;
- 2) Üst oturacağı iki dəfə artarsa;
- 3) Hündürlüyü iki dəfə artarsa;
- 4) Hər iki oturacağı və hündürlüyü iki dəfə artarsa.

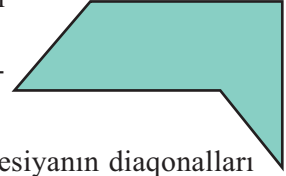


3 Şəkildə verilənlərə görə trapesiyanın perimetrini və sahəsini tapın.



Trapesiyanın sahəsi

- 4» Xətkeşlə lazımı ölçmələr aparın. Şəkildəki fiqurun sahəsini müxtəlif üsullarla hesablayın.
Bir düz xətlə: a) iki trapesiyaya bölün; b) paraleloqram və üçbucağa bölün.



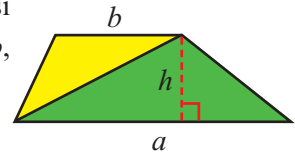
- 5» Oturacaqları 8 sm və 12 sm olan bərabəryanlı trapesiyanın diaqonalları perpendikulyardır. Bu trapesiyanın sahəsini tapın.

- 6» Aşağıdakı təklifləri şəkil üzərində göstərməklə əsaslandırın.

1) Bərabəryanlı trapesiyanın sahəsini 2 konqruent trapesiyanın sahələri cəmi ilə ifadə etmək mümkündür.

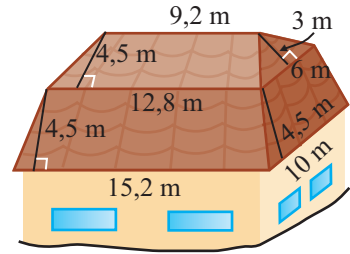
2) Trapesiyanın sahəsini bir düzbucaqlının və iki düzbucaqlı üçbucağın sahələri cəmi kimi ifadə etmək mümkündür.

- 7» Üçbucağın sahə düsturundan və sahələrin toplanması aksiomundan istifadə etməklə oturacaqları a və b , hündürlüyü h olan trapesiyanın sahəsi üçün $S = \frac{1}{2} (a + b)h$ düsturunu isbat edin.



- 8» **Kiçik layihə işi.** Şəkildəki evin damını örtmək üçün neçə kvadrat metr dam örtüyü materialı lazımdır?

1) Bir dam örtüyü lövhəsinin sahəsi $2,8 \text{ m}^2$ və bir lövhənin qiyməti 8,6 manat olarsa, şəkildəki dam örtüyünə neçə manat pul xərclənər? Materialın təqribən 10%-nin itkiyə getdiyini nəzərə alın və lövhələrin sayını tam ədədə yuvarlaqlaşdırın.



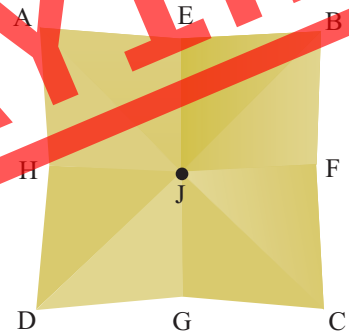
- 2) Dam örtüyünü iki usta bir ayda quraşdırmağa söz vermişdilər. Lakin 20 gün ərzində işin yalnız dördü bir hissəsini görə bildilər. İş vaxtında qurtarmaq məqsədi ilə ev sahibi eyni sürətlə çalışan daha 2 ustanın işə qoşulmasına qərar verdi. Qalan işi 4 usta neçə günə yerinə yetirər?

3) Bir ay ərzində dam örtüyü materialları birinci dəfə 3,6%, ikinci dəfə isə 4,8% bahalaşdı. Dam örtüyünü son qiymət artımından sonra alan müştəri neçə faiz artıq pul xərcləyər?

- 9» Şəkildə ABCD kvadratşəkilli kağız vərəq verilmişdir. H, E, F, G kvadratın tərəflərinin orta nöqtələridir. 1) $AB = 8$ vahid olduğunu bilərək aşağıdakı fiqurların sahəsini tapın:

- a) ABFH düzbucaqlı;
b) ABFJ trapesiya;
c) AEJ üçbucaq.

2) Vərəqin sahəsini iki konqruent trapesiyanın və bir bərabəryanlı üçbucağın sahələri cəmi şəklində ifadə edin və hesablayın.



Trapesiyanın sahəsi

10) MNPR bərabəryanlı trapesiyadır. Verilən məlumatlara görə məsələləri həll edin.

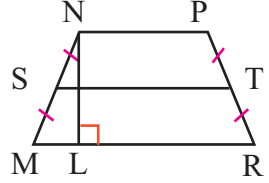
1) $NP = 12$, $MR = 18$ olarsa, ST -ni tapın.

2) $ST = 16$, $NP = 8$ olarsa, MR -i tapın.

3) $NP + MR = 5x + 12$, $ST = 3x + 4$ olarsa, ST -ni tapın.

4) Trapesiyanın perimetri 64, $ST = 12$ olarsa, MS -i tapın.

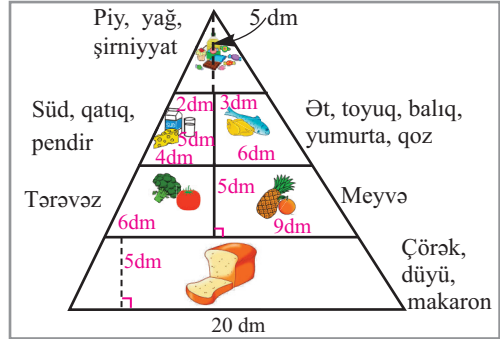
5) $NL = 8$ sm, $NP + MR = 24$ sm olduğuna görə trapesiyanın sahəsini tapın.



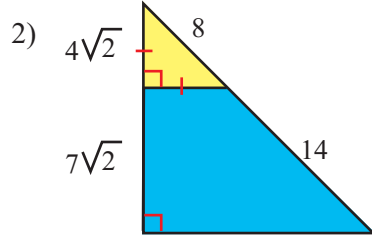
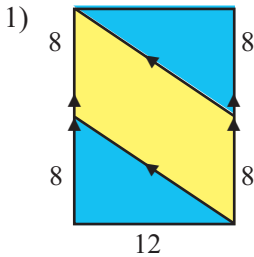
11) Piramidaşəkilli vitrinə ərzaqlar qruplarla düzülmüşdür.

Verilənlərə görə:

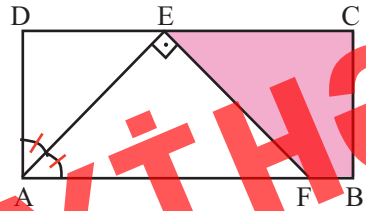
- yağlar, şirniyyatlar;
- meyvələr;
- çörək, düyü, makaron yerləşən hissələrin sahələrini tapın.



12) Mavi və sarı hissələrin sahələrini hesablayın.



13) Verilir: ABCD düzbucaqlısı
 $AB = 15$ sm, $AD = 4$ sm, $\angle DAE \cong \angle EAF$
 Tapın: FBCE trapesiyasının sahəsini

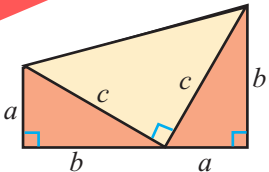


14) Pifaqor teoreminin çoxlu sayda isbatları mövcuddur. Bunlardan biri ABŞ-ın prezidenti olmuş Ceyms Harfildə məxsusdur. O, bunu 1876-cı ildə Nümayəndələr Palatasında işləyərkən yerinə yetirmişdir. Bu isbatın aşağıda verilmiş planını araşdırın və isbatı dəftərinizdə yazın.

1) Trapesiyanın sahəsini a və b dəyişənləri ilə ifadə etmişdir.

2) Üç düzbucaqlı üçbucağın sahəsini a , b , c dəyişənləri ilə ifadə etmişdir.

3) Sahələrin bərabərliyi aksiomuna görə 1 və 2-dən alınan nəticələrin bərabərliyini yazmış və sadələşdirmişdir.



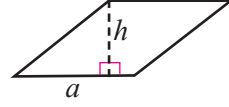
Rombun sahəsi

Praktik məşğələ. Romb və çərpləng formalı fiqurun diaqonalını çəkin. Alınan üçbucaqların konqruent olduqlarını diaqonal boyu kəsib, üst-üstə qoymaqla göstərin. Romb və çərpləngin sahəsi ilə üçbucağın sahəsi arasındakı əlaqəni araşdırın.

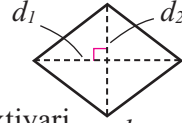
Rombun sahəsi

1. Rombun sahəsi onun tərəfi ilə hündürlüyünün hasilinə bərabərdir: $S = ah$

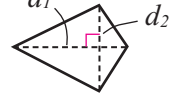
Qeyd edək ki, rombun hündürlükləri bərabərdir.



2. Rombun sahəsi diaqonalları hasilinin yarısına bərabərdir: $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$



3. Diaqonalları qarşılıqlı perpendikulyar olan ixtiyari qabarıq dördbucaqlının sahəsi diaqonalları hasilinin yarısına bərabərdir: $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$



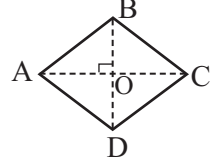
Nümunə. Diaqonalları 6 və 8 olan rombun sahəsini və hündürlüyünü tapın.

Həlli: Diaqonalları $AC = 8$, $BD = 6$ olan ABCD rombu çəkək.

Rombun sahə düsturuna görə $S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$.

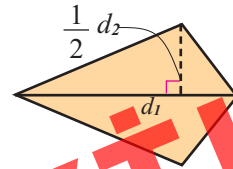
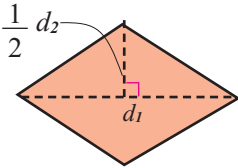
$AO = AC : 2 = 4$, $BO = BD : 2 = 3$ olduğundan $\triangle AOB$ -dən Pi-faqor teoreminə görə rombun tərəfini tapaq:

$AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$. Sahəsi 24, tərəfi 5 olan rombun hündürlüyü $S = ah$ düsturundan tapılır: $h = S : a = 24 : 5 = 4,8$



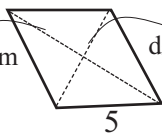
1» Aşağıdakı plana görə romb və çərpləng formalı fiqurların sahəsi üçün $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$ düsturunu isbat edin.

İsbat üçün plan. 1. Rombun və çərpləngin diaqonalının onları iki konqruent üçbucağa ayırdığını isbat edin. 2. İki üçbucağın sahəsini toplayın.

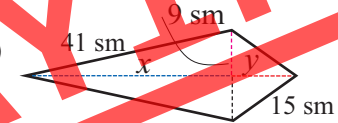


2» Şəkildə verilənlərə görə rombun və çərpləngin sahəsini tapın.

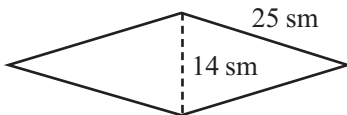
1) $d_1 = (5x + 3)$ sm, $d_2 = (5x + 1)$ sm



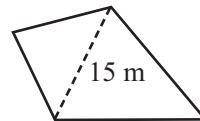
2) 41 sm, 9 sm, 15 sm



3» 1) Rombun sahəsini tapın.

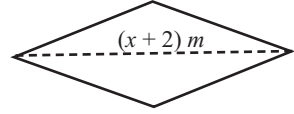
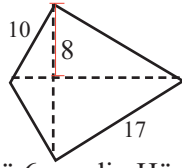


2) Çərpləngin sahəsi 180 m^2 -dir. Digər diaqonalını tapın.



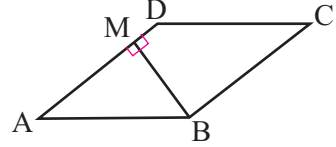
Rombun sahəsi

- 4) 1) Şəkiləki çərpələng formalı fiqurun sahəsini tapın. 2) Rombun sahəsi $(4x^2 + 8x)$ m²-dir. Digər diaqonalını x dəyişəni ilə ifadə edin.

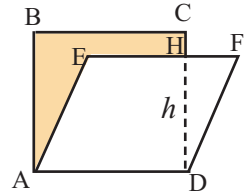


- 5) Rombun hündürlüyü 6 sm-dir. Hündürlük çəkildiyi AD tərəfini AM:MD = 4:1 nisbətində hissələrə bölür. Rombun sahəsini tapın.

Göstəriş: AM = 4x və MD = x kimi yazın və tərəfi tapmaq üçün AMB düzbucaqlı üçbucağından istifadə edin.

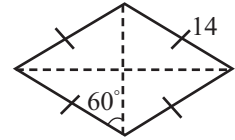


- 6) ABCD sahəsi 625 sm² olan kvadrat, AEFD isə sahəsi 500 sm² olan rombdur. Rəngli hissənin sahəsini tapın. **Göstəriş:** Əvvəlcə rombun hündürlüyünü tapmaqla ΔDHF-in sahəsini tapın.



- 7) 1) ABCD düzbucaqlısının sahəsi 60 sm²-dir. Tərələri bu düzbucaqlının tərəflərinin orta nöqtələrində olan rombun sahəsini tapın. 2) Perimetri 80 sm, diaqonallarından biri 24 sm olan rombun sahəsini tapın.

- 8) Şəkilə verilənlərə görə rombun perimetrini və sahəsini tapın.

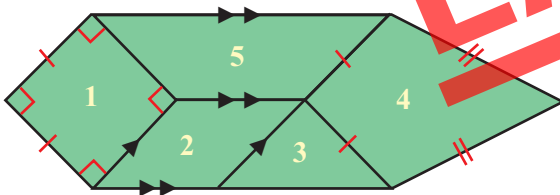


- 9) 1) Sahəsi 9,6 m², diaqonallarından birinin uzunluğu 3,2 m olan rombun perimetrini tapın. 2) Sahəsi 54 sm², diaqonalları nisbəti 3:4 kimi olan rombun diaqonallarının uzunluqlarını tapın.

- 10) Xətkeşlə lazımi ölçmələri 1 mm dəqiqliklə aparmaqla şəkiləki fiqurun müxtəlif rəngli hissələrinin sahələrini və bütün fiqurun sahəsini tapın.



- 11) Fiqurun nömrələnmiş hissələrinə uyğun düsturları seçin.

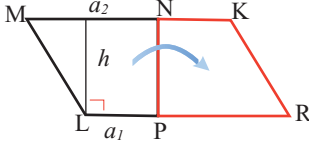


- A) $S = a^2$
B) $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$
C) $S = \frac{1}{2} ah$
D) $S = \frac{1}{2} h(a_1 + a_2)$
E) $S = ah$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

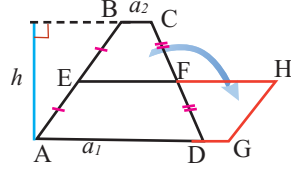
- 1» Verilir: LMNP trapesiyadır.
LMNP $\cong$ KRPN

İsbat edin: $S_{LMNP} = \frac{1}{2} h(a_1 + a_2)$



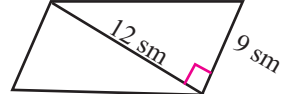
- 2» Verilir: ABCD trapesiyadır.
EBCF $\cong$ HGDF

İsbat edin: $S_{ABCD} = \frac{1}{2} h(a_1 + a_2)$

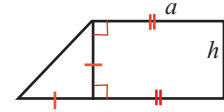


- 3» Rasim dayı bağında pomidor əkdii $15\text{ m} \times 25\text{ m}$ -lik düzbucaqlı formadakı sahəni xüsusi lövhələrlə hasara almışdır. Rasim dayı hasar üçün yeni lövhələr almadan pomidor əkilən sahəni genişləndirərək kvadrat formalı etmək istəyir. Bu halda pomidor əkilən hissənin sahəsi neçə kvadrat metr böyüyəcək?

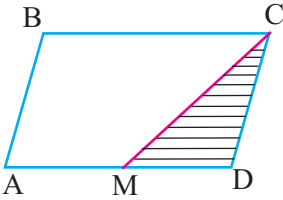
- 4» Paraleloqramın diaqonalı tərəfi ilə düz bucaq əmələ gətirir. Şəkildə verilənlərə görə paraleloqramın sahəsini tapın.



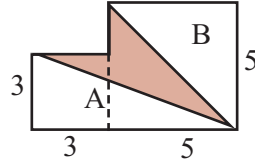
- 5» Verilənlərə görə fiqurun sahəsini hesablamaq üçün düstur yazın.



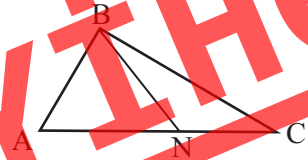
- 6» Verilir: ABCD paraleloqram.
AM = MD; $S_{\triangle CMD} = 8\text{ sm}^2$
Tapın: S_{ABCD}



- 7» Rəngli hissənin sahəsini hesablayın.

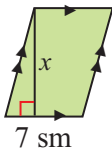


- 8» 1) $S_{\triangle ABC} = 90\text{ sm}^2$, AN : NC = 3 : 2 olduğuna görə $\triangle ABN$ -nin sahəsini tapın.
2) $S_{\triangle ABC} = 60\text{ sm}^2$, BN median olarsa, $\triangle ABN$ -nin sahəsini tapın.

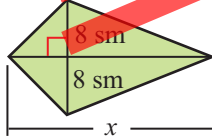


- 9» Verilənlərə görə x-i tapın.

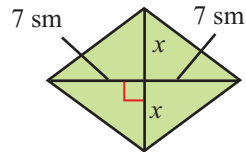
$S = 63\text{ sm}^2$



$S = 168\text{ sm}^2$



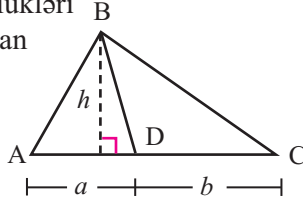
$S = 56\text{ sm}^2$



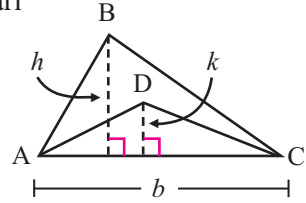
Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 10» Araşdırma.** İki üçbucağın sahələri nisbətini müxtəlif hallar üçün araşdırın. Hər bir hal üçün ümumiləşdirilmiş nəticə və düstur yazın.

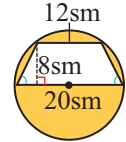
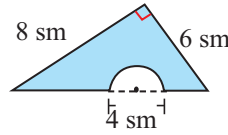
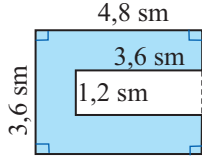
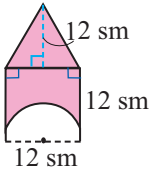
1) Hündürlükləri bərabər olan



2) Oturacaqları bərabər olan



- 11»** Verilənlərə görə rəngli hissənin sahəsini tapın.

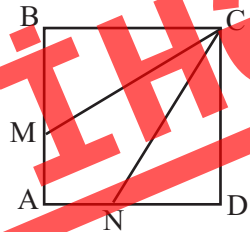


- 12»** İsbat edin ki, üçbucağın tərəfləri hündürlükləri ilə tərs mütənasibdir, yəni:

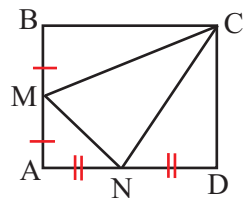
$$a : b : c = \frac{1}{h_a} : \frac{1}{h_b} : \frac{1}{h_c}.$$

- 13»** 1) Hündürlüyü h olan bərabərtərəfli üçbucağın sahəsini tapın.
2) Hipotenuzu 13 sm, sahəsi 30 sm^2 olan düzbucaqlı üçbucağın katetlərini tapın.
3) İtibucaqlı üçbucağın bir tərəfinə çəkilmiş hündürlük bu tərəfi 3 sm və 9 sm uzunluğunda parçalara ayırır. Hündürlük 7 sm olarsa, bu üçbucağın sahəsini tapın.

- 14»** Tərəfi 3 sm olan kvadrat CM və CN parçaları ilə sahələri bərabər olan 3 hissəyə ayrılmışdır. CM parçasının uzunluğunu tapın.



- 15»** ABCD düzbucaqlısının sahəsi 72 kvadrat vahiddir. M və N nöqtələri düzbucaqlının tərəflərinin orta nöqtəsidir. $\triangle CMN$ -nin sahəsini tapın. **Göstəriş:** $S_{\triangle CMN} = S_{ABCD} - S_{\triangle BMC} - S_{\triangle AND} - S_{\triangle AMN}$ -dən istifadə edin. $AD = a$, $AB = b$ işarələyib, sahələri ab hasili ilə ifadə edin.



Siz bu fəsilə öyrənəcəksiniz:

- rasiional tənlikləri və rasiional tənlik qurmaqla müxtəlif məsələləri həll etməyi;

Bu maraqlıdır!

Qızıl nisbət haqqında əsrlər boyu sənət və arxitektura baxımından ən gözəl nisbət kimi bəhs edilmişdir. Parfenon memarlığının, həmçinin bir çox başqa sənət əsərlərinin gözəlliyinin qızıl nisbətdə gizləndiyi təsbit edilmişdir.



Evklid “Başlangıclar” əsərində qızıl nisbət haqqında izahında parçanı a və b uzunluqda ($a > b$) elə iki kiçik parçaya ayırmağı təklif edir ki, $a + b$ -nin a -ya nisbəti, a -nın b -yə nisbətinə bərabər olsun.

$$\begin{array}{c} \text{---} a \text{---} \text{---} b \text{---} \\ | \text{---} a + b \text{---} | \end{array} \quad \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{a}{a} + \frac{b}{a} \text{ bərabərliyində } \frac{a}{b} = \varphi \text{ qəbul etsək, } \varphi = 1 + \frac{1}{\varphi} \text{ tənliyi}$$

alınar. Hər iki tərəfini φ ədədinə vurmaqla bu tənliyin həlli $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$ tənliyinin həllinə gətirilir və onun müsbət kökü $\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1,618034\dots$

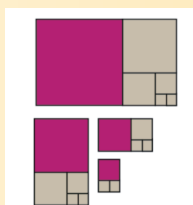
irrasional ədəddir. φ işarələməsi b.e.ə. V əsrdə yaşamış heykəltaraş Fidinın şəərəfinə qəbul edilmişdir.

Hər dəfə məxrəcdə φ -nin yerinə $1 + \frac{1}{\varphi}$ yazmaqla φ ədədini sonsuz zəncirvari kəsir şəklində ifadə etmək olar.

$$\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$$

$$\varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}} \quad \varphi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\varphi}}} \quad \dots$$

Bu həndəsi olaraq tərəfləri qızıl nisbətdə olan düzbucaqlıdan hər dəfə kvadrat ayırmaqla alınan kiçik düzbucaqlının tərəflərinin də qızıl nisbətdə olduğunu göstərir.



Rasional tənliklər

Tənliyin sağ və sol tərəfi rasional ifadələr olarsa, belə tənliyə rasional tənlik deyilir. Bir çox məsələlərdə məxrəcə məchul daxil olan rasional tənlikləri həll etmək lazım gəlir. Bu halda tənlikdəki dəyişənlərin ala biləcəyi mümkün qiymətlərini (DMQ-ni) müəyyən etmək lazımdır.

Nümunə 1. $\frac{1}{x-3} = 2$ tənliyini həll edin.

Həlli: Verilmiş tənlikdə DMQ $x \neq 3$. Odur ki, $x \neq 3$ qəbul etməklə tənliyin hər iki tərəfini $(x-3)$ ifadəsinə vuraq.

$$\frac{(x-3)}{x-3} = 2(x-3), \text{ buradan } 1 = 2(x-3) \text{ alırıq, } 2x = 7 \quad x = 3,5$$

Bunu verilmiş tənlikdə yerinə yazırıq: $\frac{1}{3,5-3} = \frac{1}{0,5} = 2 \quad 2 = 2$

Deməli, $x = 3,5$ verilmiş tənliyin köküdür. Verilmiş tənliyin başqa kökləri yoxdur.

Nümunə 2. $\frac{12}{x+5} = \frac{4}{x+2}$ tənliyini həll edin.

Həlli: Burada DMQ $x \neq -5, x \neq -2$. Tənəsübün xassəsindən istifadə etməklə alırıq:

$$12(x+2) = 4(x+5)$$

$$12x + 24 = 4x + 20 \quad 8x = -4 \quad x = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$$

Nümunə 3. $\frac{x^2-3x}{x-2} = \frac{2}{2-x}$ tənliyini həll edin.

Həlli: Burada $x \neq 2$ olmalıdır.

Tənliyi $\frac{x^2-3x}{x-2} = \frac{-2}{x-2}$ şəklində yazıb hər iki tərəfi $(x-2)$ ortaq məxrəcə

vuraq: $x^2-3x = -2$

Buradan $x^2-3x+2=0$, $x_1=1, x_2=2$

Yoxlamaqla görürük ki, $x=2$ ədədi verilmiş tənliyi ödəyə bilməz, çünki kəsrin məxrəci "0"-a çevrilir. Deməli, verilmiş tənliyin kökü yalnız $x=1$ olur.

Diqqət! Məxrəcə məchul daxil olan rasional tənliyi həll etdikdən sonra kökləri yoxlamaq lazımdır.

Nümunə 4. $\frac{x+5}{x-1} - \frac{x+1}{x-3} = \frac{-8}{(x-1)(x-3)}$ tənliyini həll edin.

Həlli: DMQ $x \neq 1, x \neq 3$ olmaqla verilmiş tənliyin hər iki tərəfini $(x-1)(x-3)$ ortaq məxrəcə vuraq.

$$(x-1)(x-3) \cdot \frac{x+5}{x-1} - (x-1)(x-3) \cdot \frac{x+1}{x-3} = \frac{-8(x-1)(x-3)}{(x-1)(x-3)} \quad \text{Bərabərliyin xassəsinə görə}$$

$$(x+5)(x-3) - (x+1)(x-1) = -8 \quad \text{İxtisardan sonra}$$

$$2x - 6 = 0$$

$$x = 3$$

$x=3$ qiymətini tənlikdə yazdıqda mənasız ifadələr alınır (kəsrin məxrəci "0"-a çevrilir). Deməli, verilmiş tənliyin kökü yoxdur.

Rasional tənliklər

Öyrənmə tapşırıqları

1» Tənasübün xassəsindən istifadə etməklə tənlikləri həll edin.

$$\frac{4}{a} = \frac{3}{a-2}$$

$$\frac{x}{x+1} = \frac{x-6}{x-1}$$

$$\frac{10}{2x-3} = x-1$$

$$\frac{3}{x^2+2} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{x^2+4x}{x+2} = \frac{2x}{3}$$

$$\frac{3}{3n-1} = \frac{2}{2n-1}$$

2» Tənlikləri həll edin.

$$a) \frac{x^2}{x^2-4} = \frac{5x-6}{x^2-4}$$

$$b) \frac{x^2-6x}{x-5} = \frac{5}{5-x}$$

$$c) \frac{2}{3} + \frac{4}{x} = \frac{x}{12}$$

$$d) \frac{m-1}{m+1} - \frac{2m}{m-1} = -1$$

$$e) \frac{2n}{n-1} + \frac{n-5}{n^2-1} = 1$$

$$f) \frac{a}{3a+6} - \frac{a}{5a+10} = \frac{2}{5}$$

3» Tənlikləri həll edin.

$$a) \frac{1}{4} - \frac{1}{2t} + \frac{2}{t^2} = 0$$

$$b) \frac{1}{t-2} + \frac{1}{t+2} = \frac{2}{3}$$

$$c) \frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+3} = \frac{1}{2}$$

$$d) \frac{5z-7}{2z-2} - \frac{3z+2}{z+1} = 0$$

4» Tənlikləri həll edin.

$$a) x = \frac{4}{x} - \frac{x}{9} + 2$$

$$b) (1 + \frac{1}{x})^2 = \frac{9}{x^2}$$

5» a) Ədədin tərsi kvadratından 8 dəfə böyükdür. Bu ədədi tapın.

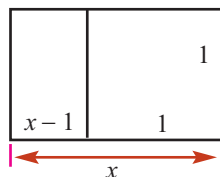
b) Bir ədədlə onun tərsinin cəmi $\frac{10}{3}$ -ə bərabərdir. Bu ədədi tapın.

c) Adi kəsrin məxrəci onun surətindən 3 vahid böyükdür. Bu kəsrin surətinə 7, məxrəcinə 5 əlavə etsək, kəsr $\frac{1}{2}$ qədər artar. Bu kəsri tapın.

6» Dəyişənin hansı qiymətlərində: a) $\frac{x^2+2x}{x+6}$ ifadəsinin qiyməti 1-ə bərabərdir;

b) $\frac{6}{x-3}$ və $\frac{x+1}{x+3}$ kəsrlərinin fərqi onların hasilinə bərabərdir?

7» “Qızıl düzbucaqlıdan” ən böyük kvadrat kəsib götürüldükdə qalan kiçik düzbucaqlının tərəfləri nisbəti verilmiş düzbucaqlının tərəfləri nisbətinə bərabər olur. Eni 1 vahid olan qızıl düzbucaqlının uzunluğunu tapın.



Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Nisbət, faiz məsələləri

- 1» Əhmədgil indiyə qədər rəqib komandalar ilə keçirdikləri 20 oyundan 8-ində qalib gəlmişlər. Onlar bu komanda ilə keçirilən oyunların neçəsində dalbadal qalib gəlməlidirlər ki, 75 %-lik uduş nəticəsinə nail olsunlar?

Həll üçün plan. 1. Qələbə qazanılan oyunların sayının bütün oyunların sayına nisbəti: $\frac{8}{20}$

2. Daha x sayda oyun keçirilərsə və bu oyunlarda dalbadal qələbə qazanılırsa, qalibiyyətə bitən oyunların sayının bütün oyunların sayına nisbəti: $\frac{8+x}{20+x}$

3. Tənlik: $\frac{8+x}{20+x} = 0,75$

- 2» Aliyə keçirdiyi 20 tennis oyunundan 12-də qalib gəlmişdir. Aliyə növbəti neçə oyunu dalbadal uduzsa, onun qələbələri 50% təşkil edər?

- 3» Sinfdə 8 oğlan, 18 qız var. Sinfə bir neçə oğlan qəbul edildi. Təsadüfən seçilən şagirdin oğlan olması ehtimalı $\frac{1}{3}$ - dir. Sinfə neçə oğlan qəbul edilmişdir?

- 4» 10 l şirənin 60%-i xalis meyvə ekstraktıdır. Bu şirənin 75%-nin meyvə ekstraktı olması üçün nə qədər ekstrakt əlavə edilməlidir?

- 5» 10%-li 40 l duz məhluluna nə qədər duz əlavə etmək lazımdır ki, 20%-li məhlul alınsın.

- 6» 30%-li və 10%-li iki duz məhlulu var. 1 l 10%-li məhlula neçə litr 30%-li məhlul əlavə edilsə, 22%-li məhlul alınar?

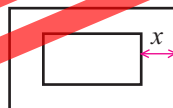
Həndəsə məsələləri

- 7» 1) Düzbucaqlının tərəflərindən biri digərindən 14 sm böyükdür və diaqonalı 34 sm-ə bərabərdir. Düzbucaqlının tərəflərini tapın.

2) Düzbucaqlı üçbucaqda katetlərdən biri hipotenuzdan 3 sm, o biri isə 6 sm kiçikdir. Hipotenuzu tapın.

3) Uzunluğu enindən 7 sm böyük olan düzbucaqlının sahəsi 60 sm^2 -ə bərabərdir. Düzbucaqlının perimetrini tapın.

- 8» Uzunluğu 8 m, eni 4 m olan düzbucaqlı şəklində bağ sahəsinin kənarına perimetri boyu, bərabər enlikdə güllük salınmışdır. Güllüyün və bağın sahəsi birlikdə 165 m^2 -dir. Güllüyün enini tapın.



- 9» Ölçüləri $2 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ olan düzbucaqlı şəklində sahənin enini və uzunluğunu eyni ölçüdə artırıqda onun sahəsi 3 dəfə artdı. Yeni sahənin ölçülərini tapın.

- 10» Oturacağının uzunluğu hündürlüyündən 20 sm çox olan üçbucağın sahəsi 78 sm^2 -dir. Üçbucağın oturacağını tapın.

Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

İş məsələləri

Məsələ. İki fəhlə birgə işləməklə işi 12 günə yerinə yetirir. Ayrılıqda bütün işi yerinə yetirmək üçün onlardan birinə digərindən 10 gün çox vaxt tələb olunur. Hər fəhlə ayrılıqda bu işi neçə günə yerinə yetirə bilər?

Həlli: Tutaq ki, 2-ci fəhlə işi x günə yerinə yetirər. Onda, 1-ci fəhlə işi $(x + 10)$ günə yerinə yetirər.

1-ci fəhlə 1 gündə işin $\frac{1}{x+10}$ hissəsini, 2-ci fəhlə 1 gündə işin $\frac{1}{x}$ hissəsini, ikisi birlikdə 1 gündə işin $\frac{1}{x+10} + \frac{1}{x}$ hissəsini yerinə yetirər.

Şərtə görə fəhlələr birlikdə bir gündə işin $\frac{1}{12}$ hissəsini yerinə yetirirlər.

Buradan $\frac{1}{x+10} + \frac{1}{x} = \frac{1}{12}$. Tənliyin hər iki tərəfini $12x(x+10) - a$ vuraq.
 $12x + 12(x+10) = (x+10) \cdot x$

Sadələşdirdikdən sonra $x^2 - 14x - 120 = 0$ kvadrat tənliyini alırıq. Bu tənliyin iki kökü var: $x_1 = 20$ və $x_2 = -6$. Lakin $x > 0$ olmalıdır: $x = 20$, $x + 10 = 30$

Cavab: 2-ci fəhlə işi 20 günə, 1-ci fəhlə 30 günə yerinə yetirər.

- 11** Fərid müəyyən işi təklikdə 3 saata, Kamran ilə birlikdə isə 2 saata yerinə yetirir. Kamran bu işi təklikdə neçə saata yerinə yetirər?
- 12** İki briqada birlikdə işləyərək təmir işini 6 günə qurtardı. Bu işi təklikdə görmək üçün briqadalardan birinə o birindən 5 gün çox vaxt lazım olarsa, hər briqada bu işi neçə günə görər?
- 13** İki traktorçu birlikdə sahəni 4 saata şumlayır. Bu işi təklikdə yerinə yetirmək üçün traktorçulardan birinə o birindən 6 saat çox vaxt lazım gəlsə, onların hər biri bu sahəni neçə saata şumlayar?
- 14** Bir boru hovuzu o birindən 2 dəfə tez doldurur. Borular birlikdə hovuzu 4 saata doldurursa, hər boru təklikdə hovuzu neçə saata doldurur?
- 15** Bir boru hovuzu ikincidən 3 saat tez doldurur. Əgər əvvəlcə ancaq birinci boru 1 saat, sonra ancaq ikinci boru 4 saat işləsə, hovuz dolar. Hər iki boru birlikdə işləsə, hovuzu neçə saata doldurur?
- 16** İki kompüterdə şirkətin işçilərinin məsələləri 3 saat ərzində hesablanır. Bu kompüterlər ayrılıqda işləsələr, yeni program təminatlı kompüterdə bu işi digərindən 3 saat tez qurtarmaq olar. Hər kompüterdə bu işi neçə saata görmək mümkündür? Cavabı yüzdəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.
- 17** İki işçi birlikdə işləməklə iki saat ərzində yeni məlumatları hazırlayaraq e-mail ilə istifadəçilərə göndərirlər. Bu işçilər tək işləsələr, onlardan biri işi digərindən 3 saat tez qurtarar. Hər işçi tək işləsə, bu işi neçə saata yerinə yetirər?

Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Hərəkətə aid məsələlər

Məsələ. 480 km uzunluqda yolun 80 km-i torpaq, qalanı asfaltdır. Avtomobil torpaq yolu asfalt yola nisbətən saatda 40 km az sürətlə qət etdi. Bütün yola sərf olunan zaman cəmi 7 saat olarsa, avtomobil yolun torpaq hissəsini neçə saata qət edir?

1-ci üsul:

Həlli:

Yol	Gedilən yol (km)	Sürət km/saat:	Zaman (saat)	Yol = sürət × zaman
Asfalt yol	400	$v + 40$	t	$(v + 40)t = 400$
Torpaq yol	80	v	$7 - t$	$v(7 - t) = 80$

Cədvəlin 2-ci sətrindən: $v + 40 = \frac{400}{t}$, $v = \frac{400 - 40t}{t}$

Cədvəlin 3-cü sətrindən: $v = \frac{80}{7 - t}$

Buradan $\frac{40(10 - t)}{t} = \frac{80}{7 - t}$ rasional tənliyini alırıq.

Hər iki tərəfi 40-a bölək: $\frac{10 - t}{t} = \frac{2}{7 - t}$

Tənasübün xassəsini tətbiq edək: $t^2 - 19t + 70 = 0$; $t_1 = 5$; $t_2 = 14$.

$t_2 = 14$ məsələnin şərtinə ziddir. **Cavab:** Torpaq yol $7 - 5 = 2$ saata qət edilib.

2-ci üsul: Avtomobil asfalt yolu $\frac{400}{v + 40}$ saata, torpaq yolu $\frac{80}{v}$ saata qət edir.

Avtomobilin bütün yola 7 saat sərf etdiyini nəzərə alaraq aşağıdakı tənliyi yaza

bilərik: $\frac{400}{v + 40} + \frac{80}{v} = 7$ Bu tənliyi həll etməklə $v = 40$ km/saat tapırıq. Torpaq yol $80 : 40 = 2$ saata qət edilir.

18 Avtomobil v km/saat sürətlə A şəhərindən B şəhərinə 10 saata gəlmişdir. Avtomobil yolun birinci yarısını $\frac{v}{2}$ sürətilə, ikinci yarısını isə $\frac{v}{3}$ sürətilə hərəkət edərsə, A şəhərindən B şəhərinə nə qədər vaxta gələr?

19 A şəhərindən B şəhərinə yola düşən avtomobil 2 saat getdikdən sonra sürətini saatda 10 km artıraraq qalan yolu 4 saata qət etdi. A və B şəhərləri arasındakı məsafənin 460 km olduğunu bilərək, avtomobilin ilk 2 saatdakı sürətini tapın.

20 Xizəkçilərdən biri 20 km məsafəni o birindən 20 dəqiqə tez başa vurdu. Xizəkçilərdən birinin sürətinin o birindən 2 km/saat çox olduğunu bilərək, hər xizəkçinin sürətini tapın.

21 Qatar 600 km məsafənin $\frac{1}{4}$ -ni getdikdən sonra 1 saat 30 dəqiqə dayandı.

Sonuncu stansiya vaxtında çatmaq üçün sürəti 15 km/saat artırdı. Qatar yolda neçə saat olmuşdur?

Rasional tənliklərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Məsələ. Motorlu qayıq çay axını ilə 27 km və axına qarşı 6 km gedərək, bütün yola 2 saat vaxt sərf etdi. Çayın axın sürəti 3 km/saat olarsa, qayığın durğun sudakı sürətini tapın.

Həlli: Qayığın durğun suda sürəti x km/saat olsun. Onda qayığın axın istiqamətində sürəti $(x + 3)$ km/saat, axına qarşı sürəti isə $(x - 3)$ km/saat olar.

Qayıq çay axını ilə 27 km məsafəni $\frac{27}{x+3}$ saata, axına qarşı 6 km məsafəni

isə $\frac{6}{x-3}$ saat getmişdir. Deməli, bütün yola sərf edilən vaxt

$(\frac{27}{x+3} + \frac{6}{x-3})$ saata bərabər olar.

Məsələnin şərtinə görə qayıq bütün yola 2 saat vaxt sərf etmişdir. Deməli,

$$\frac{27}{x+3} + \frac{6}{x-3} = 2.$$

Bu tənliyi həll edib onun köklərinin $x_1 = 3$ və $x_2 = 15$ olduğunu tapırıq. Məsələnin şərtinə görə durğun sudakı sürət çayın axın sürətindən böyük olmalıdır. Bu şərti $x_1 = 3$ kökü ödəmir, $x_2 = 15$ isə ödəyir.

Cavab: 15 km/saat.

22 Kater 15 km çay axını ilə və 4 km göldə gedərək bütün yola 6 saat vaxt sərf etdi. Çayın axın sürəti 4 km/saat olarsa, katerin durğun sudakı sürətini tapın.

23 Turist motorlu qayıqla 25 km çay yuxarı getmiş və çay aşağı salla hərəkət etmişdir. Turist qayıqla sala nisbətən yolda 10 saat az olmuşdur. Qayığın durğun suda sürəti 12 km/saat olarsa, çayın axın sürətini tapın.

24 Eyni vaxtda körpüdən axın istiqamətində kater və sal yola düşdü. Kater 30 km getdikdən sonra geri döndü və 21 km gedərək salla rastlaşdı. Çayın axın sürəti 3 km/saat olarsa, katerin durğun sudakı sürətini tapın.

25 Qayıq çay axını ilə 48 km yolu müəyyən müddətə getdi. Bu yolu geri qayıtmağa isə bundan 1,6 saat çox vaxt sərf etdi. Çayın axın sürəti 4 km/saatdır.

1) Qayığın durğun sudakı sürətini tapın.

2) Qayıq bu yolu gedib-qayıtmağa neçə saat sərf etmişdir?

26 Turist avarlı qayıqla çayın axını istiqamətində 20 km üzüb, sonra geri qayıtdı. O, bütün yola 7 saat sərf etdi. Qayığın durğun sudakı sürətinin 7 km/saat olduğunu bilərək, çayın axın sürətini tapın.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

1» Tənlikləri həll edin.

a) $\frac{x-3}{x} = \frac{x-3}{x-6}$ b) $\frac{4}{a} = \frac{3}{a-2}$ c) $\frac{3}{1-x} + \frac{1}{1+x} = \frac{6}{1-x^2}$

d) $\frac{5}{4} + \frac{3y}{2} = \frac{7y}{6}$ e) $\frac{3}{x} = \frac{1}{x-2}$ f) $\frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2} = \frac{20}{x^2-4}$

2» Mobil operator şirkəti ayda 10 manat abunə haqqı olmaqla istənilən ölkəyə 1 dəqiqəlik danışığın qiymətinin 50 qəpik olduğunu elan etdi. Bir ay ərzində x dəqiqə danışığ aparmış müştəri üçün, bir dəqiqə danışığ haqqı orta hesabla neçəyə başa gəlir? Uyğun ifadəni yazın. Müştəriyə bir dəqiqəlik danışığ 60 qəpiyə başa gəlmişsə, bu müştəri neçə dəqiqə danışmışdır?

3» Tənlikləri həll edin.

$\frac{x^2}{x^2+x} = \frac{x-6}{x-1}$	$\frac{5}{y-2} - \frac{4}{y-3} = \frac{1}{y}$	$\frac{3}{y-2} + \frac{7}{y+2} = \frac{10}{y}$
$\frac{3x-3}{x^2-1} + \frac{2}{x} = 2$	$\frac{12}{x-1} - \frac{8}{x+1} = 1$	$\frac{4x}{2x+3} - \frac{2x}{2x-3} = 1$
$\frac{4}{x^2-9} + \frac{x+1}{x-3} = 1$	$\frac{2n}{n-1} + \frac{n-5}{n^2-1} = 1$	$\frac{x}{x-2} + \frac{5}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$

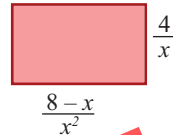
4» Rəhilə və Sona birlikdə işləsələr, evi 2 saata səliqəyə salarlar. Sona tək işləsə, bu işi Rəhilədən 3 saat tez görər. Rəhilə təklikdə bu işi neçə saata görər?

5» Düzbucaqlının verilən ölçülərinə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

1) Düzbucaqlının eni və uzunluğunun fərqi göstərən rasiional ifadəni yazın.

2) Düzbucaqlının sahəsini göstərən ifadəni yazın.

3) Düzbucaqlının perimetri 22 sm olarsa, x dəyişənin qiymətini tapın.



6» Qutuda eyni ölçülü 30 qara, n sayda ağ kürə var. Təsadüfən götürülən bir kürənin ağ olması ehtimalı $\frac{2}{5}$ olarsa, n -i tapın.

7» 5%-li 40 qram duz məhluluna nə qədər su əlavə etmək lazımdır ki, 4%-li məhlul alınsın?

8» **Ömər Xəyyam məsələsi.** Tənliyi müxtəlif üsullarla həll edin.

$$\frac{1}{x^2} + 2 \cdot \frac{1}{x} = 1 - \frac{1}{4}$$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

9» Bir atlı dağın yamacına çıxır və geri qaydır. Yamaca qalxan yolun uzunluğu 6,5 km-dir. Yamaca v km/saat sürətlə qalxan atlı yamacdən 3 dəfə çox sürətlə endi. Atının bu səyahətə sərf etdiyi ümumi vaxta uyğun ifadəni yazın.

10» Tənlikləri həll edin. Kvadrat üçhədlini vuruqlara ayırma üsulundan istifadə edin.

$$1) \frac{x^2 - x - 6}{x + 2} + \frac{x^3 + x^2}{x} = -3 \quad 2) \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} + \frac{x^2 - x - 2}{x + 1} = x^2 - 3$$

$$3) \frac{3}{x^2 - 9} - \frac{1}{x^2 - 6x + 9} = \frac{3}{2x^2 + 6x} \quad 4) \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4} = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 2x - 3}$$

11» Bir boru benzin çənini n saata, digər boru isə bu çəni m saata doldurur. Bu iki boru birlikdə işləsə, çən neçə saata dolar?

12» Səhralarda bitən bitkilər gövdələrinə topladıqları suyu qənaətlə işlədirlər. Su bitkinin səthindən buxarlanır. Bitkinin səthinin sahəsinin bitkidə olan su həcminə nisbəti nə qədər böyük olarsa, onun səhrada yaşama ehtimalı bir o qədər az olar. Kaktusların “varil kaktus” adlanan növü təxminən kürə formasındadır. Kürə səthinin sahəsi $S = 4\pi r^2$, həcmi isə $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ düsturu ilə hesablanır.



1) Varil kaktusun səthinin sahəsinin onun yığdığı su həcminə olan nisbətini müəyyən edin.

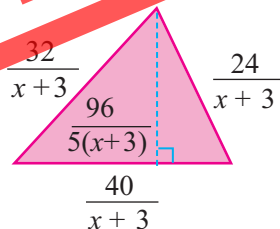
2) Kaktusun səhrada yaşaması üçün hansı daha əlverişlidir: $r = 12$ sm, yoxsa $r = 8$ sm olduqda?

13» Şəkildəki dairənin sahəsinin kvadratın sahəsinə olan nisbətini yazın.



14» Şəkildə verilənlərə görə aşağıdakı məsələləri həll edin.

- 1) Üçbucağın sahəsini göstərən ifadəni yazın.
- 2) Üçbucağın perimetrini göstərən ifadəni yazın.
- 3) Üçbucağın perimetrinin 24 sm olduğunu bilərək, onun tərəflərinin uzunluqlarını və şəkildə göstərilən hündürlüyünü tapın.



Siz bu fəsildə öyrənəcəksiniz:

- oxşar üçbucaqların xassələrini;
- oxşar dördbucaqlıların xassələrini;
- üçbucaqların oxşarlıq əlamətlərindən istifadə etməklə məsələlər həll etməyi;

Nisbət, tənəsüb, miqyas

Tənəsübün xassələri

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ olarsa, } ad = bc$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ olarsa, } \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ olarsa, } \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ olarsa, } \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$$

1) Əgər $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ olarsa, tamamlayın:

a) $\frac{a+2b}{b} = \frac{\square}{\square}$

b) $\frac{a+c}{b+d} = \frac{\square}{\square}$

c) $\frac{a+b}{c+d} = \frac{\square}{\square}$

2) Nisbətləri sadələşdirin.

1) $\frac{3 \text{ m}}{12 \text{ km}}$

2) $\frac{60 \text{ sm}}{1 \text{ m}}$

3) $\frac{350 \text{ q}}{1 \text{ kq}}$

4) $\frac{20 \text{ kq}}{4 \text{ q}}$

3) Hansı doğrudur?

1) $\frac{c}{8} = \frac{d}{12}$ olarsa, $\frac{c}{d} = \frac{2}{3}$ olar; 2) $\frac{b}{4} = \frac{c}{5}$ olarsa, $\frac{b+4}{4} = \frac{c+4}{5}$ olar.

4) Ədəd oxu üzərində qeyd edilmiş nöqtələr arasındakı məsafələrin nisbətini tapın.



1) $\frac{AB}{CD}$

2) $\frac{BD}{CF}$

3) $\frac{BF}{AD}$

4) $\frac{CF}{AB}$

5) $\frac{FD}{EC}$

Nisbət, tənəsüb, miqyas

5» Avtomobil istehsalı zavodunda sınaqdan keçirilmiş 400 avtomobildən dördündə nasazlıq aşkar edilmişdir. Sınaqdan keçiriləcək 2000 avtomobildən neçəsinin nasaz ola biləcəyi haqqında proqnoz verin.

6» Ötürmə nisbəti aparıcı çarxın dişlərinin sayının aparılan çarxın dişlərinin sayına olan nisbəti ilə ölçülür. Ötürmə nisbəti 5:2, aparıcı çarxın dişlərinin sayı 20 olarsa, aparılan çarxın dişlərinin sayını tapın.



7» Bucaqlarının dərəcə ölçülərinin nisbəti 2:3:4 kimi olan üçbucağın ən böyük bucağı ilə ən kiçik bucağının fərqi neçə dərəcədir?

8» Dəvəquşu 60 dəqiqədə 55 km qaçır. Həmin sürətlə dəvəquşu 22 km yolu neçə dəqiqəyə qaçar?

9» 1) Alpinist qrupunda qızların sayı oğlanların sayının $\frac{3}{8}$ hissəsidir. Qrupda oğlanların sayı 20 nəfər çoxdursa, qızların sayını tapın.

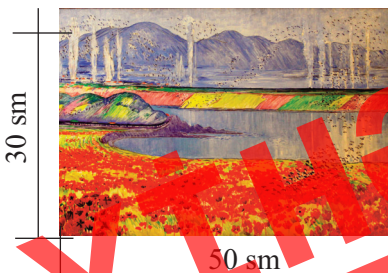
2) Dilarənin pulunun $\frac{2}{3}$ hissəsi Cavidin pulunun $\frac{1}{2}$ hissəsi qədərdir. Dilarənin pulunun Cavidin puluna olan nisbətini tapın.

3) Lalənin kitablarının sayının Muradın kitablarının sayına olan nisbəti 1:2 kimi idi. Lalə daha 12 kitab aldıqdan sonra bu nisbət 2:1 kimi oldu.

a) Muradın neçə kitabı var? b) Murad indi daha 4 kitab alsa, bu nisbət necə dəyişər?

10» Samir satdığı hər kitabdan 40 qəpik pul qazanır, həmçinin satdığı hər 50 kitabdan 4 manat qazancına əlavə edilir. Samir 775 kitab satarsa, neçə manat qazanar?

11» Mağazada Səttar Bəhlulzadənin “Torpağın arzusu” (Azərbaycan Milli İncəsənət Muzeyində saxlanılır) əsərinin şəkildə göstərilən ölçülərdə reproduksiyası satılır. Bu əsərin orijinalının eni 1,5 m-dir, uzunluğu neçə metrdir?



12» “Sizə məktub var” flashmobunda gənclər Azərbaycanın ərazi bütövlüyü uğrunda gedən döyüşlərdə göstərdiyi misilsiz igidliyə görə Milli Qəhrəman adına layiq görülmüş Mübariz İbrahimovun ata-anasına yazdığı son məktubu vətəndaşlara payladılar. Flashmob iştirakçıları qəhrəman əsgərin vida məktubunu oxuyub, onun Şəhidlər xiyabanındakı qəbrini ziyarətə yollandılar. Flashmob iştirakçılarının $\frac{2}{3}$ hissəsi 16-25 yaşlı gənclər idi. Daha 55 nəfər gənc də bu dəstəyə qoşulduqda gənclərin sayının bütün iştirakçıların sayına nisbəti 5:7 kimi oldu. Flashmob iştirakçılarının neçə nəfəri gənclər oldu?

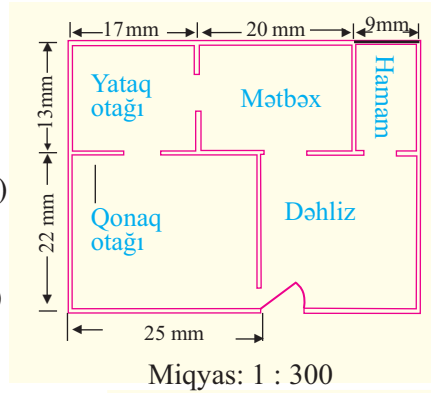
Nisbət, tənəsüb, miqyas

- 13** Şəkilə mənzilin planı verilmişdir. Şəkiləki hər 1 sm reallıqda 3 m-ə uyğun gəlir. Bütün otaqların həqiqi ölçülərini tapın. Nümunə üçün qonaq otağının ölçüləri tapılmışdır.

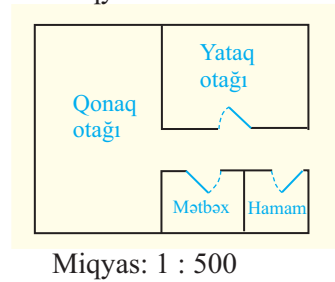
Qonaq otağının plana görə uzunluğu 2,5 sm, eni 2,2 sm-dir. Otağın həqiqi ölçüləri (metrlə) aşağıdakı kimi olacaq:

$$\frac{1 \text{ sm}}{3 \text{ m}} = \frac{2,5 \text{ sm}}{x \text{ m}}; x = 3 \cdot 2,5 = 7,5 \text{ (m)}$$

$$\frac{1 \text{ sm}}{3 \text{ m}} = \frac{2,2 \text{ sm}}{y \text{ m}}; y = 3 \cdot 2,2 = 6,6 \text{ (m)}$$

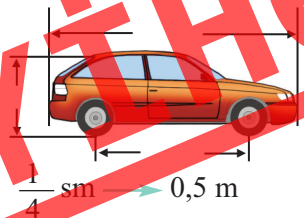


- 14** Xətkeşlə ölçmələr aparmaqla hər bir otağın şəkiləki ölçülərini müəyyən edin və miqyasa görə həqiqi ölçülərini tapın. Şəkilə hər 1 sm reallıqda 5 m-ə uyğun gəlir.



- 15** Aşağıdakı sahələri miqyas qəbul etməklə çəkin. Miqyası düzgün tətbiq etdiyinizi təkrar ölçmələr və hesablamalarla yoxlayın.
- 1) Ölçüləri 1,6 m × 3,2 m olan bilyard stolunun;
 - 2) Ölçüləri 28 m × 15 m olan basketbol meydançasının;
 - 3) Ölçüləri 18,2 m × 1,7 m olan bouling cığırının;
 - 4) Ölçüləri 64 m × 100 m olan futbol meydançasının.
- 16** Qəzet dizayneri ölçüləri 6 sm × 9 sm olan fotosəkli çap üçün eni 4 sm olmaqla kiçiltə, uzunluğu neçə santimetr olmalıdır?

- 17** Avtomobilin qeyd olunmuş real ölçülərini miqyasa və şəkiləki ölçülərə görə tapın.



- 18** 1) Xəritə üzərində hər 2,5 sm məsafə 15 km-ə uyğundur. Xəritədə iki şəhər arasındakı məsafə 23,2 sm olarsa, bu şəhərlər arasındakı məsafə həqiqətdə neçə kilometrdir?
- 2) Leyla bir heykəlin kiçildilmiş modelini çəkir. Şəkilə modelin hündürlüyü 18,4 sm-dir. Leyla şəkli 1 : 85 miqyası ilə çəkmişə, heykəlin həqiqi hündürlüyü neçə metrdir?

Mütənasib parçalar

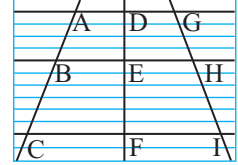
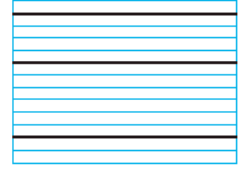
Praktik məşğələ. Mütənasib parçalar.

1. Dəftərinizdə bir-birinə paralel olan 3 düz xətt çəkin.
2. Bu paralel xətlərin hər birinin 3 kəsənini çəkin.
3. AB, BC, AC, DE, EF, DF, GH, HI və GI parçalarını ölçün.
4. Aşağıdakı nisbətlər qrupunu yazın və hesablayın.

$$1) \frac{AB}{BC}, \frac{DE}{EF}, \frac{GH}{HI} \quad 2) \frac{AB}{AC}, \frac{DE}{DF}, \frac{GH}{GI}$$

$$3) \frac{BC}{AC}, \frac{EF}{DF}, \frac{HI}{GI}$$

5. Nəticələrə görə paralel xətlərin kəsənləri mütənasib parçalara böldüyünü söyləmək olarmı?



Mütənasib parçalar

Verilmiş iki parçanın nisbəti onların uzunluqları nisbətinə deyilir.

AB, CD, A_1B_1 , C_1D_1 parçaları üçün $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$ olarsa, deyirlər ki, AB və CD parçaları A_1B_1 və C_1D_1 parçaları ilə mütənasibdir.

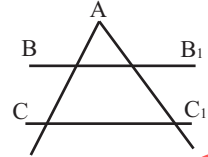
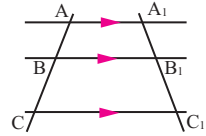
Teorem. Bucağın tərəflərini kəsən paralel düz xətlər bucağın tərəfləri üzərində mütənasib parçalar ayırır.

$$AA_1 \parallel BB_1 \parallel CC_1 \quad \frac{AB}{BC} = \frac{A_1B_1}{B_1C_1}$$

Teoremin tərsi də doğrudur.

Tərs teorem. Bucağın tərəfləri üzərində təcədən başlamaqla mütənasib parçalar ayıran kəsənlər paraleldir.

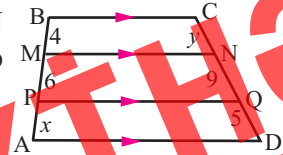
$$\frac{AB}{BC} = \frac{A_1B_1}{B_1C_1} \text{ olarsa, } BB_1 \parallel CC_1$$



Nümunə. ABCD trapesiyasında oturmaqlara paralel MN və PQ xətləri çəkilmişdir. Şəkildə verilənlərə görə məchulları tapın.

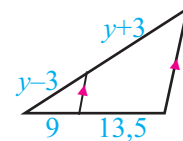
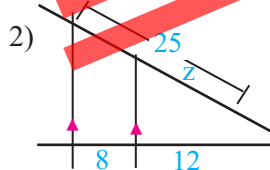
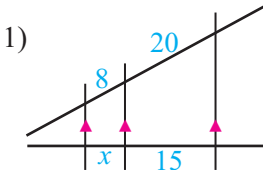
Həlli: Mütənasib parçalar haqqında teoremə görə alırıq:

$$\frac{x}{6} = \frac{5}{9} \text{ və } \frac{y}{9} = \frac{4}{6}. \text{ Buradan } x = \frac{30}{9} = \frac{10}{3}, y = \frac{36}{6} = 6.$$



Öyrənmə tapşırıqları

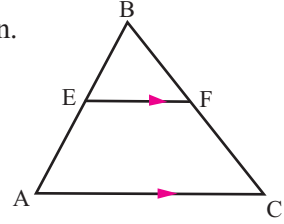
1) Verilənlərə görə məchulu tapın.



Mütənasib parçalar

2) $\triangle ABC$ -də $EF \parallel AC$ olduğuna görə tələb olunanı tapın.

- a) $AB = 64$ sm, $BF : FC = 5 : 3$ olarsa, $BE = ?$
 b) $AE = 18$ sm, $BC : BF = 3 : 2$ olarsa, $AB = ?$
 b) $BE = 12$ sm, $AE : FC = 4 : 5$ olarsa, $BF = ?$

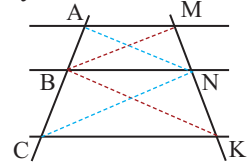


3) Mütənasib parçalar haqqında teoremin isbatını tamamlayın.

Verilir: $AM \parallel BN \parallel CK$

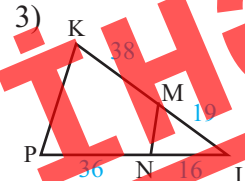
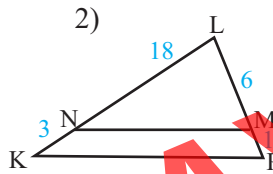
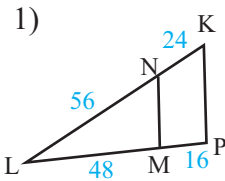
İsbat edin: $\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NK}$

İsbatı: NA, NC, BM, BK xətləri çəkək.



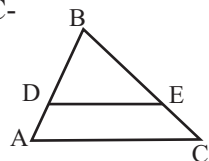
Təklif	Əsası
1. $\frac{S_{ANB}}{S_{CNB}} = \frac{AB}{BC}$	1. $\triangle ANB$ və $\triangle CNB$ -nin N təpəsindən çəkilən hündürlükləri eynidir.
2. $\frac{S_{MBN}}{S_{KBN}} = \frac{MN}{NK}$	2. $\triangle MBN$ və $\triangle KBN$ -nin B təpəsindən çəkilən hündürlükləri eynidir.
3. $S_{ANB} = S_{MBN}$	3. $\triangle ANB$ və $\triangle MBN$ -nin BN tərəfləri ortaqdır və bu tərəfə çəkilən hündürlükləri konqruyentdir.
4. $S_{CNB} = S_{KBN}$	4. $\triangle CNB$ və $\triangle KBN$ -nin BN tərəfləri ortaqdır və bu tərəfə çəkilən hündürlükləri konqruyentdir.
5. $\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NK}$	5.

4) Hansı üçbucağa görə $MN \parallel PK$ olduğunu söyləmək olar?



5) $\triangle ABC$ -də $AB = 15$, $BD = 10$ vahiddir. BE -nin uzunluğu EC -dən 2 dəfə böyükdür.

$\frac{BD}{DA} = \frac{BE}{EC}$ olduğunu göstərməklə $DE \parallel AC$ olduğunu isbat edin.



Mütənasib parçalar

-

- $$2 \begin{array}{|c|c|} \hline & \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} 2 + \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} 2$$

Teorem. Üçbucağın medianlarının xassəsi

-

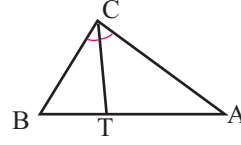
-

Mütənasib parçalar

Üçbucağın tən bölününin xassəsi

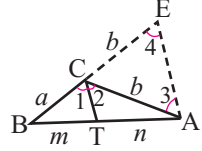
Teorem. Üçbucağın tən bölününi çəkildiyi tərəfi digər iki tərəflə mütənasib hissələrə bölür.

$$\frac{AT}{BT} = \frac{AC}{BC}$$

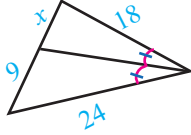


10» Tən bölününin xassəsi teoremini isbat edin.

İsbat üçün plan: $AE \parallel CT$ olmaqla $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$ olduğunu göstərməklə $\triangle ACE$ -nin bərabəryanlı olduğunu göstərin və mütənasib parçalar haqqında teoremi tətbiq edin.



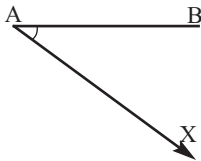
11» Şəkildə verilənlərə görə x -i tapın.



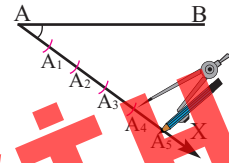
12» Üçbucağın tən bölününi qarşı tərəfi 4 sm və 6 sm uzunluğunda hissələrə bölür. Üçbucağın perimetri 50 sm olarsa, üçbucağın digər iki tərəfinin uzunluqlarını tapın.

13» a) Verilmiş AB parçasının 3:2 nisbətində bölünməsi addımlarını araşdırın və dəftərinizə köçürün.

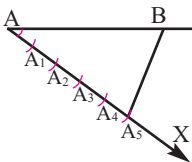
1. Verilən uzunluqda AB parçasını və onunla iti bucaq əmələ gətirən AC şüasını çəkin.



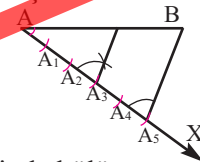
2. AC şüası üzərində pərgarın köməyiylə qövsrlə qeyd olunmaqla 5 konqruyent (3 + 2) parça ayırın: $AA_1 \cong AA_2 \cong AA_3 \cong AA_4 \cong AA_5$



3. A_5 nöqtəsi ilə B nöqtəsini birləşdirin.



4. $\angle AA_5B$ -yə konqruyent olan $\angle AA_3C$ -ni qurmaqla A_5B -yə paralel olan A_3C xəttini çəkin.

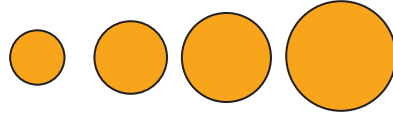
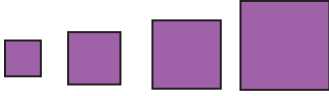


b) Hər hansı AB parçası çəkin və bu parçanı 1:2:3 nisbətində bölün.

Oxşar dördbucaqlılar, oxşar üçbucaqlar

Oxşar dördbucaqlılar, oxşar üçbucaqlar

Formaca eyni, uyğun xətti ölçüləri mütənasib olan fiqurlar oxşar fiqurlardır. Məsələn, bütün kvadratlar oxşardır, eləcə də müxtəlif radiuslu dairələr oxşardır.

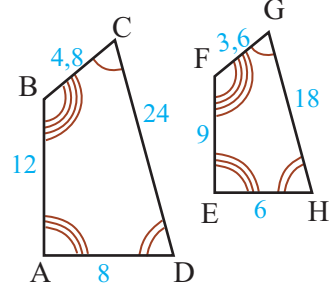


Uyğun bucaqları konqruent, uyğun tərəfləri mütənasib olan çoxbucaqlılar oxşar çoxbucaqlılardır.

Məsələn, şəkildəki ABCD və EFGH dördbucaqlıları oxşar dördbucaqlılardır. Çünki,

$$\angle A \cong \angle E, \angle B \cong \angle F, \angle C \cong \angle G, \angle D \cong \angle H,$$

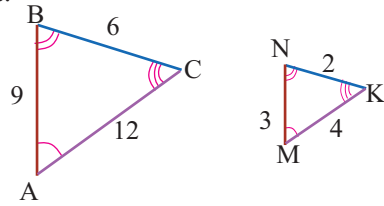
$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = \frac{4}{3}$$



Oxşar üçbucaqların uyğun bucaqları konqruent, uyğun tərəfləri mütənasibdir. Burada uyğun tərəflər dedikdə konqruent bucaqların qarşısında duran tərəflər nəzərdə tutulur. Şəkildə verilmiş $\triangle ABC$ və $\triangle MNK$ -da:

Konqruent bucaqlar Uyğun tərəflər

$\angle A \cong \angle M$	BC və NK
$\angle B \cong \angle N$	AC və MK
$\angle C \cong \angle K$	AB və MN



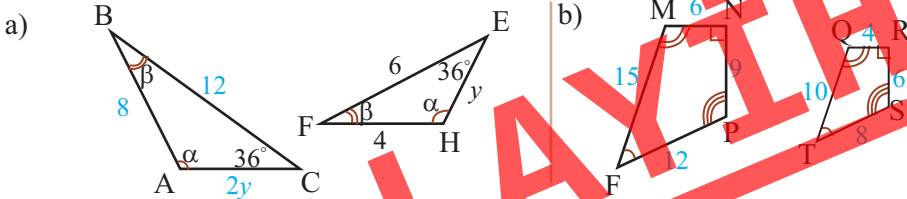
$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NK} = \frac{AC}{MK} = 3 \text{ olduğundan, } \triangle ABC \text{ və } \triangle MNK \text{ üçbucaqları oxşardır.}$$

Fiqurların oxşarlığı “~” işarəsi ilə yazılır: $\triangle ABC \sim \triangle MNK$.

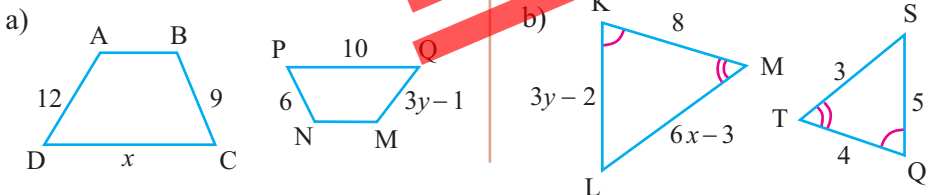
Uyğun tərəflərin nisbətinə oxşarlıq əmsalı deyilir və k hərfi ilə işarə edilir.

Şəkildə verilmiş üçbucaqların oxşarlıq əmsalı 3-ə bərabərdir.

1 Şəkildəki: a) üçbucaqların; b) dördbucaqlıların oxşar olduğunu uyğun şərtləri yazmaqla əsaslandırın.



2 Şəkildəki: a) trapesiyaların; b) üçbucaqların oxşarlığına görə dəyişənləri tapın.



Oxşar dördbucaqlılar, oxşar üçbucaqlar

3» Teoremi və onun isbatını araşdırın və dəftərinizdə tamamlayın.

Teorem. Üçbucağın tərəflərindən birinə paralel olub, digər ikisini kəsən düz xətt bu üçbucaqdan oxşar üçbucaq ayırır.

Verilir: $\triangle ABC$, $MN \parallel AC$

İsbat edin. $\triangle MBN \sim \triangle ABC$

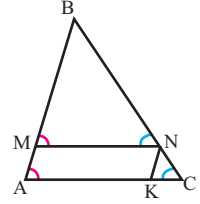
İsbatı: $\angle A \cong \angle M$, $\angle C \cong \angle N$ (niyə?), $\angle B$ isə ortaq olduğundan $\triangle ABC$ -nin və $\triangle MBN$ -nin bucaqları kongruyentdir. Mütənasib

parçalar haqqında teoremə görə $\frac{BM}{MA} = \frac{BN}{NC}$, buradan $\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BC}$.

$NK \parallel AB$ xətti çəkək. $AK \cong MN$ (niyə?). Mütənasib parçalar haqqında teoremə görə

$\frac{AK}{KC} = \frac{BN}{NC}$, buradan $\frac{MN}{AC} = \frac{BN}{BC}$. Onda $\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{MN}{AC}$.

Bucaqları kongruyent, uyğun tərəfləri mütənasib olduğundan alırıq ki, $\triangle MBN \sim \triangle ABC$.

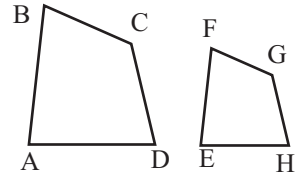


Oxşar çoxbucaqlıların perimetrləri haqqında

Teorem. İki oxşar çoxbucaqlının perimetrlərinin nisbəti uyğun tərəflərin uzunluqları nisbətinə (və ya oxşarlıq əmsalına) bərabərdir.

Əgər $ABCD \sim EFGH$ olarsa,

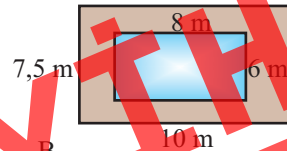
$$\frac{AB+BC+CD+DA}{EF+FG+GH+HE} = \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = k$$



Oxşarlıq əmsalını k qəbul etməklə oxşar çoxbucaqlıların perimetrlərinin nisbəti haqqındakı teoremin isbatını yazın. Bunun üçün uyğun tərəflərin nisbətindən, $AB = k \cdot EF$ kimi bərabərliklərdən istifadə edin.

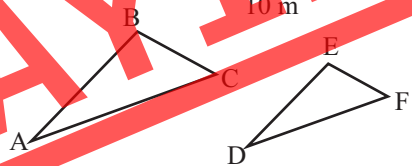
4» Şəkildə hovuz və onun ətrafında daş döşənməmiş düzbucaqlı formalı sahənin planı verilmişdir. Planda göstərilmiş düzbucaqlıların oxşarlığı şərtinə görə tapın:

- 1) Oxşarlıq əmsalını;
- 2) Perimetrlərin nisbətini.



5» Verilir: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $\frac{AB}{DE} = \frac{m}{n}$

İsbat edin: $\frac{P(\triangle ABC)}{P(\triangle DEF)} = \frac{m}{n}$



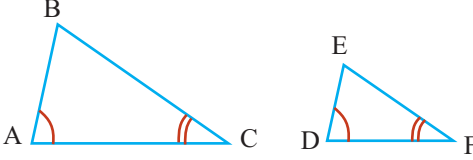
- 6» 1) İki oxşar düzbucaqlı üçün oxşarlıq əmsalı $\frac{3}{2}$ -dür. Böyük düzbucaqlının perimetri 90 sm-dir. Kiçik düzbucaqlının perimetrini tapın.
- 2) İki oxşar üçbucağın oxşarlıq əmsalı $\frac{4}{5}$ -dür. Kiçik üçbucağın perimetri 0,64 m-dir. Böyük üçbucağın perimetrini tapın.

Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

Bucaq-Bucaq (BB) əlaməti

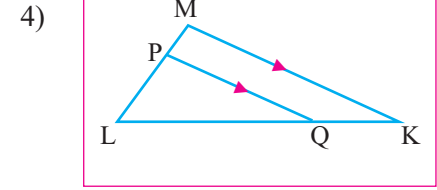
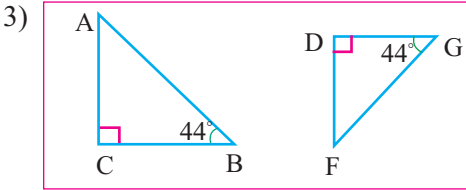
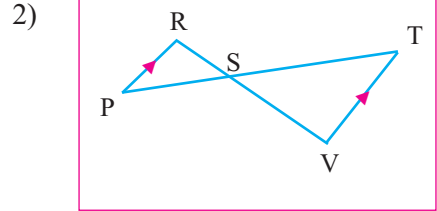
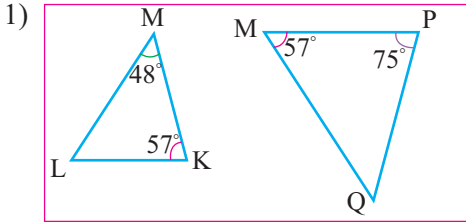
Bir üçbucağın iki bucağı, uyğun olaraq digər üçbucağın iki bucağına konqruent olarsa, bu üçbucaqlar oxşardır.

Bu oxşarlıq əlaməti qısaca olaraq BB kimi yazılır.



$\angle A \cong \angle D, \angle C \cong \angle F$
olarsa,
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

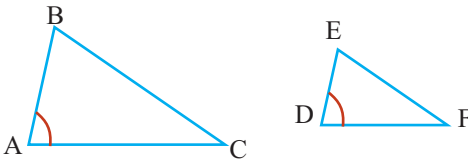
1) Hansı üçbucaqlar oxşardır? Fikrinizi əsaslandırın.



TBT əlaməti

Bir üçbucağın iki tərəfi uyğun olaraq digər üçbucağın iki tərəfi ilə mütənasib olub, bu tərəflər arasındakı bucaqlar konqruentdirsə, üçbucaqlar oxşardır.

Bu oxşarlıq əlaməti qısaca olaraq TBT kimi yazılır.

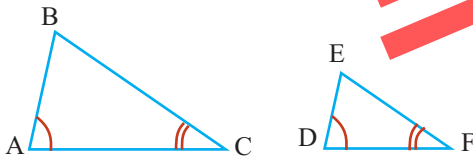


$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ və $\angle A \cong \angle D$,
olarsa, $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

TTT əlaməti

Bir üçbucağın üç tərəfi uyğun olaraq digər üçbucağın üç tərəfi ilə mütənasibdirsə, bu üçbucaqlar oxşardır.

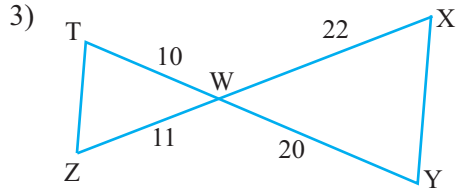
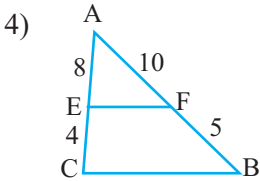
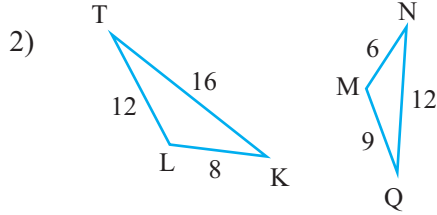
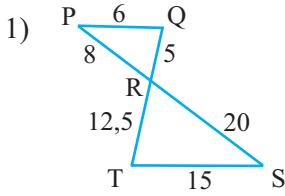
Bu oxşarlıq əlaməti qısaca olaraq TTT kimi yazılır.



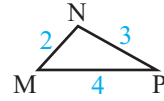
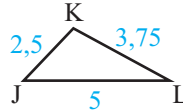
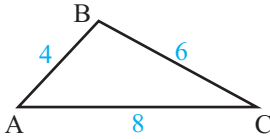
$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ olarsa,
 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

- 2» Üçbucaqların oxşar olduqlarını hansı əlamətə əsasən müəyyən etmək olar? Uyğun bucaqların konqruyentliyini və uyğun tərəflərin nisbətlərinin bərabərliyini yazın.



- 3» $\triangle ABC$ ilə oxşar olan üçbucaq hansıdır? Fikirlərinizi əsaslandırın.



- 4» BB əlamətinin aşağıda verilmiş isbatını araşdırın. Dəftərinizdə müstəqil olaraq yerinə yetirin.

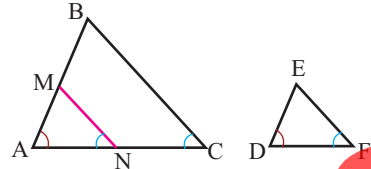
Verilir: $\triangle ABC$, $\triangle DEF$, $\angle A \cong \angle D$, $\angle C \cong \angle F$

İsbat edin. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

$\triangle ABC$ -də AC tərəfi üzərində $AN \cong DF$ parçası ayıraraq və $MN \parallel BC$ xətti çəkək. Üçbucağın iki tərəfini kəsib üçüncüyə paralel olan xətt ondan oxşar üçbucaq ayırır. Deməli, $\triangle AMN \sim \triangle ABC$.

$\angle N \cong \angle C$ (uyğun bucaqlar) və $\angle C \cong \angle F$ (şərtə görə) olduğundan BTB əlamətinə görə $\triangle AMN \cong \triangle DEF$ olduğundan $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

Nəticə. İti bucağı konqruyent olan düzbucaqlı üçbucaqlar oxşardır.

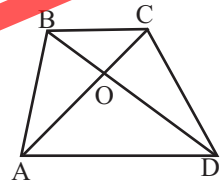


- 5» Şəklə görə tapşırıqları yerinə yetirin.

1) ABCD trapesiyasının diaqonalları onu hansı oxşar üçbucaqlara ayırır?

2) Oxşar üçbucaqlarda uyğun bucaqların və uyğun tərəflərin nisbətlərinin bərabərliyi şərtlərini yazın.

$BO = 8$ sm, $OD = 12$ sm, $AD = 15$ sm olduğuna görə BC-ni tapın.



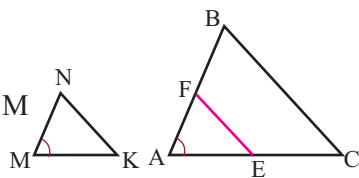
Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

- 6» Üçbucaqların oxşarlığının TBT əlamətinin isbatını dəftərinizdə tamamlayın.

Verilir: $\triangle ABC$, $\triangle MNK$, $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK}$, $\angle A \cong \angle M$

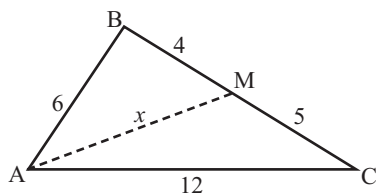
İsbat edin: $\triangle ABC \sim \triangle MNK$

İsbatı: $\triangle ABC$ -nin AC tərəfi üzərində $AE \cong MK$ olmaqla AE parçası ayıraq və E nöqtəsindən BC -yə paralel düz xətt çəkək.



Təklif	Əsası
1. $AE \cong MK$, $EF \parallel BC$	1. Qurmaya görə.
2. $\triangle ABC \sim \triangle AFE$	2. Oxşar üçbucağın ayrılması teoreminə görə.
3. $\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE}$	3.....
4. $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK}$	4. Verilir.
5. $AF \cong MN$	5. $AE \cong MK$ və 3-cü və 4-cü bənddəki tənəsüblərin müqayisəsinə görə.
6. $\triangle AFE \cong \triangle MNK$	6. Üçbucaqların konqruentliyinin əlaməti.
7. $\triangle ABC \cong \triangle MNK$	7. $\triangle ABC \sim \triangle AFE$ və $\triangle AFE \cong \triangle MNK$ olduğundan.

- 7» a) Şəkildə verilənlərə görə hansı üçbucaqların oxşar olduğunu demək olar?
 b) Uyğun tərəflərin nisbətlərinin bərabərlik şərtini yazın.
 c) AM parçasının uzunluğunu tapın.



- 8» TTT əlamətinin aşağıda verilmiş isbatını araşdırın. Dəftərinizdə müstəqil olaraq yerinə yetirin.

Verilir: $\triangle ABC$, $\triangle MNK$,

İsbat edin: $\triangle ABC \sim \triangle MNK$

İsbatı: $\triangle ABC$ -nin AC tərəfi üzərində $AE \cong MK$ olmaqla AE parçası ayıraq və E nöqtəsindən BC -yə paralel düz xətt çəksək, oxşar üçbucaq ayrılır:

$\triangle AFE \sim \triangle ABC$. Onda $\frac{AB}{AF} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{FE}$. Şərtə görə $\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MK} = \frac{BC}{NK}$ olduğundan bərabərliklərin müqayisəsinə görə alırıq ki, $AF \cong MN$, $FE \cong FK$. Onda, TTT əlamətinə görə $\triangle AFE \cong \triangle MNK$ olar. $\triangle AFE \sim \triangle ABC$ olduğundan aydındır ki, $\triangle MNK \sim \triangle ABC$ olar.

Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

- 9 Nümunəni araşdırın. Verilənlərə görə üçbucaqların oxşar olduğunu isbat edin və tələb olunan ölçüləri tapın.

Nümunə. Şəkilə verilənlərə görə məchulu tapın.

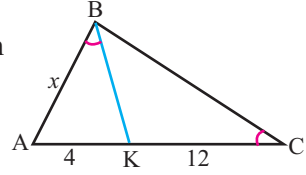
Həlli: $\angle ABK \cong \angle ACB$ (şərtə görə), $\angle A$ ortaq olduğundan BB əlamətinə görə alırıq ki, $\triangle ABK \sim \triangle ACB$.

Konqruent bucaqlar: $\angle ABK \cong \angle ACB$, $\angle AKB \cong \angle ABC$

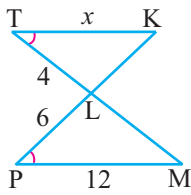
Uyğun tərəflər: AK və AB AB və AC

Uyğun tərəflərin nisbətini yazmaq:

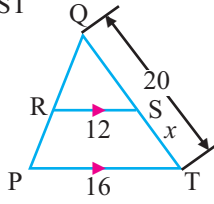
$$\frac{AB}{AC} = \frac{AK}{AB} . \text{ Şəkilə verilənlərə görə alırıq: } \frac{x}{16} = \frac{4}{x} , x^2 = 64, x = 8$$



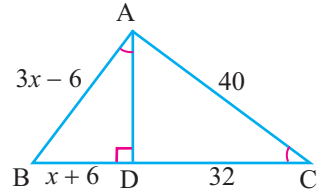
1) TK



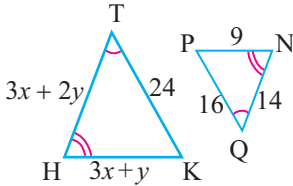
2) ST



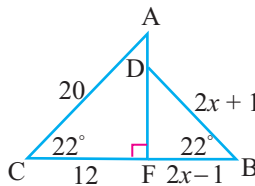
3) AB, BD



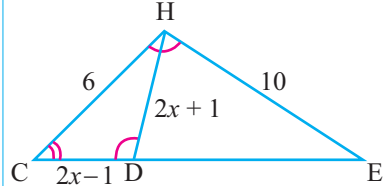
4) HT, HK



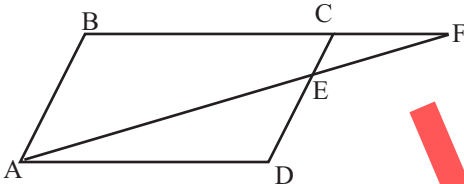
5) DB, CB



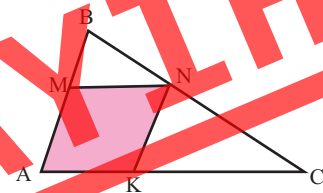
6) CD, DH



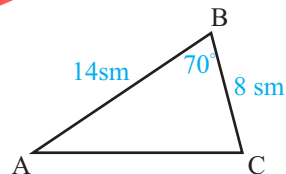
- 10 Verilir: ABCD paraleloqramı.
AB = 6 sm, AD = 9 sm, CF = 3 sm
Tapın: CE və ED-nin uzunluğunu.



- 11 AB = 4 sm, AC = 12 sm olarsa,
AMNK rombunun perimetrini
tapın.



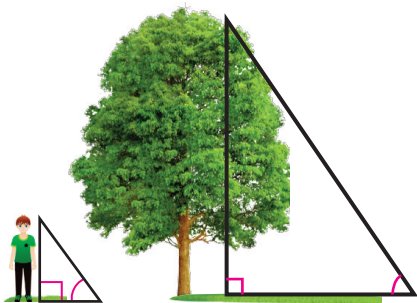
- 12 Şəkiləki üçbucağa oxşar olan üçbucaq qurun.
Uyğun bucaqların bərabərliyini və uyğun tərəflərin mütənasibliyini yazmaqla üçbucaqların oxşarlığını əsaslandırın.



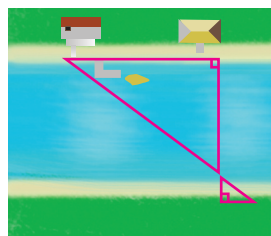
Üçbucaqların oxşarlıq əlamətləri

- 13»** Yanına getmək mümkün olmayan obyektlərin ölçülərini müəyyən etmək üçün üçbucaqların oxşarlığından istifadə etmək olar. Şəkildəki üçbucaqların oxşar olduqlarını isbat edin və ağacın hündürlüyünü tapmaq üçün hansı ölçmə işləri aparmaq lazım gəldiyini izah edin.

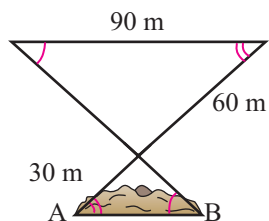
Göstəris: Paralel düşən günəş şüaları yerlə konqruyent bucaqlar əmələ gətirir.



- 14»** Şəkildəki üçbucaqların hansı əlamətə görə oxşar olduqlarını izah edin.

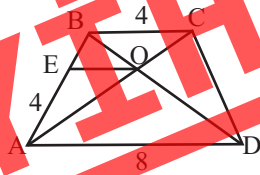


- 15»** Dağın şəkildə göstərilən hissəsində yeraltı tunel qazılmalıdır. Tunelin uzunluğunu (AB) tapın.

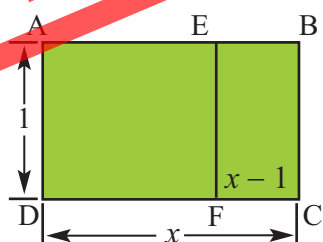


- 16»** Günəşli havada kölgəsinin uzunluğu 12 m olan bayraqdan bir qədər aralıda dayanmış şəxsin boyunun hündürlüyü 1,65 m, kölgəsinin uzunluğu isə 2,2 m-dir. Bayrağın hündürlüyünü tapın. Məsələyə uyğun şəkildə günəş, bayraq və adam şəkilləri çəkin.

- 17»** Verilir: ABCD trapesiya
 $AD = 8$, $BC = 4$, $AE = 4$
 $OE \parallel AD$
 Tapın: BE



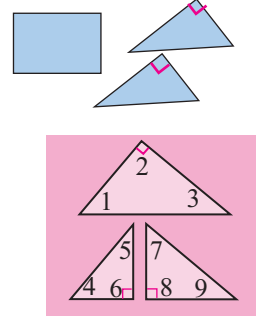
- 18»** Şəkildəki ABCD düzbucaqlısı qızıl nisbətlı düzbucaqlıdır. Qızıl nisbətlı düzbucaqlını bir kvadrata və özü ilə oxşar olan kiçik düzbucaqlıya ayırmaq olur. Bu düzbucaqlıların uzunluğunun eninə olan nisbəti qızıl nisbətdir. Şəkildə verilənlərə görə x dəyişənin qiymətini tapın.



Düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlığı

Araşdırma.

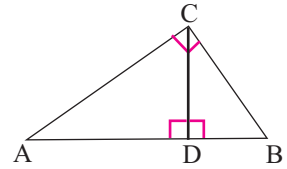
1. Düzbucaqlı şəklindəki kağızdan diaqonalı boyu iki konqruyent düzbucaqlı üçbucaq kəsin.
2. Üçbucaqlardan birini qatlamaqla düz bucaq təpəsindən çəkilmiş hündürlüyün izini yaradın.
3. Üçbucağı bu hündürlük boyu iki üçbucağa kəsin.
4. Hər bir üçbucağın bucaqlarını ölçün.
5. $\angle 1$ -lə hansı bucaqlar konqruyentdir?
6. $\angle 2$ ilə hansı bucaqlar konqruyentdir?
7. Bu üçbucaqların oxşarlıqları haqqında fikirlərinizi yazın.



Hipotenuza çəkilmiş hündürlük

Teorem. Düzbucaqlı üçbucaqda düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş hündürlük üçbucağı özünə oxşar iki üçbucağa ayırır.

$$\triangle ABC \sim \triangle ACD \sim \triangle CBD$$



Bu teorem üçbucaqların oxşarlıq əlamətinə görə isbat edilir. Hər üç üçbucaqda konqruyent olan uyğun iki bucağı müəyyənləşdirin.

Həndəsi orta

Həndəsi orta. Müsbət a və b ədədlərinin həndəsi ortası $\frac{a}{x} = \frac{x}{b}$ bərabərliyini ödəyən müsbət x ədədinə deyilir. Deməli, $x = \sqrt{ab}$.

Düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş hündürlük hipotenuzu iki parçaya bölür (şəkildə AD və DB). Burada AD parçası AC katetinin, DB isə BC katetinin hipotenuz üzərində proyeksiyalarıdır.

Nəticə 1. Düz bucaq təpəsindən hipotenuza çəkilmiş hündürlük hipotenuzu ayırdığı parçalar arasında həndəsi ortadır.

$$\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB} \quad CD = \sqrt{AD \cdot DB}$$

Nəticə 2. Düzbucaqlı üçbucaqda hər bir katet hipotenuz və həmin katetin hipotenuz üzərindəki proyeksiyası arasında həndəsi ortadır.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD} \quad AC = \sqrt{AB \cdot AD}; \quad \frac{AB}{BC} = \frac{BC}{BD} \quad BC = \sqrt{AB \cdot BD}$$

1 Aşağıdakı ədədlər cütü üçün həndəsi ortanı tapın.

- 1) 9 və 16 2) 4 və 9 3) 12 və 48 4) 6 və 12 5) 15 və 20

Düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlığı

2) 1) $\triangle ADC \sim \triangle CDB$ oxşarlığından uyğun tərəflərin mütənasibliyini yazmaqla, hipotenuza çəkilmiş hündürlük haqqında (səh. 140) teoremi isbat edin.

2) Nəticəni $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ və $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ olduğuna görə uyğun tərəflərinin nisbətlərinin bərabərliyini yazmaqla isbat edin.

3) Şəklə görə tənəsübləri tamamlayın.

1. $\frac{r}{h} = \frac{h}{\blacksquare}$

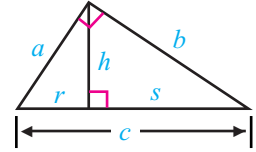
2. $\frac{c}{a} = \frac{a}{\blacksquare}$

3. $\frac{\blacksquare}{b} = \frac{b}{s}$

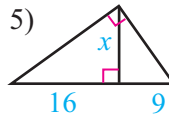
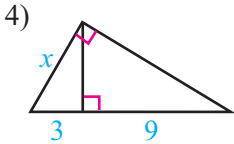
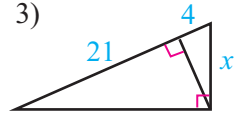
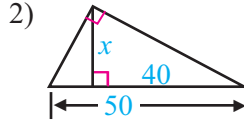
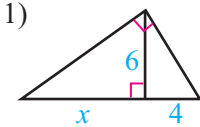
4. $\frac{r}{\blacksquare} = \frac{\blacksquare}{c}$

5. $\frac{r}{h} = \frac{\blacksquare}{s}$

6. $\frac{s}{b} = \frac{\blacksquare}{c}$

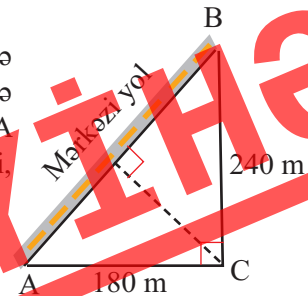


4) Verilənlərə görə x -i tapın.

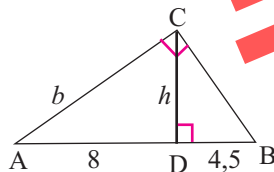


5) Düzbucaqlı üçbucaqda hipotenuza çəkilmiş hündürlük hipotenuzu 2 sm və 8 sm uzunluğunda parçalara bölür. Hipotenuza çəkilmiş hündürlüyü tapın.

6) A, B, C şirkətləri üçün mərkəzi yol üzərində yeməxana tikilməsi və yeməxanadan C şirkətinə yeni yol çəkilməsi planlaşdırılır. Yeməxanayı A şirkətindən hansı məsafədə yerləşdirmək lazımdır ki, C şirkətinə qədər yol ən qısa olsun?

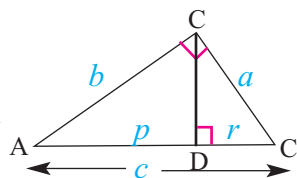


7) Şəkində verilənlərə görə b və h -i tapın.



Düzbucaqlı üçbucaqların oxşarlığı

- 8» Hipotenuza çəkilmiş hündürlük haqqında (səh. 140) teoremin nəticəsindən istifadə etməklə Pifaqor teoremini isbat edin. Hər bir təklif üçün əsas yazmaqla isbatı dəftərinizdə tamamlayın.



Verilir: ABC düzbucaqlı üçbucağı və onun CD hündürlüyü

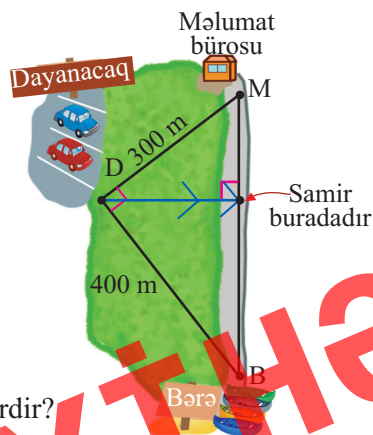
İsbat edin: $c^2 = a^2 + b^2$

Təklif	Əsası
1. CD $\triangle ABC$ -nin hündürlüyüdür	1. ?
2. $\frac{c}{a} = \frac{a}{r}, \frac{c}{b} = \frac{b}{p}$	2. ?
3. $cr = a^2, cp = b^2$	3. ?
4. $cr + cp = a^2 + b^2$	4. ?
5. $c(r + p) = a^2 + b^2$	5. ?
6. $(r + p) = c$	6. ?
7. $c^2 = a^2 + b^2$	7. ?

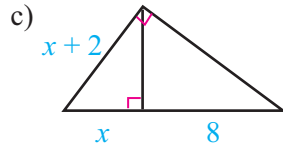
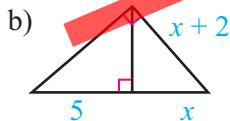
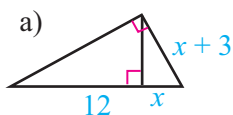
- 9» Mingəçevir şəhərində açılmış Kür Olimpiya Tədris-İdman Mərkəzi avarçəkmənin müxtəlif növləri üzrə beynəlxalq yarışlar keçirir.

Samir burada keçirilən avarçəkmə üzrə yarışlarda iştirak etməyə hazırlaşır.

O, avtomobil dayanacağından şəkildə göstəriləndiyi kimi irəliləyərək, qarşısına çıxan yol nişanı lövhəsinə görə bərəyə gedən yolun istiqamətini müəyyənləşdirdi. Samirin olduğu yerdən məlumat bürosuna qədər yol neçə metrdir? Nəzərə alın ki, avtomobil dayanacağından məlumat bürosuna 300 m-lik yol və kanoe bərəsinə olan 400 m-lik yol düz bucaq təşkil edir.



- 10» Verilənlərə görə x-i tapın.

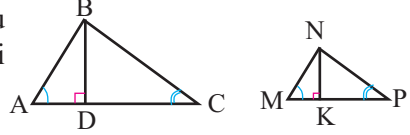


Üçbucaqların oxşarlığının tətbiqi

Oxşar üçbucaqlarda hündürlüklər, medianlar və tən bözlənlər

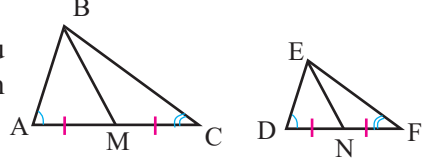
Teorem 1. Əgər iki üçbucaq oxşardırsa, bu üçbucaqların uyğun hündürlükləri nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

$$\frac{BD}{NK} = \frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{AC}{MP}$$



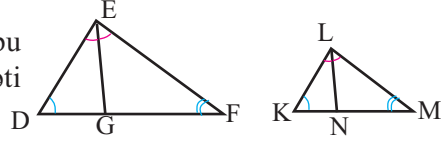
Teorem 2. Əgər iki üçbucaq oxşardırsa, bu üçbucaqların uyğun medianları nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

$$\frac{BM}{EN} = \frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$$



Teorem 3. Əgər iki üçbucaq oxşardırsa, bu üçbucaqların uyğun tən bözlənləri nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

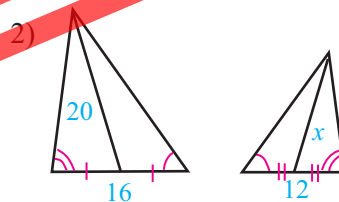
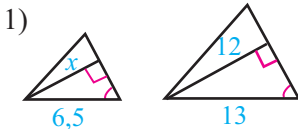
$$\frac{EG}{LN} = \frac{DE}{KL} = \frac{EF}{LM} = \frac{DF}{KM}$$



1) Teorem 3-ün isbatını tamamlayın. Teorem 1 və Teorem 2-nin isbatını yazın.

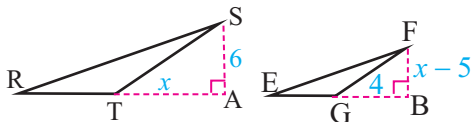
Təklif	Əsası
1. $\angle D \cong \angle K$	1. $\triangle DEF \sim \triangle KLM$
2. $\angle DEG \cong \angle GEF$ $\angle KLN \cong \angle NLM$	2. _____
3. $\angle DEF \cong ?$	3. $\triangle DEF \sim \triangle KLM$
4. $\angle DEG \cong \angle KLN$	4. Bərabərliyin xassəsi
5. $\triangle DEG \sim \triangle KLN$	5. _____
6. $\frac{EG}{LN} = \frac{DE}{KL}$	6. $\triangle DEG \sim \triangle KLN$
7. $\frac{DE}{KL} = \frac{EF}{LM} = \frac{DF}{KM}$	7. $\triangle DEF \sim \triangle KLM$
8. $\frac{EG}{LN} = \frac{DE}{KL} = \frac{EF}{LM} = \frac{DF}{KM}$	8. _____

2) Şəkilə verilənlərə görə x -i tapın.

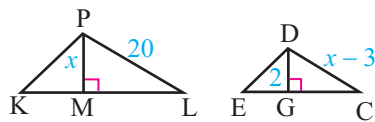


Üçbucaqların oxşarlığının tətbiqi

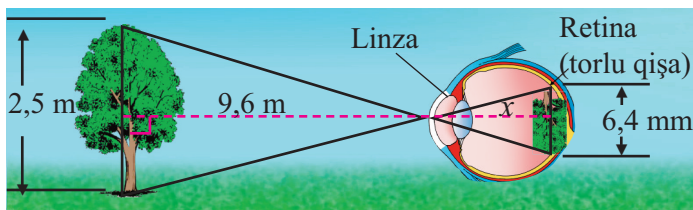
- 3» Verilir: $\triangle RST \sim \triangle EFG$
SA və FB bu üçbucaqların
hündürlükləridir.
Tapın: FB



- 4» Verilir: $\triangle KPL \sim \triangle EDC$
PM və DG bu üçbucaqların
hündürlükləridir.
Tapın: PM və DC



- 5» Göz linzası vasitəsilə obyektədən gələn işıq şüalarının qəbulu və xəyalın
kiçildilərək retinaya (torlu qışaya) ötürülməsi ilə görmə hadisəsi baş verir.
Bu zaman şəkildə göstərilədiyi kimi oxşar üçbucaqlar yaranır. Şəklə görə linza
ilə retina arasındakı məsafəni tapın.



- 6» Yeraltı qaynar sular maye və buxar şəklində vulkan kimi xaricə püskürür. Bu
püskürmələr qeyzer adlanır. Soyuq şimal ölkəsi olan İslandiyanın paytaxtı
Reykjavikdə yerləşən buxarlı qaynar su qeyzeri həmişə turistlərin diqqətini
cəlb edir. Qeyzərdə hər 10 dəqiqə ərzində
su 3 dəfə 40-60 metr yüksəkliyə püskürür.
Turistlərdən biri qeyzərdən müəyyən
məsafədə qoyulmuş güzgüyə qeyzerin
təpə nöqtəsindən düşən işıq şüasının əks
olunaraq insan gözüne düşməsindən
istifadə etmiş, oxşar üçbucaqlar qurmuş və
qeyzerin həmin andakı hündürlüyünü
hesablamışdır. Onun qurduğu şəklə görə
qeyzerin hündürlüyünü siz də tapın.



- 7» Eldar bayrağın hansı hündürlükdə asıldığını tapmaq məqsədilə bayraq
dirəyindən 6 m aralı yerdə güzgü yerləşdirdi. Eldar özü güzgüdən 0,9 m
aralıda dayandı. Eldarın gözündən güzgüyə qədər məsafə 1,5 m-dir. Bayraq
dirəyinin hündürlüyünü tapmaq üçün Eldarın fikirləşdiyi üsulu izah edin və
bu hündürlüyü siz də tapın.

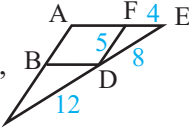
Üçbucaqların oxşarlığının tətbiqi

8» Verilənlərə görə üçbucaqların perimetrlərini tapın.

1) Verilir:

$\triangle ABCD \sim \triangle FDE$,
 $CD = 12$, $FD = 5$,
 $FE = 4$, $DE = 8$

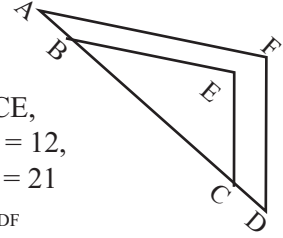
Tapmalı: $P_{\triangle ABCD}$



2) Verilir:

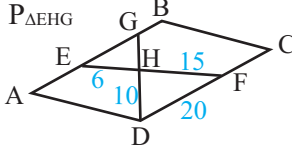
$\triangle ADF \sim \triangle BCE$,
 $BC = 24$, $EB = 12$,
 $CE = 18$, $DF = 21$

Tapmalı: $P_{\triangle ADF}$



3) Verilir: ABCD paraleloqramdır,
 $EH = 6$, $HF = 15$, $HD = 10$

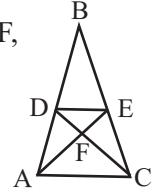
Tapmalı: $P_{\triangle EHG}$



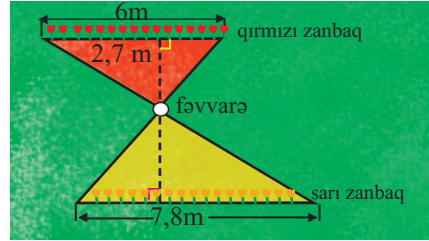
4) Verilir: $\triangle DEF \sim \triangle CAF$,
 $P(\triangle CAF) = 28$, $DF = 6$,

$FC = 8$

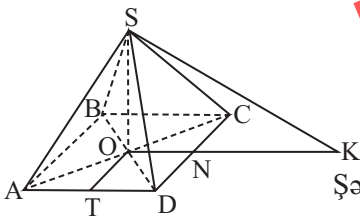
Tapmalı: $P_{\triangle DEF}$



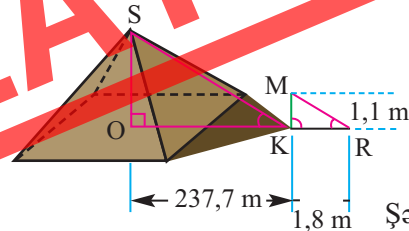
9» Şəkilə parkın bir hissəsinin planı verilmişdir. Sarı zənbəqlərdən fəvvarəyə qədər məsafə neçə metrdir?



10» Rəvayətə görə qədim yunan alimi Fales Misiri səyahət edərkən Xeops piramidası onu heyran etmiş və kahinlərdən onun hündürlüyünün nə qədər olduğunu sormuşdur. Kahinlər isə cavabında “bunu ancaq günəş allahı bilər, insanlar yox” demişlər. Fales üzünü onlara tutaraq: “Mən indi onun hündürlüyünü hesablayaram” demişdir. Fales öz kölgəsini ölçmüş və bu ölçü onun boyundan iki dəfə çox olmuşdur. O, bu an bütün varlıqların kölgələrinin öz boyundan iki dəfə çox olduğu nəticəsi ilə Xeops piramidasının kölgəsini ölçmüşdür. Kölgənin uzunluğu şəkil 1-də göstəriləndiyi kimi OK-ya bərabərdir. $TD = ON$, $OK = TD + NK$ olur ki, bunu Fales asanlıqla ölçmüş və piramidanın hündürlüyünün 145 m olduğunu demişdir. Kahinlər bundan çox əsəbiləşmiş, tezliklə Misiri tərk etməsini ona əmr etmişlər. Şəklə görə aparılan hesablamalar Xeops piramidasının hündürlüyünün 145 m olduğunu təsdiq edir. Siz də uyğun hesablamalar aparmaqla bunu yoxlayın.



Şəkil 1

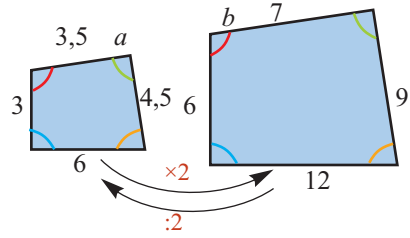


Şəkil 2

Oxşar fiqurların sahəsi

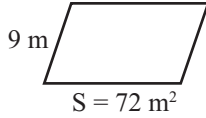
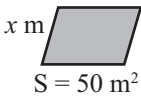
Oxşar fiqurların sahəsi

Teorem. Oxşar fiqurların sahələri nisbəti oxşarlıq əmsalının kvadratına bərabərdir. Məsələn, oxşar dördbucaqlıların uyğun tərəflərinin nisbəti $a : b$ olarsa, bu dördbucaqlıların sahələri nisbəti $a^2 : b^2$ olur.

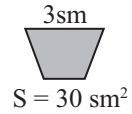
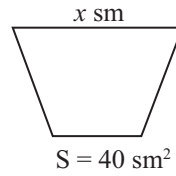


1) İki fiqurun oxşarlığından və sahəsindən istifadə etməklə rəngli fiqurun rəngsiz fiqura görə miqyasını - oxşarlıq əmsalını və x -i tapın.

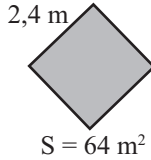
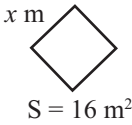
1)



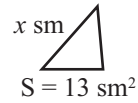
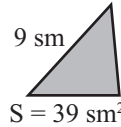
2)



3)



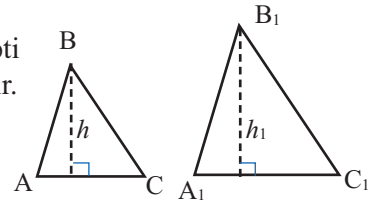
4)



2)

Teorem. İki oxşar üçbucağın sahələrinin nisbəti uyğun tərəflərin kvadrları nisbətinə bərabərdir.

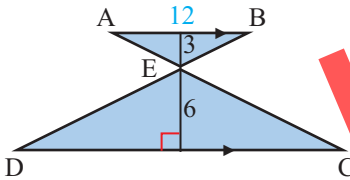
$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1B_1C_1}} = \left(\frac{AC}{A_1C_1} \right)^2 = k^2$$



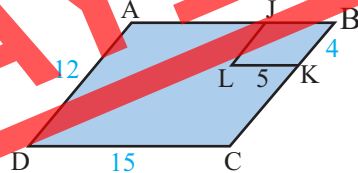
Teoremin isbatı üçün plan. Oxşar üçbucaqların hündürlüklərinin nisbəti uyğun tərəflərin nisbətinə bərabərdir.

3)

1) DEC və BEA üçbucaqlarının oxşar olduğunu isbat edin və sahələrini tapın.



2) ABCD və JBKL paraleloqramlarının oxşar olduqlarını isbat edin. $S_{JBKL} = 18 \text{ sm}^2$ olarsa, ABCD paraleloqramının sahəsini tapın.



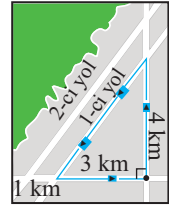
4)

ABC düzbucaqlı üçbucağının hipotenuzu 8 sm, sahəsi isə 12 sm^2 -dir. Bu üçbucağa oxşar olan DFE üçbucağının hipotenuzu 20 sm-dir. DFE üçbucağının sahəsi neçə kvadrat santimetrdir?

Oxşar fiqurların sahəsi

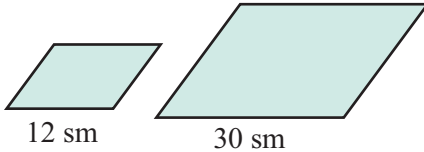
- 5» Bir tərəfinin uzunluğu 2,5 m olan düzbucaqlı şəkildə güzgünün qiyməti 125 manatdır. Formaca bu güzgüyə oxşar olan güzgünün uyğun tərəfinin uzunluğu 3 m-dir. Güzgülər kvadrat metrinin qiymətinə görə satılır. Böyük güzgünün qiyməti neçə manatdır?
- 6» İki oxşar üçbucağın sahəsi uyğun olaraq 45 sm^2 və 80 sm^2 -dir. Üçbucaqların perimetrləri cəmi 35 sm olarsa, hər bir üçbucağın perimetrini tapın.
- 7» İki oxşar paraleloqramın tərəflərinin nisbəti 2 : 3 kimidir. Böyük paraleloqramın sahəsi 54 m^2 olarsa, kiçik paraleloqramın sahəsini tapın.
- 8» İki oxşar düzbucaqlı formalı həyətlərdən birinin sahəsi 540 m^2 , digərinin sahəsi isə 135 m^2 -dir. Bu həyətlərin perimetrləri nisbətini tapın.

- 9» Parkda şəkildə göstərildiyi kimi velosiped sürmə cığırları yaradılmışdır. Bu yollar oxşar düzbucaqlı üçbucaqlar əmələ gətirir. Hüseyn əvvəlcə mavi xətlərlə çəkilmiş düzbucaqlı üçbucaq boyunca hərəkət edir. Hüseyn ikinci yola keçərsə, bir dövrdə neçə kilometr yol qət edər?

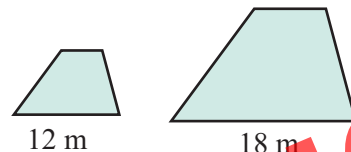


- 10» Şəkildə verilmiş iki fiqur oxşardır. Verilən sahəyə görə digər fiqurun sahəsini tapın.

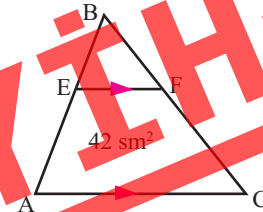
1) Kiçik paraleloqramın sahəsi 60 sm^2 -dir



2) Böyük trapesiyanın sahəsi 108 m^2 -dir



- 11» Şəkildə $EF \parallel AC$, $3 \cdot BF = 2 \cdot FC$. AEFC trapesiyanının sahəsi 42 sm^2 olarsa, $\triangle ABC$ -nin sahəsini tapın.



- 12» Aşağıda verilən şərtlərə görə “ $\triangle ABC$ -nin perimetri $\triangle GHK$ -nin perimetrindən böyükdür” fikrinin doğruluğu haqqında **həmişə, bəzən, heç vaxt** sözlərindən hansını seçmək olar?

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \\ \text{oxşarlıq əmsali } \frac{3}{2} \text{ -dür.}$$

$$\triangle DEF \sim \triangle GHK \\ \text{oxşarlıq əmsali } \frac{4}{3} \text{ -dür.}$$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1) Hansı halda iki üçbucağın oxşarlığı haqqında *həmişə, bəzən, heç vaxt* fikirlərini söyləmək olar:
- İki bərabəryanlı üçbucaq;
 - iki bərabərtərəfli üçbucaq;
 - itibucaqlı və korbucaqlı üçbucaq?

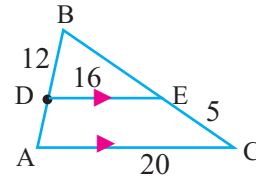
- 2) Hər bir hal üçün verilmiş fikirlərdən hansı ikisinin bir-birini təkzib etdiyini müəyyən edin.

- 1) $\triangle ABC$ bərabəryanlı üçbucaqdır
- 2) $\triangle ABC$ korbucaqlı üçbucaqdır
- 3) $\triangle ABC$ -nin hər üç bucağının dərəcə ölçüsü müxtəlifdir.

- 1) $\angle 1 \cong \angle 2$
- 2) $\angle 1$ düz bucaq, $\angle 2$ iti bucaqdır
- 3) $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$

- 3) Şəklə görə tapın.

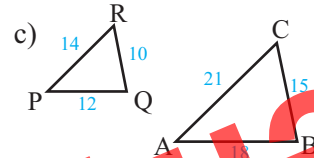
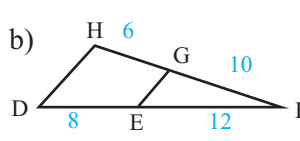
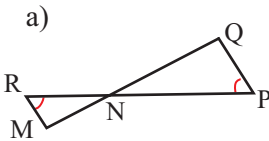
- $\triangle ABC$ -nin və $\triangle DBE$ -nin perimetrini
- Oxşarlıq əmsalını
- ADEC trapesiyasının perimetrini



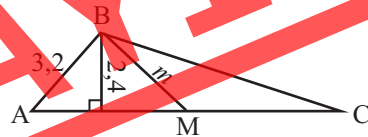
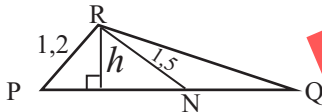
- 4) İki oxşar üçbucaqdan birinin perimetri digərinin perimetrinin $\frac{2}{3}$ -sidir. İki uyğun tərəfin fərqi isə 5 sm-dir. Bu tərəflərin uzunluqları neçə santimetrdir?

- 5) Günəş işığında ağacın kölgəsinin uzunluğu 2,8 m-ə qədər çatır. Eyni vaxtda boyu 1,8 m olan şəxsin kölgəsi 1,2 m olur. Üçbucaqların oxşarlığından istifadə etməklə ağacın hündürlüyünü tapın.

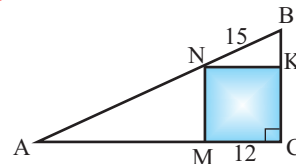
- 6) Hansı üçbucaqlar oxşardır? Hansı əlamətə görə oxşar olduqlarını yazın.



- 7) $\triangle ABC \sim \triangle PRQ$. M və N nöqtələri, uyğun olaraq PQ və AC-nin orta nöqtələridir. h və m -i tapın.



- 8) Şəkildə verilənlərə görə $\triangle ABC$ -nin perimetrini tapın.

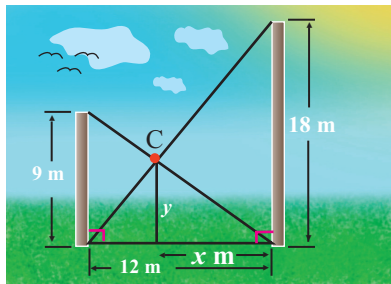


Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 9) Şəkiləki üçbucaqlar orta xəttədən istifadə edilməklə dizayn edilmişdir. İlk üçbucağın perimetrini vahid qəbul edin. a) 1-ci; b) 2-ci; c) 3-cü addımda yaranan rəngli üçbucaqların perimetrlərini tapın.

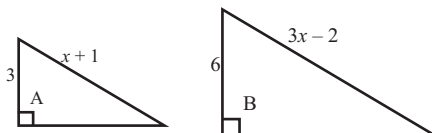


- 10) Şəkiləki konstruksiyada iki dirək metal məftillə yuxarıdan və aşağıdan şəkildə göstərilən qaydada C nöqtəsində mufta ilə bərkidilmişdir. Yerə perpendikulyar basdırılmış dirəklərin hündürlüyü 9 m və 18 m, aralarındakı məsafə isə 12 m-dir.

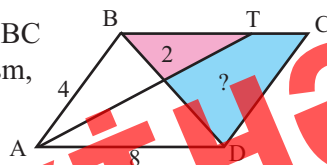


- 1) Muftadan hündür dirəyə qədər olan məsafəni tapın.
- 2) Mufta yerdən neçə metr hündürlükdədir?
- 3) Muftadan alçaq dirəyin yuxarı nöqtəsinə qədər olan məftilin uzunluğunu tapın.
- 4) Muftadan hündür dirəyin aşağı nöqtəsinə qədər olan məftilin uzunluğunu tapın.

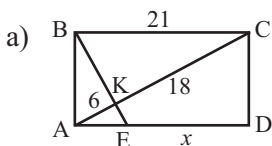
- 11) Şəkilə verilmiş üçbucaqların oxşar olduğunu bilərək hər birinin perimetrini və sahəsini tapın.



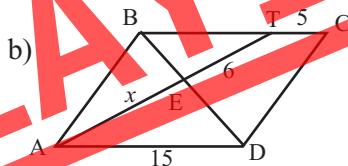
- 12) ABCD paraleloqramında A bucağının tənböləni BC tərəfini T nöqtəsində kəsir. AB = 4 sm, AD = 8 sm, qırmızı rəngli hissənin sahəsi 2 sm² olarsa, göy rəngli hissənin sahəsini tapın.



- 13) Şəkilə verilənlərə görə dəyişənlərin qiymətini tapın.



ABCD düzbucaqlı



ABCD paraleloqram

- 14) <http://www.mathopenref.com> internet ünvanı vasitəsilə müxtəlif həndəsi məsələlərin həllini və qurma tapşırıqlarını yerinə yetirin.

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- bərabərsizlikləri həll etməyi;
- bərabərsizliklərə aid real həyati situasiyaya uyğun məsələlər həll etməyi;

Bərabərsizliklər

Bərabərsizliklər $>$, $<$, $\geq$, $\leq$ işarələrinin köməyiylə yazılır. Bərabərsizlikləri sözlə, riyazi simvollarla, ədəd oxu üzərində təsvirlə ifadə etmək olar.

-2-dən böyük bütün həqiqi ədədlər	$x > -2$	
3-dən böyük və ya ona bərabər bütün həqiqi ədədlər	$x \geq 3$	
-1-dən kiçik bütün həqiqi ədədlər	$x < -1$	
0-dan kiçik və ya ona bərabər bütün həqiqi ədədlər	$x \leq 0$	

- Nöqtə rənglənmişsə, bu nöqtənin koordinatı bərabərsizliyi ödəyir.
- Nöqtə rənglənməmişsə, bu nöqtənin koordinatı bərabərsizliyi ödəmir.

Ədədləri və ifadələri müqayisə etmək üçün müxtəlif üsullardan istifadə etmək olar. Bu üsullardan biri onların fərqləndirilməsidir.

- $a - b$ fərqi müsbət olarsa, a ədədi b ədədindən böyükdür; $a - b > 0$; $a > b$.
- $a - b$ fərqi mənfi olarsa, a ədədi b ədədindən kiçikdir; $a - b < 0$; $a < b$.
- $a - b$ fərqi sıfıra bərabərdirsə, a ədədi b ədədinə bərabərdir; $a - b = 0$; $a = b$.
- $a - b$ fərqi mənfi deyilsə, a ədədi b ədədindən kiçik deyildir; $a - b \geq 0$; $a \geq b$.
- $a - b$ fərqi müsbət deyilsə, a ədədi b ədədindən böyük deyildir; $a - b \leq 0$; $a \leq b$.

Ədəd oxu üzərində iki ədəddən böyüyü sağda yerləşən nöqtə ilə, kiçiyi isə solda yerləşən nöqtə ilə təsvir olunur.

Deməli, $a > b$ olarsa, koordinatı a olan nöqtə koordinatı b olan nöqtədən sağda, $a < b$ olduqda isə solda yerləşir.

Misal. $a^2 + 1$ və $2a$ ifadələrini müqayisə edək. Bu ifadələrin fərqləndirilməsinə baxaq:

$a^2 + 1 - 2a = (a - 1)^2 \geq 0$. Deməli, dəyişənin istənilən qiymətində $a^2 + 1$ ifadəsinin qiyməti $2a$ ifadəsinin qiymətindən kiçik deyil (böyük və ya bərabərdir).

Öyrənmə tapşırıqları

- 1) Samir ev tapşırıqlarına iki saatdan az vaxt sərf edir. Elçin və Ülkər bu fikri riyazi olaraq aşağıdakı kimi ifadə etmişlər. Hansı yazılış doğrudur?

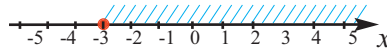
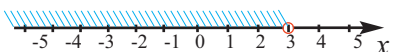
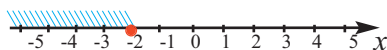
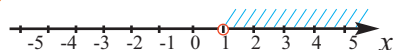
Elçin  $t \geq 2$

Ülkər  $t < 2$

- 2) Aşağıdakı fikirləri bərabərsizliklə ifadə edin.

- 1) Atla gəzinti tibbi tələblərə görə dəniz səviyyəsindən 1500 m yüksəklikdən yuxarıda tövsiyə edilmir.
- 2) Bir mağazadakı şərtlərə görə 10%-lik endirim kartı almaq üçün bir dəfədə ən azı 1000 manatlıq bazarlıq etməlisən.
- 3) Hər bir şəxs 10000 manat məbləğə qədər pulu heç bir vergi ödəmədən ölkə xaricinə apara bilər.
- 4) Kino-teatra 7 yaşından kiçik uşaqlar valideynsiz buraxılır.

- 3) Ədəd oxu üzərindəki təsvirləri bərabərsizliklə və sözlə ifadə edin.



Bərabərsizliyin xassələri

- 1) $a > b$ olarsa, onda $b < a$
 - 2) $a < b$ olarsa, onda $b > a$
 - 3) $a > b$ və $b > c$ olarsa, onda $a > c$
 - 4) $a < b$ və $b < c$ olarsa, onda $a < c$
- 3-cü xassənin isbatı:** $a > b$ olduğundan $a - b > 0$, $b > c$ olduğundan $b - c > 0$, onda $a - c = (a - b) + (b - c) > 0$, deməli, $a > c$

hər iki toplanan müsbət olduğundan onların cəmi də müsbətdir

- 4) Bərabərsizlikləri, dəyişəni sol tərəfdə olmaqla yenidən yazın.

a) $19 > x$

b) $-10 < a$

c) $-10 > b$

d) $0 < t$

- 5) Bərabərsizliklərə uyğun real həyati situasiyalar yazın.

a) $x \geq 15$

b) $x < 11$

c) $x \geq 0$

d) $x > 100$

- 6) Bərabərsizlikləri ədəd oxu üzərində təsvir edin.

1) $a > 4$

2) $x > 6$

3) $n < 11$

4) $x < 5$

5) $t \geq 9$

6) $b \geq 8$

7) $d \leq 5$

8) $z \leq 8$

9) $x > -4$

10) $n \geq -3$

11) $x \leq -5$

12) $x < -2$

- 7) Dəyişənin verilən qiymətində bərabərsizliklərin doğru olduğunu yoxlayın. Dəyişənə daha iki qiymət verin və yoxlayın.

1) $18 - x > 4$, $x = 12$

2) $14 + n < 23$, $n = 8$

3) $5k > 35$, $k = 8$

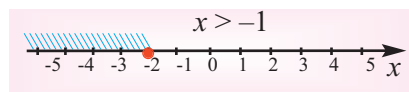
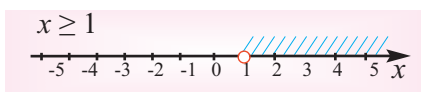
4) $16 \leq 3c$, $c = 8$

5) $\frac{x}{3} \geq 2$, $x = 9$

6) $\frac{14}{c} \leq 7$, $c = 2$

Bərabərsizliklər

- 8» $c - d$ fərqi -3 ; 0 ; 4 -ə bərabər olduqda, c və d ədədlərini müqayisə edin.
- 9» a) $m - n = 0,1$; b) $m - n = -1,2$; c) $m - n = 0$ olarsa, m və n ədədlərini müqayisə edin.
- 10» $a > b$ olduğu məlumdursa, $a - b$ fərqi, $-4,3$; 0 ; $5,2$ ədədlərindən hansı ilə ifadə edilə bilər?
- 11» $x > 2$ olduqda aşağıdakılardan hansı doğrudur?
a) $x - 2$ fərqi müsbət ədəddir; b) $x - 4$ fərqi müsbət ədəddir;
c) $x - 1$ fərqi müsbət ədəddir; d) $2 - x$ fərqi müsbət ədəddir.
- 12» Təsvirlərdə hansı səhv var?



- 13» x ədədi üçün ədəd oxu üzərində bir neçə elə nöqtə qeyd edin ki, verilən bərabərsizlik doğru olsun:
a) $x > 2$; b) $x < 5$; c) $x > -1$; d) $x < 0$.

Tətbiq tapşırıqları

- 14» Dəyişənin verilmiş bərabərsizliyi ödəyən ən kiçik tam qiymətini tapın.
a) $x > 10$ b) $x \geq 7$ c) $x > -8$ d) $x \geq -3$
- 15» Dəyişənin verilmiş bərabərsizliyi ödəyən ən böyük tam qiymətini tapın.
a) $x < 9$ b) $x \leq 8,2$ c) $x < -4,1$ d) $x \leq -3$
- 16» $b(b + 1)$ və $(b + 2) \cdot (b - 3)$ ifadələri verilir. $b = -4$; $b = -3$; $b = 2$ olduqda bu ifadələrin qiymətlərini müqayisə edin. b -nin istənilən qiymətində birinci ifadənin qiymətinin ikinci ifadənin qiymətindən böyük olduğunu hökm etmək olarmı?
- 17» İsbat edin ki, dəyişənin istənilən qiymətində:
a) $a^2 - 4a$ ifadəsinin qiyməti $2a - 10$ ifadəsinin qiymətindən böyükdür;
b) $(2a + 3)(2a + 1)$ ifadəsinin qiyməti $4a(a + 2)$ ifadəsinin qiymətindən böyükdür;
c) $7c - 1$ ifadəsinin qiyməti $(c + 7)$ ifadəsinin qiymətindən kiçikdir.

- 18» Bərabərsizliyi isbat edin.
a) $c^2 + 1 \geq 2c$ b) $a(a + 3) \geq 3a$
c) $d^2 - cd + c^2 \geq cd$ d) $a(a - b) \geq b(a - b)$



Araşdırma

$x + 3 < 10$ bərabərsizliyini araşdıraraq.

x	-1,75	0	6,99	7	7,01	7,1
$x + 3$	1,25	3	9,99	10	10,01	10,1
$x + 3 < 10$	$1,25 < 10$	$3 < 10$	$9,99 < 10$	$10 < 10$	$10,01 < 10$	$10,1 < 10$
Həllidirmi?	Hə	Hə	Hə	Yox	Yox	Yox

Dəyişənin qiyməti 7-dən kiçik olduqda $x + 3$ cəmi 10-dan kiçik olur.

Dəyişənin qiyməti 7 olduqda $x + 3$ cəmi 10-a bərabər olur.

Dəyişənin qiyməti 7-dən böyük olduqda $x + 3$ cəmi 10-dan böyük olur.

$x + 3 < 10$ bərabərsizliyi 7-dən kiçik ədədlər üçün doğrudur.

Bərabərsizliklərin xassələri

Teorem. Doğru bərabərsizliyin hər iki tərəfinə eyni bir ədədi əlavə etdikdə və ya çıxdıqda, doğru bərabərsizlik alınır.

$a > b$ və c istənilən ədəd olarsa, onda $a + c > b + c$ və $a - c > b - c$

$a < b$ və c istənilən ədəd olarsa, onda $a + c < b + c$ və $a - c < b - c$

Öyrənmə tapşırıqları

- 1) x dəyişənin: a) 6; b) -3; c) 1,5 d) 0; e) -7 -yə bərabər qiyməti $x + 7 > 1$ bərabərsizliyini ödəyirmi?
- 2) a) y ilə 13-ün cəmi 25-dən kiçikdir. y dəyişəni hansı qiymətləri ala bilər?
b) İki ədədin cəmi 18-dən böyükdür. Ədədlərdən biri 7 olarsa, digəri hansı qiymətləri ala bilər?
- 3) $a > b$ olarsa, ifadələri müqayisə edin.
a) $a - 6$ və $b - 6$ b) $a + 12$ və $b + 12$
c) $a + m$ və $b + m$ d) $a - k$ və $b - k$
- 4) Bərabərsizliyin xassəsindən istifadə etməklə dəyişənin ala biləcəyi qiymətləri müəyyən edin.

Nümunə. $5 + x \leq 18$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfinə -5 əlavə edək.

$5 + x + (-5) \leq 18 + (-5)$, $x \leq 13$, deməli dəyişən 13-dən böyük olmayan qiymətlər ala bilər.

$$5 + x \leq 18$$

$$3 < y + 8$$

$$-2 < b - 6$$

$$-10 \geq x + 6$$

$$2 + m \geq 3,5$$

$$p - 4,8 > -6$$

$$10 + n \geq -2$$

$$c + 10 < 9$$

$$s - 12 \leq -5$$

$$a - 3 \leq 5$$

$$q + 0,8 \leq -0,5$$

$$d - \frac{2}{3} \leq \frac{1}{3}$$

$$-4 < k + 6$$

$$g - 4 \geq 13$$

$$t - 3 < -9$$

$$-11 > g - 4$$

$$v - 6 > 2,7$$

$$5 > f + \frac{2}{3}$$

Bərabərsizliklərin xassələri

Tətbiq tapşırıqları

Nümunə

Dəniz ayılarının kütləsi ən çoxu 650 kq olur. Bir dəniz ayısının indi kütləsi 398 kq-dır. Dəniz ayısının yığa biləcəyi kütləni hansı bərabərsizliklə ifadə etmək olar?

Dəniz ayısının indiki kütləsi	Plyus	Qazana biləcəyi kütlə	Kiçik və ya bərabərdir	650 kq
----------------------------------	-------	--------------------------	---------------------------	--------

$$398 + m \leq 650$$

$$398 + m \leq 650 \quad \text{Bərabərsizliyi yazmaq}$$

$$398 - 398 + m \leq 650 - 398 \quad \text{Hər iki tərəfdən 398 çıxmaq}$$

$$m \leq 252$$



5» Rəşad MP3 musiqi mərkəzinə daha 21 mahnı yazdırsa, onların sayı ən çoxu 90 olar. MP3-də əvvəlcə neçə mahnı olduğunu bərabərsizliklə yazın.

6» Emin ən azı 90 kq-a qədər olan ağırlığı qaldırmaq üçün məşqlər edir. İndi o, 50 kq-lıq daşları qaldıra bilir. Eminin məqsədinə çatması üçün daha neçə kiloqram artıq ağırlığı qaldırmalı olduğunu bərabərsizlik yazmaqla qiymətləndirin.

7» Dəyişənlər hansı qiymətləri ala bilər? Ədəd oxu üzərində təsvir edin.

a) $y - (-1, 8) > -6, 2$

b) $-8 > n - \frac{2}{3}$

c) $a + \frac{1}{4} > \frac{1}{8}$

8» Uyğun bərabərsizlikləri yazın.

a) (-8) -ə müəyyən ədədi əlavə etsək, cəm ya 30-dan kiçik, ya da 30-a bərabər olar.

b) Hansı ədəddən 8 çıxsaq, fərq 25-dən böyük olar?

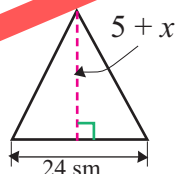
9» $d + 5 \geq 18$ olduğuna görə aşağıdakı bərabərsizlikləri tamamlayın.

a) $d \geq ?$

b) $d + ? \geq 19$

c) $d - 2 \geq ?$

10» Üçbucağın oturacağı hündürlüyündən kiçikdir. x dəyişəni hansı qiymətləri ala bilər?



11» Verilən bərabərsizliklərə uyğun məsələ qurun.

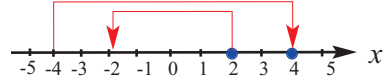
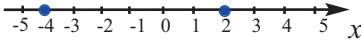
a) $x + 15 > 100$

b) $m - 40 \leq 2000$

c) $d + 3 \geq 12$

Bərabərsizliklərin xassələri

Araşdırma. Ədəd oxu üzərində verilən ədədləri qeyd edin. Müqayisəsini yazın. Sonra isə hər iki ədədi eyni ədədə vurmaqla müqayisə edin. Məsələn, hər iki ədədi -1 -ə vurun və yeni vəziyyətlərini ədəd oxu üzərində şəkildə göstərdiyi kimi təqdim edin. Fikirlərinizi ümumiləşdirin, təsvir edin.



Bərabərsizliklərin xassələri

✓ Doğru bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir müsbət ədədə vursaq və ya bölsək, doğru bərabərsizlik alınar.

a və b istənilən ədəd olmaqla $c > 0$ olduqda:

1. $a > b$ olarsa, $ac > bc$ və $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ **Nümunə 1.** $3 < 4$; $3 \cdot 2 < 4 \cdot 2$; $6 < 8$

2. $a < b$ olarsa, $ac < bc$ və $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ **Nümunə 2.** $6 > -9$; $\frac{6}{3} > \frac{-9}{3}$; $2 > -3$

✓ Doğru bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir mənfi ədədə vursaq və ya bölsək və bərabərsizliyin işarəsini əksinə dəyişsək, doğru bərabərsizlik alınar.

a və b istənilən ədəd olmaqla $c < 0$ olduqda:

1. $a > b$ olarsa, $ac < bc$ və $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$ **Nümunə 3.** $5 > 1$; $5 \cdot (-2) < 1 \cdot (-2)$.
 $-10 < -2$

2. $a < b$ olarsa, $ac > bc$ və $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ **Nümunə 4.** $-8 < -6$; $\frac{-8}{-2} > \frac{-6}{-2}$; $4 > 3$

Öyrənmə tapşırıqları

12 $a > b$ olduğu məlumdur. Aşağıdakı şərtlərə görə doğru bərabərsizliyi yazın.

- a) hər iki tərəfini 4-ə vursaq; b) hər iki tərəfini -5 -ə vursaq;
c) hər iki tərəfini $\frac{1}{2}$ -ə bölsək; d) hər iki tərəfini -2 -yə bölsək.

13 Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni ədədə vurmaqla və ya bölməklə alınan doğru bərabərsizlikləri yazın.

Nümunə 1. $\frac{3}{4}y \geq -6$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini $\frac{4}{3}$ -ə vuraq:

$$\frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4}y \geq -6 \cdot \frac{4}{3}; \quad y \geq -8$$

Nümunə 2. $-4x < 12$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini -4 -ə bölək və bərabərsizliyin işarəsini əksinə dəyişək:

$$\frac{-4x}{-4} > \frac{12}{-4}; \quad x > -3$$

1) $4x < 4$

4) $-15 \leq 5b$

7) $\frac{p}{6} > 5$

10) $\frac{t}{9} < -12$

2) $7y > 63$

5) $7 \geq \frac{h}{14}$

8) $144 < 12d$

11) $30 < \frac{1}{2}n$

3) $13a \geq -26$

6) $15 \geq 3t$

9) $-3m > -33$

12) $-\frac{3}{4}r \leq -6$

14 Aşağıdakı bərabərsizliklərdə a ədədinin işarəsini müəyyən edin.

a) $3a > 2a$

b) $4a < 3a$

c) $-2a < 2a$

d) $a > -a$

23» Araşdırma. Cəmi 10-a bərabər olan iki natural ədədin hasilinin ən böyük qiyməti neçə ola bilər?

✓ İki müsbət ədədin cəmi sabit qalırsa, ədədlər bir-birinə bərabər olduqda, onların hasili ən böyük qiyməti alır (buna sabit cəm haqqında teorem də deyirlər).

$m + n = 10$	$m \cdot n$
$1 + 9 = 10$	$1 \cdot 9 = 9$
$2 + 8 = 10$	$2 \cdot 8 = 16$
$3 + 7 = 10$	$3 \cdot 7 = 21$
$4 + 6 = 10$	$4 \cdot 6 = 24$
$5 + 5 = 10$	$5 \cdot 5 = 25$

Araşdırmanın nəticəsinə əsaslanaraq aşağıdakıları tapın:

- Cəmi 16-ya bərabər olan iki natural ədədin hasilinin ən böyük qiymətini;
- Perimetri 40 sm olan düzbucaqlılar arasından sahəsi ən böyük olan düzbucaqlını.

24» Araşdırma: Mənfi olmayan iki ədədin ədədi ortası onların həndəsi ortasından kiçik deyil.

Göstərk ki, mənfi olmayan a və b ədədləri üçün $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ bərabərsizliyi doğrudur. Burada bərabərlik yalnız $a = b$ olduqda mümkündür.

Sol və sağ tərəfin fərqinə baxaq, orta məxrəcə gətirib, sadələşdirək.

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0$$

Fərqin kvadratı mənfi ədəd olmadığından verilmiş bərabərsizliyin doğruluğu alınır.

Araşdırmaya əsaslanaraq aşağıdakıları tapın:

- Sahəsi 36 sm^2 olan düzbucaqlılardan perimetri ən kiçik olanı;
- $x > 0$ və $xy = 16$ olduqda $x + y$ cəminin ən kiçik qiymətini.

25» 1) Elşəngil ölçüləri $3 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ olan mətbəxi hər birinin sahəsi $\frac{3}{10} \text{ m}^2$ olan metlaxlarla döşəməyi planlaşdırırlar. Onlar ən azı neçə metlax almalıdırlar?

2) Elmar elektron cihazların satıldığı mağazada satış meneceri işləyir. Elmar satdığı hər kompüterə görə 30 manat mükafat və sabit olaraq 500 manat əmək haqqı alır. Elmar bu ay maaşının ən azı 800 manat olacağına əmindir. Elmar bu ay ən azı neçə kompüter satmışdır?

3) Siz də elə bir məsələ qurun ki, $\frac{3}{4}x > 9$ bərabərsizliyi ilə həll edilsin.

26» a) $0,2 < a < 0,3$ olduqda tərəfi a olan kvadratın perimetrini qiymətləndirin.
b) Kvadratın perimetri P sm-dir: $12,4 < P < 12,8$ olduqda kvadratın tərəfinin uzunluğunu qiymətləndirin.

Bərabərsizliklərin toplanması və vurulması

Araşdırma: 1) Anar Vüsaldan, Tural isə Orxandan yaşca kiçikdir. Anarla Turalın yaşlarının cəmi Vüsalla Orxanın yaşlarının cəmindən az, yoxsa çoxdur?

$$2) \begin{array}{r} 3 < 8 \\ + 4 < 6 \\ \hline 7 ? 14 \end{array} \quad \text{bərabərsizlikləri hədbəhd toplayın və nəticəni izah edin.}$$

Ədədi bərabərsizliklərin toplanması

Teorem. $a > b$ və $c > d$ olarsa, $a + c > b + d$

$a > b$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfinə c əlavə edək. $a + c > b + c$
 $c > d$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfinə b əlavə edək. $b + c > b + d$
 $a + c > b + c$ və $b + c > b + d$ bərabərsizliklərindən $a + c > b + d$ olduğu alınır. Teorem ikidən çox sayda bərabərsizliklərin toplanması üçün də doğrudur.

✓ Eyni işarəli doğru bərabərsizlikləri hədbəhd topladıqda doğru bərabərsizlik alınır.

$$\begin{array}{r} a > b \\ + c > d \\ \hline a + c > b + d \end{array}$$

Ədədi bərabərsizliklərin vurulması

Teorem. Sol və sağ tərəfləri müsbət ədədlər olan eyni işarəli doğru bərabərsizlikləri hədbəhd vurduqda doğru bərabərsizlik alınır.

a, b, c, d müsbət ədədlər, $a > b$ və $c > d$ olarsa, onda $ac > bd$
 $a > b$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini c -yə, $c > d$ bərabərsizliyinin hər iki tərəfini b -yə vursaq uyğun olaraq, alırıq: $ac > bc$ və $bc > bd$
Buradan da, $ac > bd$ olduğu aydındır.

Nəticə. a və b müsbət ədədlər və $a > b$ olarsa, onda $a^n > b^n$ olar (n -natural ədəddir).

Öyrənmə tapşırıqları

1) Bərabərsizlikləri hədbəhd toplayın.

a) $8 > 5$ və $6 > 4$

b) $-2 < 10$ və $6 < 7$

2) Bərabərsizlikləri hədbəhd vurun.

a) $6 > 3$ və $4 > 2$

b) $6 < 8$ və $\frac{1}{3} < \frac{1}{2}$

3) $4 < a < 6$ və $5 < b < 7$ olduğunu bilərək, ifadələri qiymətləndirin.

a) $a + b$

b) ab

c) $2a + 3b$

Bərabərsizliklərin toplanması və vurulması

4» Nümunələri araşdırın, oxşar qayda ilə tapşırıqları yerinə yetirin.

1) $3 < x < 4$ və $6 < y < 8$ olduqda;

a) $x - y$ b) $2x - y$ c) $x - 3y$ d) $3x - 2y$ ifadələrini qiymətləndirin.

2) $15 < x < 20$ və $2 < y < 3$ olduqda aşağıdakı ifadələri qiymətləndirin.

a) $\frac{x}{y}$

b) $\frac{2x}{y}$

c) $1 + \frac{3x}{2y}$

Nümunə 1. $5 < a < 10$ və $2 < b < 4$ olduqda $a - b$ fərqlərini qiymətləndirin,

Həlli: $a - b = a + (-b)$ şəklində göstərək.

$2 < b < 4$ olduğundan $-2 > -b > -4$, yəni

$-4 < -b < -2$. İndi isə bərabərsizliklərin

hədbəhəd toplanmasını tətbiq edək.

$$\begin{array}{r} + 5 < a < 10 \\ -4 < -b < -2 \\ \hline 1 < a - b < 8 \end{array}$$

Nümunə 2. $10 < x < 16$ və $4 < y < 5$ olduqda $\frac{x}{y}$ qiymətini qiymətləndirin.

Həlli: $\frac{x}{y} = x \cdot \frac{1}{y}$ şəklində yazıb, əvvəlcə $\frac{1}{y}$ ifadəsini qiymətləndirək.

$4 < y < 5$ olduğundan $\frac{1}{4} > \frac{1}{y} > \frac{1}{5}$ yəni $\frac{1}{5} < \frac{1}{y} < \frac{1}{4}$

Bərabərsizliklərin hədbəhəd vurulmasını tətbiq edək.

$$\begin{array}{r} 10 < x < 16 \\ \times \frac{1}{5} < \frac{1}{y} < \frac{1}{4} \\ \hline 2 < \frac{x}{y} < 4 \end{array}$$

Tətbiq tapşırıqları

5» $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$ və $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ olmasından istifadə edərək, ədədləri qiymətləndirin:

a) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

b) $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

c) $\sqrt{6}$

6» Bərabəryanlı üçbucağın a oturacağının və b yan tərəfinin uzunluqlarının santimetrlə ifadə olunmuş sərhədləri məlumdur:

$$16 \leq a \leq 18 \text{ və } 24 \leq b \leq 26$$

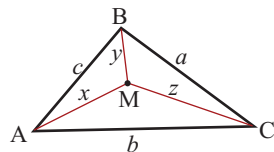
Bu üçbucağın perimetrini qiymətləndirin.

7» Düzbucaqlının a uzunluğunu və b enini (sm ilə) ölçərək, $4,5 < a < 4,6$ və $3,4 < b < 3,5$ olduğu müəyyən edilmişdir.

Düzbucaqlının: a) perimetrini; b) sahəsini qiymətləndirin.

8» Üçbucağın α və β bucaqları üçün $58^\circ \leq \alpha \leq 59^\circ$ və $82^\circ \leq \beta \leq 83^\circ$ olduğu məlumdur. Üçüncü bucağı qiymətləndirin.

9» İsbat edin ki, üçbucağın daxilində götürülmüş istənilən nöqtədən təpələrə qədər məsafələrin cəmi bu üçbucağın yarımperimetrindən böyükdür.



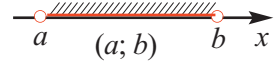
Ədədi aralıqlar

Araşdırma. Ədəd oxu üzərində koordinatları -2 və 3 olan nöqtələri qeyd edin. Bunların arasında yerləşən hər hansı nöqtə götürün. Götürülmüş nöqtəyə uyğun ədədi -2 və 3 ilə müqayisə edin. Bu nöqtələr arasında yerləşən istənilən nöqtəyə uyğun ədədin $-2 < x < 3$ şərtini ödədiyini yoxlayın.

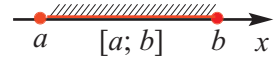
$-2 < x < 3$ şərtini ödəyən nöqtələr çoxluğuna -2 -dən 3 -ə qədər olan aralıq deyilir və belə işarə edilir : $(-2; 3)$.

Ədədi aralıqlar

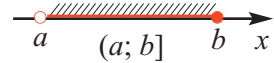
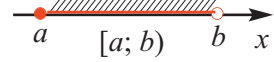
$a < b$ olduqda $a < x < b$ münasibətini ödəyən bütün x həqiqi ədədlər çoxluğuna $(a; b)$ intervalı deyilir.



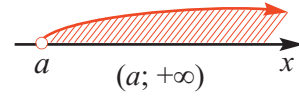
Əgər $(a; b)$ intervalının nöqtələri çoxluğuna a və b nöqtələrini də əlavə etsək, alınmış aralıq $[a; b]$ kimi yazılır və buna $[a; b]$ parçası deyilir.



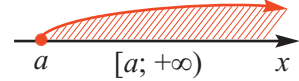
$a \leq x < b$ və $a < x \leq b$ ikiqat bərabərsizliyini ödəyən x ədədlər çoxluğu uyğun olaraq $[a; b)$ və $(a; b]$ kimi işarə edilir.



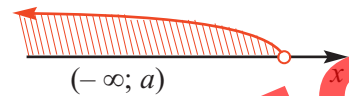
$x > a$ şərtini ödəyən bütün ədədlər çoxluğu koordinatı a olan nöqtədən sağda yerləşir, $(a; +\infty)$ kimi yazılır və belə oxunur: a -dan müsbət sonsuzluğa qədər olan aralıq.



$x \geq a$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğuna koordinatı a olan nöqtə də daxildir. $[a; +\infty)$ kimi yazılır. Qrafik təsviri:



$x < a$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğu $(-\infty; a)$ kimi yazılır və belə oxunur: mənfi sonsuzluqdan a -ya qədər olan aralıq. Qrafik təsviri:

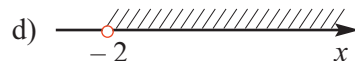
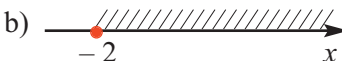
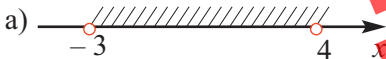


$x \leq a$ şərtini ödəyən ədədlər çoxluğuna koordinatı a olan nöqtə də daxildir. Bu çoxluq $(-\infty; a]$ kimi yazılır. Qrafik təsviri:



Öyrənmə tapşırıqları

1» Şəkildə təsvir olunmuş aralıqları yazın.



Ədədi aralıqlar

- 2» Ədəd oxu üzərində aşağıdakı aralıqları təsvir edin:
- a) $(-1; 3)$ b) $[0; 5)$ c) $(2; +\infty)$ d) $[3; +\infty)$
e) $(-5; +\infty)$ f) $(-\infty; -4)$ g) $(-\infty; 6]$ h) $(-2; +\infty)$

- 3» Ədəd oxu üzərində bərabərsizliyi ödəyən ədədlər çoxluğunu təsvir edin.
- a) $x \geq -6$ b) $x \leq 3$ c) $x < -6$ d) $x > 4$

- 4» Ədəd oxu üzərində ikiqat bərabərsizliyi ödəyən ədədlər çoxluğunu təsvir edin.

- a) $-2,5 \leq x \leq 3$ b) $-5 < x \leq 1\frac{1}{2}$
c) $-3 < x < 1,5$ d) $3 \leq x < 7$

- 5» a) $-2; 4; -1,2; 4,5$; 5 ədədlərindən hansı $(-3; 4,5)$ aralığına aiddir?
b) $-7; -6; -4,5; 0; 1,2; 4$ ədədi $(-7; 4,1)$ aralığına aiddirmi?

- 6» Verilmiş aralıqlara aid olan tam ədədləri yazın.
- a) $(-5; 3)$ b) $[-2,5; 4)$ c) $(-\sqrt{11}; \sqrt{30}]$

- 7» Aralığa aid olan ən böyük və ən kiçik tam ədədləri göstərin.
- a) $(-12; 8)$ b) $(-4; 5,2)$ c) $[-\sqrt{17}; \sqrt{8}]$

- 8» Nümunəni araşdırın. Verilən aralıqların kəsişməsini tapın.

- a) $(-2; 5)$ və $(-1; 6)$ c) $(-3; 9)$ və $(4; +\infty)$
b) $(5; +\infty)$ və $(-\infty; 7)$ d) $[1; +\infty)$ və $(3; +\infty)$

Nümunə. $(-1; 7)$ və $[2; 8)$ aralıqlarının kəsişməsini (ortağ hissəsini) tapın.



Riyazi yazılışı: $(-1; 7) \cap [2; 8) = [2; 7)$

- 9» Ədəd oxu üzərində aşağıdakı aralıqların birləşməsini göstərin.

- a) $(-5; 1)$ və $[-2; 5)$ c) $(-\infty; 2]$ və $[-1; +\infty)$
b) $[-6; 2)$ və $(1; 3)$ d) $(2; +\infty)$ və $[6; +\infty)$

Nümunə. $(-3; 4]$ və $[-2; 8]$ aralıqlarının birləşməsini tapın.



Riyazi yazılışı: $(-3; 4] \cup [-2; 8] = (-3; 8]$

- 10» $A = [-2; 1)$, $B = (0; 3)$, $C = (-1; 2)$ olarsa, aşağıdakıları tapın.

- a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \cup C$
d) $A \cap C$ e) $A \setminus B$ f) $B \setminus C$
g) $(A \setminus B) \cup (A \cap B)$ h) $A \setminus (B \cup C)$

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli

Araşdırma. Eni 4 sm olan düzbucaqlı çəkin.

- 1) Bu düzbucaqlının uzunluğu 6 sm olarsa, perimetrini tapın.
- 2) Düzbucaqlının uzunluğu 6 sm-dən böyük olarsa, perimetrini qiymətləndirin.
- 3) Perimetrin 24 sm-dən kiçik olması üçün düzbucaqlının uzunluğu neçə santimetr olmalıdır?

Düzbucaqlının uzunluğunu x qəbul edərək onun perimetri üçün $2x + 8 < 24$ bərabərsizliyini yazmaq olar. Uzunluq 6 sm; 7 sm; 8 sm; 9 sm olduqda $P < 24$ şərtinin ödənildiyini yoxlayın.

Dəyişənin hansı qiymətlərində $2x + 8 < 24$ bərabərsizliyi doğrudur, hansı qiymətlərində doğru deyil?

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli

Tərif. Birdəyişənli bərabərsizliyin həlli dəyişənin həmin bərabərsizliyi doğru bərabərsizliyə çevirən bütün qiymətləri çoxluğuna deyilir.

Bərbərsizliyi həll etmək, onun bütün həllərini tapmaq və ya həllinin olmadığını isbat etmək deməkdir. Həllər çoxluğu eyni olan bərabərsizliklər eynigüclü bərabərsizliklər adlanır.

Həlləri olmayan bərabərsizliklər də eynigüclü hesab edilir.

Bərabərsizlikləri həll edərkən ədədi bərabərsizliklərin xassələrindən nəticə kimi alınan aşağıdakı təkliflərdən istifadə olunur.

✓ 1) Toplananı əks işarə ilə bərabərsizliyin bir tərəfindən o biri tərəfinə keçirdikdə onunla eynigüclü bərabərsizlik alınır.

✓ 2) Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir müsbət ədədə vurduqda və ya böldükdə, onunla eynigüclü bərabərsizlik alınır.

Məsələn, $6x - 2 > 10$ bərabərsizliyi $6x > 12$ bərabərsizliyi ilə, $6x > 12$ bərabərsizliyi isə $x > 2$ ilə eynigüclüdür.

✓ 3) Bərabərsizliyin hər iki tərəfini eyni bir mənfi ədədə vurduqda və ya böldükdə, bərabərsizliyin işarəsini dəyişməklə onunla eynigüclü bərabərsizlik alınır.

$ax > b$ və ya $ax < b$ (burada a və b hər hansı ədədlərdir) şəklində bərabərsizliklər bir dəyişənli xətti bərabərsizlik adlanır.

$ax > b$ bərabərsizliyinin həlli

1) $a > 0$ olduqda $x > \frac{b}{a}$,

2) $a < 0$ olduqda $x < \frac{b}{a}$ kimi göstərilir.

$ax < b$ bərabərsizliyinin həlli

1) $a > 0$ olduqda $x < \frac{b}{a}$,

2) $a < 0$ olduqda $x > \frac{b}{a}$ kimi göstərilir.

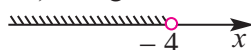
Nümunə. $-3x + 6 > 18$ bərabərsizliyini həll edin.

Həlli: $-3x > 18 - 6$ hər iki tərəfdən 6 çıxmaq,

$-3x > 12$ hər iki tərəfi -3 -ə bölək,

$x < -4$ $(-\infty; -4)$ aralığı bərabərsizliyin həllər çoxluğudur.

Həllin qrafik təsviri:



Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli

Öyrənmə tapşırıqları

- 1** Bərabərsizlikləri həll edin və ədəd oxu üzərində həllər çoxluğunu təsvir edin.
a) $x - 7 > 0$ b) $x + 6 < 0$ c) $x + 1,5 \geq 0$ d) $x - 0,6 \leq 0$
- 2** Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $2x > 11$ b) $6x < 18$ c) $\frac{1}{2}y > -3$
d) $-2y \leq 15$ e) $5x \geq 0$ f) $-4\frac{1}{2}x \leq -3$
- 3** Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $6x - 3,2 > 0,4$ b) $15 - x < 12 - 4x$ c) $3 - 4y > 7$
d) $29 + 5x \leq 17 - 7x$ e) $3 - 4a \leq 1$ f) $3 + 5y \geq 15 + 8y$
- 4** a) x -in hansı qiymətlərində $2x - 7$ ikihədli müsbət qiymətlər alır?
b) y -in hansı qiymətlərində $15 - 3y$ ikihədli mənfi qiymətlər alır?
c) x -in hansı qiymətlərində $3x + 1$ ikihədli 25-dən kiçik qiymətlər alır?
- 5** Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $5(x - 2) + 12 > 7 - 3(x + 4)$ c) $4(x - 1,5) + 1 \geq 6x + 1,2$
b) $3(a + 8) - 5(a - 1) < 7$ d) $4x - (x + 6) - 3(2 - x) \leq 4$
- 6** Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $0,3(x - 2) - 0,8x > -4,4$ c) $\frac{2x - 1}{3} < 5$ e) $\frac{2}{7}(x - 4) > 3$
b) $\frac{15 - 3x}{12} \geq 5$ d) $3 > \frac{6 - x}{4}$ f) $\frac{7 - 2x}{2} \geq \frac{3x - 7}{4}$
- 7** Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $x(x - 3) > x^2 - 6x + 1,2$ c) $6x(x - 1) - 3x(2x - 2) > 6$
b) $3y^2 - y(3y - 4) \leq 16$ d) $(3y - 1)^2 > (y + 3)(9y - 1)$
- 8** Leyla skanerin köməyiylə 56 şəkli kompüterin yaddaşına köçürməlidir. O, dəqiqədə 4 şəkil köçürə bilir. Leyla neçə dəqiqə işləsə, onun 10 dənədən az şəkli qalar?
- 9** Nəriman oyuncaq mağazasında 50 manatlıq hədiyyə çəkinin 15 manatını xərclədi. Nəriman hədiyyə çəkindəki məbləği keçməmək şərti ilə qalan puluna birinin qiyməti 2,55 manat olan məzəli eynəklər almaq istəyir. O, neçə eynək ala bilər?

Birdəyişənli xətti bərabərsizliklərin həlli

Tətbiq tapşırıqları

- 10»** Dəyişənin hansı qiymətlərində: a) $\frac{5-7y}{3}$ kəsrinin qiymətləri $\frac{2-3y}{6}$ kəsrinin uyğun qiymətlərindən böyükdür?
b) $3x-1$ ikihədlisinin qiymətləri $\frac{2x+1}{2}$ kəsrinin uyğun qiymətlərindən kiçikdir?
- 11»** Bərabərsizlikləri həll edin.
a) $(3-\pi) \cdot (3-2x) > 0$ b) $(\sqrt{2}-3) \cdot (5-x) < 0$
c) $\frac{x-4}{\pi-2} \geq 0$ d) $\frac{x+1}{\sqrt{3}-2} \leq 0$
- 12»** a) y -in hansı qiymətlərində $\frac{2y-1}{3}$ və $\frac{y+1}{3}$ kəsrlərinin cəmi müsbətdir?
b) x -in hansı qiymətlərində $\frac{2x-1}{2}$ və $\frac{1+x}{3}$ kəsrlərinin fərqi mənfidir?
- 13»** a) $3-(5-2x) < 6$ bərabərsizliyini ödəyən ən böyük tam ədədi tapın.
b) $4(3-y) < 14,6-2y$ bərabərsizliyini ödəyən ən kiçik tam ədədi tapın.
- 14»** n -in hansı qiymətlərində:
a) $(3-2n)-(5n-26)$ fərqi müsbətdir?
b) $(-18,3+3n)+(7,3+2n)$ cəmi mənfidir?
- 15»** Cəmi 105-dən böyük olan üç ardıcıl tək ədədin ən kiçiyini tapın.
- 16»** Düzbucaqlının uzunluğu 8 sm-dir. Düzbucaqlının eni neçə santimetr olmalıdır ki, onun perimetri tərəfi 7 sm olan kvadratın perimetridən kiçik olsun?
- 17»** Turistlər motorlu qayıqla çayın axını ilə üzdülər. Onlar 3 saatdan gec olmayaraq düşərgəyə qayıtmalı idilər. Çayın axın sürəti 2 km/saat, qayığın durğun sudakı sürəti 18 km/saat olarsa, turistlər ən çoxu hansı məsafəyə uzaqlaşa bilərlər?
- 18»** Aralarındakı məsafə 45 km olan iki məntəqədən eyni zamanda iki velosipedçi qarşı-qarşıya yola düşdü. Birinci velosipedçinin sürəti 12 km/saatdır. İkinci velosipedçi hansı sürətlə getməlidir ki, hərəkətə başladıqdan iki saatdan az vaxtda görüşsünlər?

İkiqat bərabərsizliklərin həlli

Öyrənmə tapşırıqları

1) İkiqat bərabərsizliklərin həllini grafik təsvir edin.

1) $x > 5$ və $x \leq 9$

2) $s < -7$ və $s \leq 0$

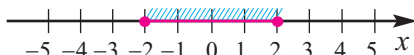
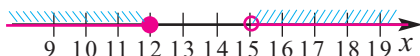
3) $r < 5$ və ya $r > 9$

4) $m \leq -4$ və ya $m > 6$

5) $7 < d < 11$

6) $-1 \leq g < 3$

2) Qrafik təsvirlərə uyğun bərabərsizlikləri yazın.



3) Bərabərsizlikləri həll edin və qrafik təsvir edin.

1) $k - 4 > 3$ və ya $k - 4 \leq 1$

2) $d - 10 < -2$ və ya $d + 3 > 12$

3) $3 < 2x - 3 < 15$

4) $4 < 2y - 2 < 10$

5) $3t - 7 \geq 5$ və $2t + 6 \leq 12$

6) $8 > 5 - 3n$ və $5 - 3n > -13$

7) $1 + y \leq 3$ və ya $1 - y \leq -4$

8) $3t + 1 \leq 13$ və ya $3 - 3t \leq -12$

4) Təkliflərə uyğun bərabərsizlikləri yazın.

1) Ədədin 5 ilə fərqi 14-dən kiçik, 5-dən isə böyükdür.

2) Ədədin iki misli ilə 3-ün cəmi -8 ilə 12 arasındadır.

3) Kəmiyyətin qiymətinin 5 misli ya 30-dan böyükdür, ya da 10-dan kiçik olur.

Tətbiq tapşırıqları

5) Situasiyalara uyğun bərabərsizlikləri yazın.

a) Azərbaycanın bəzi bölgələrində illik yağıntının orta miqdarı 300 millimetr və ya ondan az olur, bəzi yerlərində isə 7000 millimetrdən çox olur.

b) 9000 m yüksəklikdə uçan təyyarə kapitani idarəetmə qülləsinə məlumat verir ki, hava burulğanından qaçmaq üçün ya təyyarəni ən azı 10000 m yüksəkliyə qaldırmalıdır, ya da 7000 m-dən aşağı endirməlidir.

6) Su atmosferdə kristal, maye və buxar halında olur. Temperatur 0°C -dən aşağı olduqda su donur, 100°C və ondan yuxarı olduqda isə su buxara çevrilərək qaz halında olur. Suyun maye halda olmadığı temperaturu bərabərsizlik şəklində yazın.

7) $x < 5$ və $x > 3$ ikiqat bərabərsizlikləri ilə $x < 5$ və ya $x > 3$ ikiqat bərabərsizlikləri arasındakı fərqli cəhətləri yazın.

İkiqat bərabərsizliklərin həlli

8» Fərmanın bank hesabında 100 manat var və bank ayda bu hesaba 15 manat gəlir əlavə edir. Gülnazın hesabında 155 manat var və bank bu hesaba ayda 12 manat əlavə edir. Neçə aydan sonra Fərmanın hesabındakı pul Gülnazın hesabındakı puldan çox olacaq?

9» Bərabərsizlikləri həll edin.

a) $-2 \leq x + 3 < 9$

b) $-3 \geq x - 1$ və $x - 5 > 2$

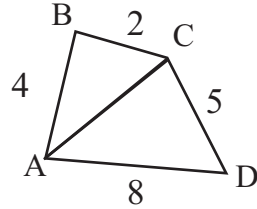
c) $-2x > -8$ və $x + 7 \geq 6$

d) $m + 2 < -1$ və ya $m - 2 > 6$

e) $-2 > r + 2$ və ya $r + 4 < 5$

f) $5 > y + 9$ və ya $y - 4 > 2$

10» ABCD dördbucaqlısında verilən tərəflərə görə AC diaqonalının uzunluğu hansı tam qiymətləri ala bilər?



11» İkiqat bərabərsizliyi həll edin və onun həlləri olan üç ədəd göstərin.

a) $-7,5 \leq \frac{7x+6}{2} \leq 20,5$

b) $-2 \leq \frac{3x+1}{7} \leq 0$

c) $-1 < \frac{3-x}{3} < 5$

d) $-3,5 \leq \frac{1-3x}{2} \leq 2,5$

12» Məhəmməd iki testdən yığdığı orta balın ən azı 93 olmasını arzu edir. O, birinci testdən 90 bal toplayıb. Maksimum balın 100 bal olduğunu nəzərə alsaq, o, ikinci testdən neçə bal toplamalıdır ki, məqsədinə çatsın?

13» Aslan iki testdən 81 və 90 bal toplamışdır. Onun orta balının 85 və 95 arasında olması üçün üçüncü testdən toplamalı olduğu balı hesablamağa imkan verən bərabərsizliyi yazın və həll edin. (Maksimal bal 100-dür.)

Yaradıcı tətbiq

14» *İtlərin iybilmə qabiliyyətləri insanların iybilmə qabiliyyətindən 1000 dəfə güclüdür. Lakin görmə qabiliyyətləri insanla müqayisədə çox aşağıdır.*

İtin və insanın eşitmə qabiliyyətləri haqqında cədvəldə məlumat verilmişdir. Səs dalğalarını onun tezliyi ilə qiymətləndirirlər və ölçü vahidi hersdir.

1) İtin və insanın eşitmə tezliyinin intervalını ifadə edən ikiqat bərabərsizlikləri yazın.

2) Hansı intervalda həm itin, həm də insanın eşitmə tezliyi üst-üstə düşür.

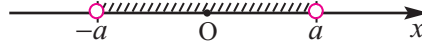
3) Səs tezliyinin elə intervalını yazın ki, bu intervalda it eşidir, insan isə eşitmir.



	Tezliyi (herslə)
İnsan	20-20000
İt	15-50000

Modul işarəsi daxilində dəyişəni olan sadə bərabərsizliklər

$a > 0$ olduqda $|x| < a$ bərabərsizliyi həndəsi olaraq ədəd oxu üzərində O nöqtəsindən elə x nöqtələrinə qədər olan məsafəni ifadə edir ki, həmin məsafə a -dan kiçik olsun. Bu isə $(-a; a)$ intervalında yerləşən nöqtələr çoxluğundan ibarətdir.

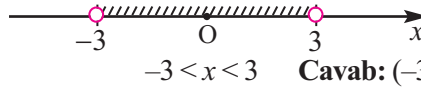


Deməli, $|x| < a$ bərabərsizliyi $-a < x < a$ ikiqat bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür.

Oxşar olaraq, $|x| \leq a$ bərabərsizliyi $-a \leq x \leq a$ ikiqat bərabərsizliyi ilə eynigüclüdür.

Nümunə. $|x| < 3$ bərabərsizliyin həllini qrafik təsvir edin və aralıq şəklində yazın.

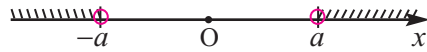
Həlli: Qrafik təsvir



Cavab: $(-3; 3)$

$a > 0$ olduqda $|x| > a$ bərabərsizliyi həndəsi olaraq hesablama başlanğıcından məsafəsi a -dan böyük olan bütün x nöqtələri çoxluğunu ifadə edir. $(-\infty; -a)$ və ya $(a; +\infty)$ aralıqlarının hər hansı birindən götürülmüş istənilən x üçün hesablama başlanğıcından x -ə qədər məsafə a -dan böyükdür.

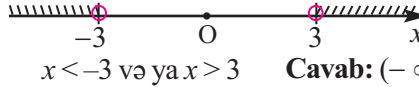
Deməli, $|x| > a$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğu $x < -a$ və ya $x > a$ bərabərsizliklərinin ödənildiyi aralıqların birləşməsindən alınan $(-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$ çoxluğudur.



$|x| \geq a$ bərabərsizliyinin həllər çoxluğu isə $(-\infty; -a] \cup [a; +\infty)$ olur.

Nümunə. $|x| > 3$ bərabərsizliyini həll edin.

Həlli: Qrafik təsvir



Cavab: $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$

Öyrənmə tapşırıqları

1 $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3$ ədədlərindən hansılar verilmiş bərabərsizliyin həllidir?

a) $|x| < 2$

b) $|x| > 1$

c) $|x| \leq 3$

d) $|x| > 4$

2 Bərabərsizlikləri həll edin.

a) $|x| < 4$

b) $|x| \leq 2$

c) $|x| < -1$

d) $|x| < 5$

e) $|x| > 4$

f) $|x| > 2$

g) $|x| > -1$

h) $|x| > 0$

3 Nümunəyə oxşar üsulla həll edin.

a) $|x - 5| < 1$

b) $|x + 1| < 3$

c) $|2x - 1| \leq 7$

d) $|3x + 2| < 8$

e) $|7x - 2| \leq 5$

f) $|3x - 1| < 8$

Nümunə: $|2x - 3| < 7$ bərabərsizliyini həll edək.

$-7 < 2x - 3 < 7$ *3 əlavə edək*

$-4 < 2x < 10$ *2-yə bölək*

$-2 < x < 5$

Cavab : $(-2; 5)$

Həllin qrafik təsviri:



Dəyişəni modul işarəsi daxilində olan sadə bərabərsizliklər

4» Nümunəyə oxşar üsulla həll edin.

a) $|x - 2| > 2$

b) $|x - 1| > 3$

c) $|2x - 5| \geq 3$

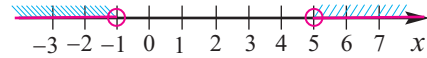
d) $|2x + 1| > 5$

e) $|7x - 2| \geq 5$

f) $|3x - 1| > 8$

Nümunə. $|x - 2| > 3$ bərabərsizliyini həll edək. $|x - 2| > 3$ bərabərsizliyi o zaman doğru olur ki, $x - 2 < -3$, yaxud $x - 2 > 3$ bərabərsizliyi doğru olsun. Birinci bərabərsizlikdən $x < -1$, ikincidən isə $x > 5$ alırıq.

Cavab: $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$



5» Standarta görə qutulardakı düyü 450 q olmalıdır. Qutuların üzərində $450 \text{ q} \pm 14 \text{ q}$ məlumatı qeyd edilmişdir. Bu məlumata görə bir qutudakı düyünün həqiqi kütləsi hansı intervalda dəyişir?

Həll nümunəsi.

Sözlə yazılış:

Standart 450 q

Həqiqətdə x

Mütləq xəta 14

$|\text{standart kütlə} - \text{həqiqi kütlə}| \leq \text{mütləq xəta}$

Riyazi yazılış:

$$|x - 450| \leq 14$$

$$-14 \leq x - 450 \leq 14$$

$$436 \leq x \leq 464$$

6» Üzmə hovuzunda suyun qələvililiyinin 7,5 pH səviyyəsində saxlanılması tövsiyə edilir. Kənara çıxma 0,3 pH ola bilər. Uyğun bərabərsizliyi yazın.

7» Sağlamlıq mərkəzində abunə haqqı 25 manatdır. Lakin bəzi fəaliyyətləri əlavə etməklə və ya çıxmaqla, bu qiymət 5 manata qədər arta və ya azala bilər. Qiymət dəyişməsinə modullu bərabərsizliklə yazın.

8» Bərabərsizlikləri həll edin.

1) $\left| \frac{2p - 8}{4} \right| \geq 9$

2) $\left| \frac{7c + 3}{2} \right| \leq -5$

3) $\left| \frac{2g + 3}{2} \right| > -7$

4) $|-6r - 4| < 8$

5) $|-3p - 7| > 5$

6) $|-h + 1,5| < 3$

9» a -nın hansı qiymətlərində bərabərsizliyin həllər çoxluğu $\mathbb{R}$ həqiqi ədədlər çoxluğu olar?

a) $|x + 1| \geq a - 2$

b) $|x - 3| > a + 1$

10» Bərabərsizlikləri ikiqat bərabərsizlik şəklində yazın və həll edin.

a) $|x + 8| < 5$

b) $|9 - x| > 21$

c) $|10 - 3x| \geq 17$

d) $|11 - 2x| \geq 13$

e) $|x + 5| \leq 9$

f) $|14x + 10| < 18$

11» Sürət nəzarət qurğusu saatda 55 km sürətlə hərəkət edən avtomobilin sürətinin dəyişməsinə 3 km/saat civarında tənzimləyir. Uyğun bərabərsizliyi yazın.

12» Bərabərsizliklərdən hansının həlli yoxdur, hansının həlli var? Həlli ədəd oxu üzərində təsvir edin.

a) $|m + 4| < -2$

b) $|-2c - 3| > -4$

c) $|-h + 1,5| < 3$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1» Avtomobil kirayə verən A şirkəti kirayə haqqı olaraq gündəlik 4 manat və hər kilometr üçün 0,25 manat, B şirkəti isə gündəlik 25 manat və hər kilometr üçün 0,15 manat tələb edir. Gündə neçə kilometr yol qət edən müştəri üçün A şirkətinin təklifi B şirkətinin təklifindən sərfəli olacaq?

A şirkəti:

B şirkəti:

günlük haqq + 1 km haqq $\times$ qət edilən yol km-lə

<

günlük haqq + 1 km haqq $\times$ qət edilən yol km-lə

$$4 + 0,25x < 25 + 0,15x$$

$$0,25x - 0,15x < 25 - 4$$

$$0,1x < 21$$

$$\frac{0,1x}{0,1} < \frac{21}{0,1}$$

$$x < 210$$

Gündə 210 km-ə qədər yol qət edənlər üçün A şirkətinin təklifi daha sərfəlidir.

Yoxlayaq:

məsələn, $x = 200$ km olsa,

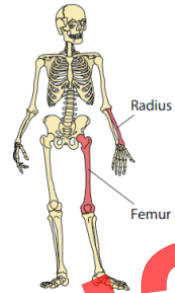
A şirkəti: $4 + 0,25 \cdot 200 = 54$,

B şirkəti: $25 + 0,15 \cdot 200 = 55$

$$54 < 55$$

- 2» Şirkət yeni printer almağı planlaşdırır. A printerinin qiyməti 85 manatdır, hər nüsxənin çapı üçün isə 0,05 manat xərclənir. B printerinin qiyməti isə 215 manatdır, hər nüsxə üçün 0,01 manat xərc tələb edir. Hansı şərtlər daxilində B printerini almaq sərfəli olar?

- 3» Tibbi ekspertiza mütəxəssisləri insanın sümüklərinin ölçüsünə görə onun boyunu təxmin edə bilirlər. Bir gənc qızın boyunu femur (bud) sümüyünün uzunluğuna görə $|h - (2,47f + 54,10)| \leq 3,72$ bərabərsizliyindən, bir gənc oğlanın boyunu isə radius (mil) sümüyünün uzunluğuna görə $|h - (3,32r + 85,43)| \leq 4,57$ bərabərsizliyindən istifadə etməklə təxmini müəyyən etmək olar. Burada f - femur sümüyünün, r - radius sümüyünün uzunluğudur, h isə boyu göstərir.



a) Femur sümüyünün uzunluğu 30,25 sm olan qadının boyu hansı intervalda ola bilər?

b) Radius sümüyünün uzunluğu $r = 25,45$ sm olan gəncin boyunun hansı intervalda olduğunu düşünmək olar?

- 4» Temperaturun Farengeyt ölçü vahidi ilə Selsi vahidi arasında əlaqə $F = \frac{9}{5}C + 32^\circ$ kimidir. Temperatur gün ərzində 65° -dən 115° Farengeyt qədər dəyişmişsə, temperatur dəyişməsinə Selsi ilə ifadə edin.

- 5» Bərabərsizlikləri həll edin.

a) $|x - 3| < 2$

b) $|x + 1| < 5$

c) $|y - 5| \leq 1$

d) $|2x - 3| \leq 7$

e) $|7x + 5| < 16$

f) $|4x + 1| < 5$

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 6** a -nın hansı qiymətlərində bərabərsizliyin həlli yoxdur? a -nın elə bir qiymətini göstərin ki, bərabərsizliyin həlli olsun və bu həlli tapın.

a) $|x - 2| < a - 1$ b) $|x + 3| \leq a + 1$

7 $|3 - 2x| < 5$ bərabərsizliyinin ən böyük və ən kiçik tam həllərinin hasilini tapın.

8 Üç ardıcıl tam ədədin cəmi 63 ilə 81 arasındadır. Bu şərti ödəyən ədədlər çoxluğunu yazın.

9 Düzbucaqlı formada olan vərəqin uzunluğu enindən 2 dəfə böyükdür. Vərəqin hər tərəfindən 1 sm kəsildikdən sonra vərəqin perimetri ən çoxu 1 m oldu. Kəsilmiş düzbucaqlının ən böyük ölçülərini tapın.

10 Həlli boş çoxluq olmayan bərabərsizliklərin həllini ədəd oxu üzərində təsvir edin.

$2x + 3 > 1$	$2t + 7 \geq 13$	$-5 < 1 - 2k < 3$
$5x - 9 \geq 6$	$5t - 4 < 6$	$-6 \leq 5 - 3m \leq 7$
$ 12 - x \leq 9$	$ 16 - x \geq 10$	$-3 < 2 - \frac{d}{3} \leq -1$

11 Metro xəttinin uzunluğu 9 km-dir. Qatar ilk və son stansiyalar arasında 6 stansiya da dayanır. Qatar dayanmalarla birlikdə bu məsafəni ən çoxu 20 dəqiqəyə qət edir. Qatarın hərəkət sürəti saatda 36 km olarsa, qatar hər stansiyada ən çoxu neçə dəqiqə dayanmış olar?

12 Ədəd oxu üzərində təsvir edin. Uyğun bərabərsizlikləri yazın.
 1) -5 -dən kiçik və ya 8 -dən böyük bütün həqiqi ədədləri;
 2) 3 -dən böyük və 8 -dən kiçik ədədləri.

13 Dəyişənin hansı qiymətlərində ifadənin mənası vardır?

a) $\sqrt{12 - 3x}$	b) $\sqrt{2x + 15}$	c) $\sqrt{(1 - \sqrt{6})(x - 6)}$
d) $\sqrt{(3 - \sqrt{8})(8 - x)}$	e) $\sqrt{ x - 1 - 2}$	f) $\sqrt{3 - x - 1 }$

14 c -nin hansı qiymətlərində $x^2 - 2x + c = 0$ tənliyinin:
 a) iki müxtəlif həqiqi kökü var;
 b) həqiqi kökü yoxdur?

15 Uyğunluğu müəyyən edin.

1) $-3 < x < 4$	A) Ən kiçik tam həlli -4 -dür.
2) $-3 < x + 1 \leq 5$	B) Ən kiçik tam həlli -3 -dür.
3) $ x \leq 4$	C) Ən böyük tam həlli 3 -dür.
	D) Tam həllərinin cəmi 0 -a bərabərdir.

Triqonometrik nisbətlər Koordinatlar üsulu Fiqurların çevrilməsi

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- triqonometrik nisbətləri;
- triqonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələlər həll etməyi;
- oxşarlıq çevrilmələrini əks etdirən şəkillər çəkməyi;
- fiqurların müxtəlif hərəkətlərini təsvir etməyi.

Bu maraqlıdır!

Dahi Azərbaycan mütəfəkkiri, riyaziyyatçısı, astronomu, filosofu Nəsrəddin Tusi bəşəriyyətin elm tarixinə böyük töhfələr verən əsərlər yazmışdır. Yazılı mənbələrdə Tusidən "Triqonometriyanın atası" kimi söz açılır. O, "Dairənin ölçüləri" əsərində ilk dəfə olaraq sinuslar teoremini isbat etmiş və astronomik hesablamalara tətbiq etmişdir.



LAYIHƏ

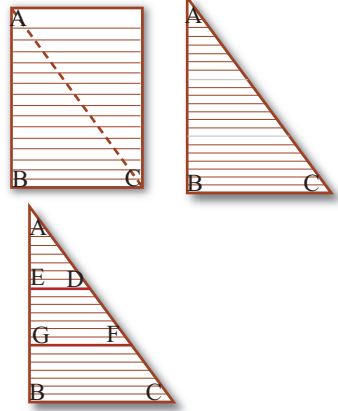
Düzbucaqlı üçbucaq və triqonometrik nisbətlər

Praktik məşğələ. 1. Bir vərəq kağızı diaqonalı boyu qatlayın və kəsin. Alınan düzbucaqlı üçbucağı ABC adlandırın.

2. Kağızı iki dəfə elə qatlayın ki, AB tərəfinə perpendikulyar parçaların izləri alınsın. Bu izləri karandaşla çəkin.

3. D, E, F və G nöqtələrini qeyd edin. AC, AB, BC, AF, AG, FG, AD, AE və DE parçalarının uzunluqlarını xətkəslə millimetr dəqiqliyi ilə ölçün.

4. Apardığınız ölçmələr əsasında nisbətləri yazın. Nəticəni mindəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın və cədvəli tamamlayın.



$\triangle ABC$	$\triangle AED$	$\triangle AGF$
$\frac{BC}{AC} \approx$	$\frac{ED}{AD} \approx$	$\frac{GF}{AF} \approx$
$\frac{AB}{AC} \approx$	$\frac{AE}{AD} \approx$	$\frac{AG}{AF} \approx$
$\frac{BC}{AB} \approx$	$\frac{ED}{AE} \approx$	$\frac{GF}{AG} \approx$

5. Nisbətlər haqqında fikirlərinizi ümumiləşdirin.

6. Bu üçbucaqlarda $\angle A$ haqqında hansı fikirləri söyləmək olar?

Triqonometriya qədim yunan sözüdür. **Triqonon** - üçbucaq, **metron** - ölçmə deməkdir. Yuxarıda nəzərdən keçirdiyimiz nisbətlər - düzbucaqlı üçbucaqda iki tərəfin nisbəti triqonometrik nisbətlər adlanır və bu nisbətlərin (bu halda A bucağına nəzərən) hər birinin xüsusi adı və qısa yazılışı mövcuddur: *sinus* - *sin*, *kosinus* - *cos*, *tangens* - *tan*.

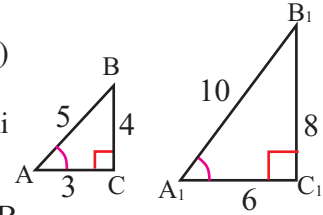
Triqonometrik nisbətlər

İti bucağın sinusu bu bucağın qarşısındakı katetin hipotenuza olan nisbətinə deyilir.	$\sin \angle A = \frac{\text{qarşı katet}}{\text{hipotenuz}}$	$\sin \angle A = \frac{BC}{AB}$	
İti bucağın kosinusu bu bucağa bitişik katetin hipotenuza olan nisbətinə deyilir.	$\cos \angle A = \frac{\text{bitişik katet}}{\text{hipotenuz}}$	$\cos \angle A = \frac{AC}{AB}$	
İti bucağın tangensi bu bucağın qarşısındakı katetin bitişik katetə olan nisbətinə deyilir.	$\tan \angle A = \frac{\text{qarşı katet}}{\text{bitişik katet}}$	$\tan \angle A = \frac{BC}{AC}$	

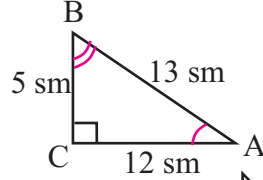
Düzbucaqlı üçbucaq və triqonometrik nisbətlər

Öyrənmə tapşırıqları.

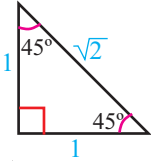
- 1) Şəkildəki $\triangle ABC$ və $\triangle A_1B_1C_1$ (TTT əlamətinə görə) oxşar üçbucaqlardır. A və A_1 bucaqlarının sinus, kosinus və tangensini tapın. Fikirlərinizi ümumiləşdirin.



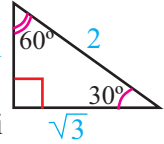
- 2) Şəklə görə a) $\sin \angle A$, $\cos \angle A$, $\tan \angle A$;
b) $\sin \angle B$, $\cos \angle B$, $\tan \angle B$ -ni hesablayın.



- 3) Bucaqları 45° ; 45° ; 90° olan üçbucağın tərəflərinin uzunluğundan istifadə etməklə 45° -li bucağın sinus, kosinus və tangensini tapın.

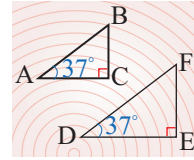


- 4) Bucaqları 30° ; 60° ; 90° olan üçbucaqdan istifadə etməklə a) 30° ; b) 60° -li bucağın sinus, kosinus və tangensini tapın.



- 5) 3-cü və 4-cü tapşırığın nəticələrinə görə 30° , 45° , 60° -li bucaqların sinus, kosinus, tangensi göstərən cədvəl tərtib edin.

- 6) Səbinə deyir ki, $\triangle DEF$ -də $\angle D$ -nin sinusunu $\triangle ABC$ -də $\angle A$ -nın sinusundan böyükdür. Çünki $\triangle DEF$ üçbucağı $\triangle ABC$ üçbucağından böyükdür. Səbinənin fikrinə münasibətinizi şəfahi və yazılı olaraq bildirin.



- 7) İti bucağın sinus və ya kosinusunu 1-dən böyük ola bilərmi? İti bucağın tangensi 1-dən böyük və ya kiçik, yaxud da 1-ə bərabər ola bilərmi?

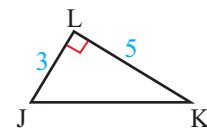
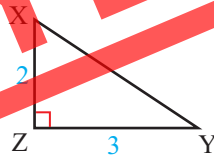
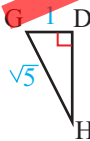
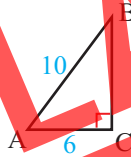
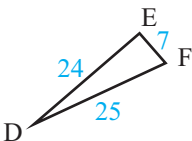
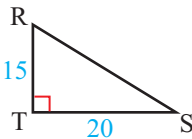
- 8) Aşağıda verilənlərə görə bucaqları qurun.

$$1) \tan \angle A = \frac{4}{3}$$

$$2) \sin \angle A = \frac{3}{5}$$

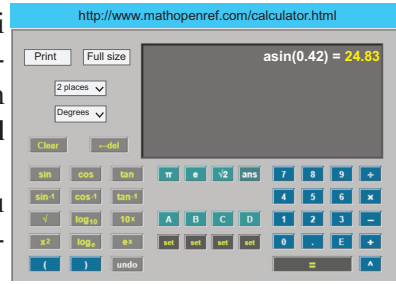
$$3) \cos \angle A = \frac{3}{5}$$

- 9) Şəkildə verilənlərə görə düzbucaqlı üçbucağın iti bucaqlarının sinus, kosinus və tangensini tapın. Nəticəni lazım olduqda ondəbirlərə qədər yuvarlaqlaşdırın.



Düzbucaqlı üçbucaq və triqonometrik nisbətlər

Verilən bucağın sinus, kosinus və tangensini hesablamaq, həmçinin verilən triqonometrik nisbətə görə bucağın dərəcə ölçüsünü tapmaq üçün <http://www.mathopenref.com/calculator.html> kimi xüsusi kalkulyatorlardan istifadə edilir.



1) Şəkilə 74° -li bucağın sinusunu tapma qaydası verilmişdir. Analoji qayda ilə onun kosinus və tangensi kalkulyatorla tapılır.

2) $\sin \angle A = 0,42$ olduğuna görə $\angle A$ -nın dərəcə ölçüsünü tapmaq üçün $\sin^{-1}$ ($\cos^{-1}$, $\tan^{-1}$) klavişindən istifadə etmək lazımdır. Bu halda hesablama yüzdəbir dəqiqliklə aparılmışdır. Menyuda vergüldən sonrakı rəqəmlərin sayına görə hesablama dəqiqliyini seçmək olar.

Nümunə	Klaviatura düymələri	Kalkulyatorla görüntü
$\sin 74^\circ$	SIN 74 ENTER və ya =	0,9613
$\sin \angle A = 0,42$	SIN⁻¹ 0,42 ENTER və ya =	24,83

10 a) Kalkulyatorun köməyiylə yüzdəbir dəqiqliklə hesablayın.

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $\cos 70^\circ$ | 3) $\tan 2^\circ$ | 5) $\sin 78^\circ$ | 7) $\cos 36^\circ$ |
| 2) $\cos 23^\circ$ | 4) $\cos 63^\circ$ | 6) $\sin 56^\circ$ | 8) $\tan 66^\circ$ |

b) Bucaqların dərəcə ölçülərini kalkulyatorla ondabir dəqiqliklə tapın.

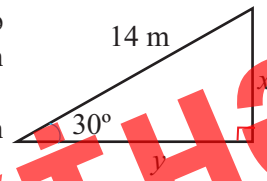
- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| 1) $\tan \angle A = 0,5095$ | 3) $\tan \angle B = 1,4653$ | 5) $\cos \angle A = 0,25$ |
| 2) $\sin \angle A = 0,35$ | 4) $\cos \angle A = 0,135$ | 6) $\sin \angle A = 0,135$ |

11 Triqonometrik nisbətlərdən istifadə etməklə düzbucaqlı üçbucağın bucaqlarını, tərəflərinin uzunluqlarını tapmaq olar.

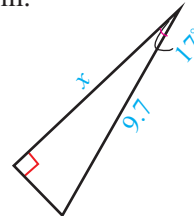
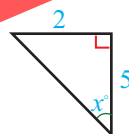
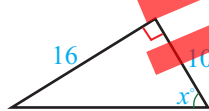
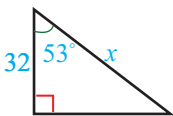
Məsələn, şəkiləki düzbucaqlı üçbucağın naməlum tərəflərini tapmaq.

$$\sin 30^\circ = \frac{x}{14} \quad x = 14 \cdot \sin 30^\circ = 14 \cdot 0,5 = 7 \text{ (m)}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{y}{14} \quad y = 14 \cdot \cos 30^\circ \approx 14 \cdot 0,866 = 12,124 \approx 12,1 \text{ (m)}$$



x -lə işarə edilmiş bucağı və ya tərəfi ondabir dəqiqliklə tapın.

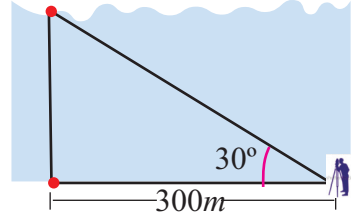


Trigonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli

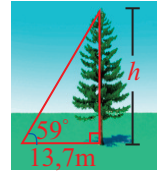
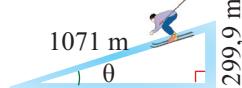
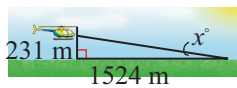
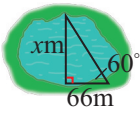
Teodolit bucaqları ölçmək üçün istifadə edilən xüsusi alətdir. Mütəxəsislər bucaqları ölçdükdən sonra trigonometriyanın köməyiylə lazım olan uzunluqları, hündürlükləri hesablaya bilirlər.



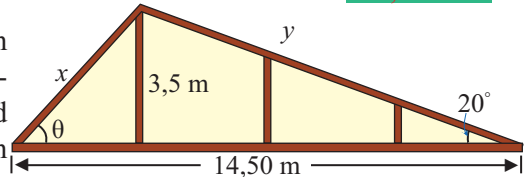
- 1» Çayın üstündən yeni körpü salınması üzərində işləyən mühəndis teodolitlə ölçmələr aparır. Mühəndis olduğu tərəfdə sahilboyu 300 m-lik məsafəni ölçdü və nişangah qoydu. O, bu nişangahın bərabərində digər sahilə yerləşən nöqtənin, dayandığı yerdən 30° -li bucaq altında göründüyünü teodolitlə ölçdü. Bu məlumatlara görə çayın enini metr dəqiqliyi ilə tapın.



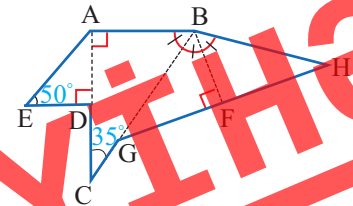
- 2» Şəkilə verilənlərə görə naməlum tərəfin uzunluğunu və naməlum bucağın dərəcə ölçüsünü tapın.



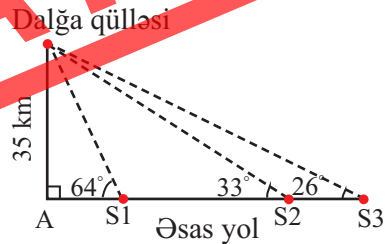
- 3» Şəkilə evin damının öndən görüntüsünün bir hissəsi verilmişdir. Bu konstruksiyada qeyd olunmuş x və y tərəflərinin uzunluqlarını və θ bucağını tapın.



- 4» $AD = GF$, $AC = 25$ m və D nöqtəsinin AC-nin orta nöqtəsi olduğuna görə şəkildəki fiqurun perimetrini tapın.



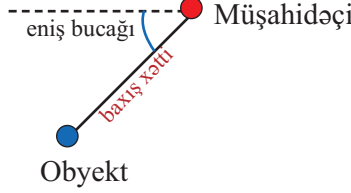
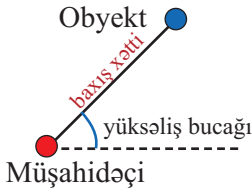
- 5» Kosmik radio dalğa ötürücüsü olan qüllə siqnalları magistral yol üzərində yerləşən S1, S2, S3 stansiyalarına ötürür. Əsas qüllədən magistral yola qədər məsafə 35 km-dir. Əsas qülləyə nəzərən stansiyaların yerləşməsi şəkildə göstərildiyi kimidir. Əsas qüllədən hər bir stansiyaya qədər olan məsafələri tapın.



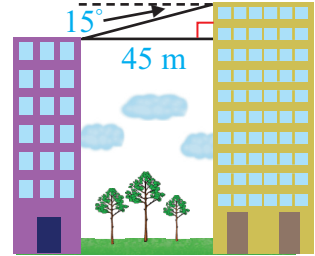
Trigonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Trigonometrik nisbətlərin köməyiylə real həyatda obyektlərin hündürlüyünü, onlar arasındakı məsafəni hesablamaq mümkündür. Bu tip ölçüləri müəyyən etmək üçün **yüksəliş** və **eniş bucağından istifadə edilir**.

Yüksəliş və **eniş bucaqları** müşahidəçidən obyektə çəkilmiş baxış xətti ilə üfüqi xəttin əmələ gətirdiyi bucaqlardır.

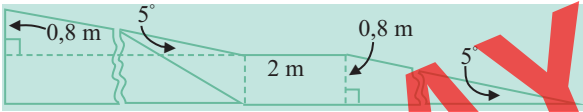


- 6) İki çoxmərtəbəli bina arasındakı məsafə 45 m-dir. Mərtəbələrinin sayı daha çox olan binanın hündürlüyü 60 m-dir. Digər binanın hündürlüyünü tapın.

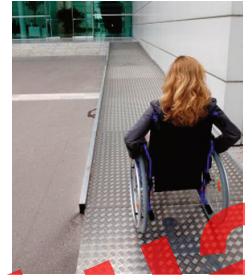


- 7) Sağlamlıq imkanları məhdud olan şəxslər üçün tikilən yola müəyyən standartlar tətbiq edilir. Bu yollarda hündürlükləri 80 sm, meyil bucağı 5° olan maili hissələrin uzunluğu 2 m olan düz hissələrlə növbələşməsi ən yaxşı variant hesab edilir. Bu tələblərin əks edildiyi plana görə məsələləri həll edin.

- 1) Uzunluğu 65 m olan xüsusi keçid üçün ən azı neçə hissə olmalıdır?
- 2) Bu yol adi yol kimi nəzərdə tutulsa, onun uzunluğu neçə metr olar?



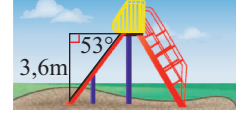
- 8) Eldar Qız qalasından 8 m aralıda dayanmışdır. Eldar dayandığı nöqtədən yüksəliş bucağının 75° olduğunu ölçdü. Bu məlumatlara görə şəkil çəkin və Qız qalasının hündürlüyünü tapın.



- 9) İti bucağının sinusu və kosinusu bərabər olan düzbucaqlı üçbucaq haqqında hansı fikirləri söyləmək mümkündür?

Trigonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli

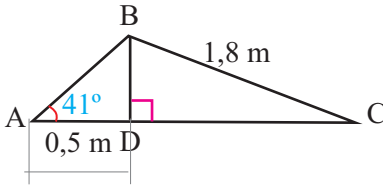
- 10»** Sürüşkənin eniş bucağı 53° , yerdən hündürlüyü isə 3,6 metrdir. Sürüşkən yolunun uzunluğunu tapın.



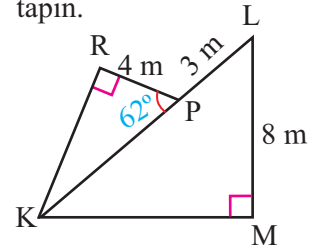
- 11»** Siz 30 m hündürlüyü olan təpədən dənizdə üzən yelkənli qayıqı müşahidə edirsiniz.

- 1) Məsələyə uyğun şəkil çəkin.
- 2) Eniş bucağı $30^\circ; 40^\circ; 50^\circ; 60^\circ$ olan hallar üçün baxış xəttinizin uzunluğunu (hipotenuz) tapın. Nəticələri cədvəldə yerləşdirin.

- 12»** $\triangle ABD$ -nin və $\triangle BDC$ -nin tərəflərinin uzunluqlarını və bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

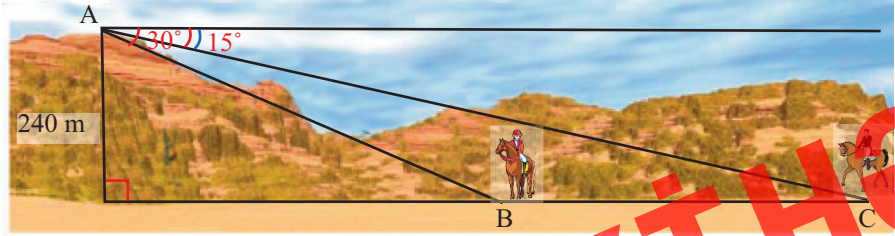


- 13»** $\triangle KRP$ -nin və $\triangle KLM$ -in tərəflərinin uzunluqlarını və bucaqlarının dərəcə ölçülərini tapın.

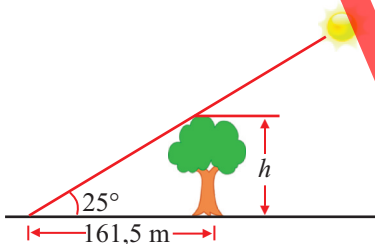


- 14»** Təsəvvür edin ki, siz hündürlüyü 240 m olan dağın zirvəsindəsiniz. Buradan dağa tərəf gələn düz yolda iki atlı görürsünüz. B atlısı ilə sizin eniş bucağınız 30° , C atlısı ilə isə 15° -dir. Həmin anda:

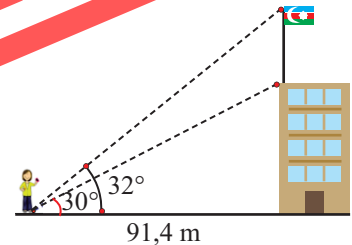
- 1) Dayandığınız nöqtədən hər bir atlıya qədər məsafə neçə metrdir?
- 2) İki atlı arasındakı məsafə nə qədərdir?



- 15»** Şəkilə verilənlərə görə ağacın hündürlüyünü tapın.



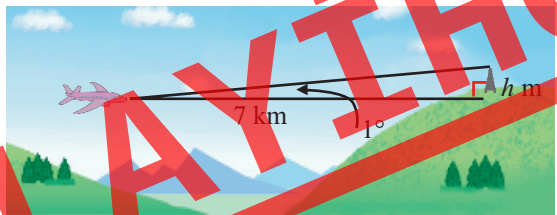
- 16»** Şəkilə verilənlərə görə binanın və bayrağın hündürlüklərini tapın.



Trigonometrik nisbətlərin tətbiqi ilə məsələ həlli

Məsələlərə uyğun şəkillər çəkin.

- 17»** Ticarət mərkəzindəki eskalatorun şaquli hündürlüyü 4,3 m-dir. Bu eskalatorla yuxarıya qalxdıqda üfüqi olaraq 15 m yol gedilmiş olur.
- 1) Eskalatorun uzunluğunu tapın. Məsələyə uyğun şəkil çəkin.
 - 2) Məsələdə verilənləri elə dəyişin ki, məsələ trigonometrik nisbətlərdən istifadə etməklə həll edilsin.
- 18»** Kamil otelin pəncərəsindən küçədən keçən avtobusun hərəkətini müşahidə edir. Avtobus gözdən itənəcən eniş bucağı 46° -dən 18° -yə qədər dəyişir. Kamilin qaldığı otağın pəncərəsi yoldan 20 m hündürlükdə yerləşirsə, müşahidə oluna bilən yolun uzunluğunu müəyyən edin.
- 19»** Əhməd uzunluğu 34 sm olan taxta çubuğu ölçüləri $12\text{ sm} \times 20\text{ sm} \times 24\text{ sm}$ olan qutuya yerləşdirmək istəyir. Bu mümkündürmü?
- 20»** **Quşları öyrənən elm sahəsi ornitologiya, bu sahənin mütəxəsisləri isə ornitoloq adlanır.** İki ornitoloq bir düz xətt üzərində olmaqla eyni quş yuvasını müşahidə edir. Quş yuvası ilə müşahidəçilər arasındakı yüksəliş bucağı uyğun olaraq 30° və 60° , ornitoloqlar arasındakı məsafə isə 58 metrdir. Hər bir ornitoloq ilə quş yuvası arasındakı məsafə neçə metrdir?
- 21»** Avtomobil qadağan olunmuş yerdə saxlanılmışdır. Evakuatorun kranı 2,8 m uzunluğu olan avtomobilin ön hissəsini 0,75 m yuxarı qaldırmaqla yerdən götürə bilər. Bu halda avtomobilin yerlə əmələ gətirdiyi bucaq neçə dərəcə olacaq?
- 22»** A və B adaları bir birindən 5 km aralıdadır. C adası B adasından şimalda, A adasından isə şərqdə yerləşir. B adası A və C adaları ilə 35° bucaq altında yerləşir. C adası A adasından və B adasından hansı məsafədə yerləşir?
- 23»** Yüksək sürətlə və minimum yüksəliş bucağı altında uçan təyyarəyə radar sistemi mümkün maneələr və maneəyə görə yüksəliş bucağı haqqında məlumatlar göndərir. Müəyyən hündürlükdə yüksəliş bucağı 1° olmaqla uçan təyyarə 7 km aralıda qüllə olduğu haqqında signal aldı. Təyyarə hər bir obyektin 300 m hündürlüyündən uçub keçməlidir. Bunun üçün təyyarə yüksəliş bucağını necə dəyişməlidir?



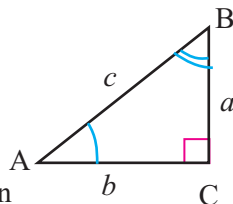
Trigonometrik eyniliklər

ABC düzbucaqlı üçbucağında iti bucaqlardan hər hansı birinin trigonometrik nisbətləri arasında aşağıdakı asılılıqlar mövcuddur.

$$\begin{aligned} 1. \sin \angle A &= \cos(90^\circ - \angle A) = \cos \angle B \\ \sin \angle B &= \cos(90^\circ - \angle B) = \cos \angle A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \angle A &= \sin(90^\circ - \angle A) = \sin \angle B \\ \cos \angle B &= \sin(90^\circ - \angle B) = \sin \angle A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \angle A &= \frac{a}{c} & \cos \angle A &= \frac{b}{c} \\ \sin \angle B &= \frac{b}{c} & \cos \angle B &= \frac{a}{c} \end{aligned}$$



$\sin \angle A = \cos \angle B$ və $\angle B = (90^\circ - \angle A)$ olduğundan

$\sin \angle A = \cos(90^\circ - \angle A) = \cos \angle B$ $\angle A$ və $\angle B$ tamamlayıcı bucaqlardır.

Nümunə. $\sin 55^\circ = \cos(90^\circ - 55^\circ) = \cos 35^\circ$

55°-li bucağın sinusu 35°-li bucağın kosinusuna bərabərdir.

$$2. \tan \angle A = \frac{\sin \angle A}{\cos \angle A}$$

İsbatı: Tərifə görə $\sin \angle A = \frac{a}{c}$, $\cos \angle A = \frac{b}{c}$, $\tan \angle A = \frac{a}{b}$

Digər tərəfdən $\frac{\sin \angle A}{\cos \angle A} = \frac{a}{c} : \frac{b}{c} = \frac{a}{b}$, Deməli, $\tan \angle A = \frac{\sin \angle A}{\cos \angle A}$

$$3. \sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A = 1$$

$$\text{İsbatı: } \sin \angle A = \frac{a}{c} \quad \sin^2 \angle A = \frac{a^2}{c^2}$$

$$\cos \angle A = \frac{b}{c} \quad \cos^2 \angle A = \frac{b^2}{c^2}$$

tərəf-tərəfə toplayaq

$$\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2},$$

$a^2 + b^2 = c^2$ olduğundan alırıq: $\sin^2 \angle A + \cos^2 \angle A = 1$

Öyrənmə tapşırıqları.

1) a) Verilən ifadələri kosinusla ifadə edin.

1) $\sin 37^\circ$

2) $\sin 81^\circ$

3) $\sin 29^\circ$

4) $\sin 64^\circ$

b) Verilən ifadələri sinusla ifadə edin.

1) $\cos 59^\circ$

2) $\cos 42^\circ$

3) $\cos 73^\circ$

4) $\cos 18^\circ$

2) 1) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$ olduğunu hesablamalarla göstərin.

2) ABC düzbucaqlı üçbucağında $\tan \angle A = \frac{1}{3}$ olarsa, A bucağının və B bucağının sinus və kosinusunu hesablayın. Məsələni müxtəlif üsullarla həll edin.

3) $\triangle ABC$ bərabərtərəfli üçbucaqdır. $\triangle EFD$ isə düzbucaqlı üçbucaqdır: $\angle E = 90^\circ$, $FD = 2$, $FE = 1$. İsbat edin ki, $\sin \angle C = \cos \angle D$.

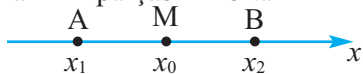
Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları

Parçanın orta nöqtəsinin koordinatları

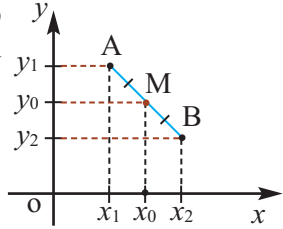
1) Ədəd oxu üzərində uc nöqtələri $A(x_1)$ və $B(x_2)$ olan AB parçasının orta nöqtəsi $M(x_0)$ olsun.

$$AM = MB \quad AM = |x_0 - x_1| \quad MB = |x_2 - x_0|$$

şəklə əsasən $x_1 < x_2$ olduğundan alırıq: $x_0 - x_1 = x_2 - x_0$, $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$



2) Fales teoreminə görə M nöqtəsi koordinat müstəvisində verilmiş AB parçasının orta nöqtəsidirsə, absis oxu üzərində x_0 -a uyğun nöqtə də uc nöqtələrinin absisləri x_1 və x_2 olan parçanın orta nöqtəsidir.



3) Uc nöqtələri $A(x_1; y_1)$ və $B(x_2; y_2)$ olan AB parçasının $M(x_0; y_0)$ orta nöqtəsinin koordinatları aşağıdakı kimi tapılır:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2} \\ y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} \end{cases}$$

AB parçası koordinat oxlarından hər hansı birinə paralel olduqda da bu düsturun doğruluğunu yoxlayın.

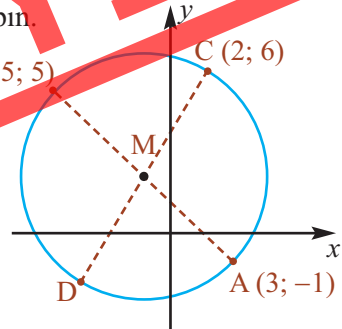
Nümunə: Uc nöqtələri $A(-1;2)$ və $B(3;4)$ olan AB parçasının orta nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

Həlli: AB parçasının orta nöqtəsi $M(x_0; y_0)$ olsun. Parçanın orta nöqtəsinin koordinatı düsturuna görə alırıq: $x_0 = \frac{-1 + 3}{2} = 1$, $y_0 = \frac{2 + 4}{2} = 3$ **Cavab:** $M(1;3)$

Öyrənmə tapşırıqları

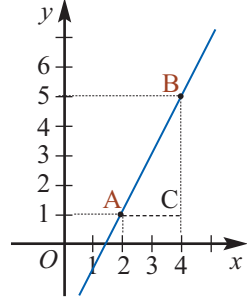
- 1) AB parçasının orta nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
 - a) $A(2; 5)$, $B(4; 1)$;
 - b) $A(-2; 3)$, $B(6; -1)$
- 2) M nöqtəsi AB parçasının orta nöqtəsidir. Verilənlərə görə B ucunun koordinatlarını tapın. a) $A(2; 1)$, $M(3; 2)$ b) $A(3; -1)$, $M(-1; 1)$
- 3) Təpələri $A(0; 0)$, $B(0; 4)$ və $C(-6; 0)$ nöqtələrində olan üçbucağın tərəflərinin orta nöqtələrini tapın.
- 4) a) $A(2; 3)$ və $C(4; 1)$ nöqtələri ABCD paraleloqramının qarşı təpələridir. Paraleloqramın diaqonallarının kəsişmə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.
 b) $A(1; 3)$, $B(2; 6)$ və $C(5; 7)$ nöqtələri ABCD paraleloqramının təpələridir. D təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın.

- 5) Mərkəzi M olan çevrə üzərində A, B, C, D nöqtələri qeyd edilib. Şəkilə verilənlərə görə M və D nöqtələrinin koordinatlarını tapın.



İki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyi

- Araşdırma** 1) Koordinat müstəvisində A (2; 1) və B(4; 5) nöqtələrindən keçən düz xətti çəkin.
 2) A nöqtəsindən absis oxuna paralel çəkin və şəkildə göstərildiyi kimi C nöqtəsini qeyd edin.
 3) $\triangle ABC$ -də $\frac{BC}{AC}$ nisbətini k ilə işarə edin.
 4) Şəklə görə AC və BC parçalarının uzunluqlarını tapın və k -nı hesablayın.



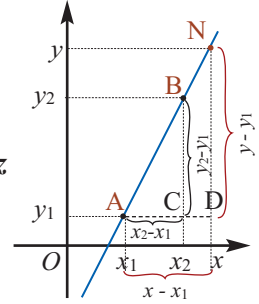
Düz xəttin tənliyi

Tutaq ki, A (x_1 ; y_1) və B (x_2 ; y_2) nöqtələri nə absis, nə də ordinat oxuna paralel olan düz xətlərin üzərində deyillər. A(x_1 ; y_1) və B (x_2 ; y_2) nöqtələrindən keçən düz xəttin üzərində ixtiyari N (x ; y) nöqtəsini qeyd edək.

$$\triangle ABC\text{-dən } k = \frac{BC}{AC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle AND \text{ olduğundan } \frac{ND}{BC} = \frac{AD}{AC} \text{ və ya } \frac{ND}{AD} = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{Buradan, } \frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot \text{Bu iki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyidir.}$$



Bu tənliyi $y - y_1 = k(x - x_1)$ şəklinə gətirib,
 $y_1 - kx_1 = b$ işarə etməklə $y = kx + b$ şəklində yazmaq olar.
 k bucaq əmsalı adlanır və $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ düsturu ilə tapılır.

Nümunə 1. A (-1; 3) və B (1; 7) nöqtələrindən keçən düz xəttin bucaq əmsalını tapın.

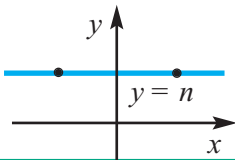
$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 3}{1 - (-1)} = \frac{4}{2} = 2$$

Nümunə 2. A (-1; 4) və B (2; -5) nöqtələrindən keçən düz xəttin tənliyini yazın.

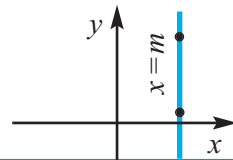
$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{y - 4}{x - (-1)} = \frac{-5 - 4}{2 - (-1)} \Rightarrow \frac{y - 4}{x + 1} = -3$$

$$y - 4 = -3(x + 1), \quad y - 4 = -3x - 3, \quad y = -3x + 1$$

Qeyd 1. A və B nöqtələrindən keçən düz xətt absis oxuna paralel olarsa, bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin ordinatı sabit qalır və onun tənliyi $y = n$ şəklində yazılır.



Qeyd 2. A və B nöqtələrindən keçən düz xətt ordinat oxuna paralel olarsa, bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin absisləri sabit qalır və onun tənliyi $x = m$ şəklində yazılır.

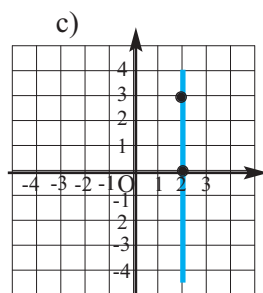
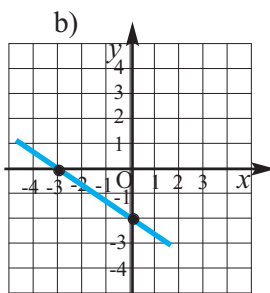
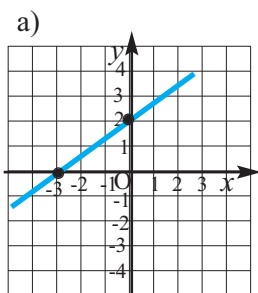


İki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyi

Öyrənmə tapşırıqları

- 1) Aşağıda verilmiş nöqtələrdən keçən düz xəttin bucaq əmsalını tapın.
- a) A (-2; 1), B (2; 5) b) A (-1; 3), B (1; 9)
c) A (1; 1), B (2; 4) d) A (2; -3), B (4; 0)
- 2) a) k -nin hansı qiymətində $y = kx + 3$ düz xətti A(2; 7) nöqtəsindən keçir?
b) b -nin hansı qiymətində $y = 0,5x + b$ düz xətti A(-2; 3) nöqtəsindən keçir?
- 3) $y = 5x + b$ düz xətti C(-1; 2) nöqtəsindən keçirsə, b -ni tapın.

- 4) Şekillərə görə verilmiş düz xətlərin tənliklərini yazın.



- 5) k və b -nin hansı qiymətlərində $y = kx + b$ düz xətti A(1; 8) və B(-1; 2) nöqtələrindən keçir.
- 6) A(1; 2) və B(2; 3) nöqtələrindən keçən düz xəttin bucaq əmsalını tapın. Bu düz xətt absis oxu ilə hansı bucaq əmələ gətirir?
- 7) Verilmiş nöqtələrdən keçən düz xəttin tənliyini yazın.
- 1) A(2; 1) və B(4; 5) 2) A(1; 4) və B(2; 1)
3) A(-1; 1) və B(1; 5) 4) A(2; -1) və B(0; 3)
- 8) 1) A(m ; 1) və B(m ; 3) nöqtələrindən düz xətt keçirin. Bu düz xətt hansı koordinat oxuna paralel oldu? Bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin absisləri nəyə bərabərdir?
2) C(1; n) və D(4; n) nöqtələrindən düz xətt keçirin. Bu düz xətt hansı koordinat oxuna paralel oldu? Bu düz xəttin üzərindəki nöqtələrin ordinatları dəyişirmi?
- 9) Verilmiş nöqtələrdən keçən düz xəttin tənliyini yazın.
- a) C(1; 3), D(1; -1) b) C(-1; 2), D(-1; 1)
c) A(3; 5), B(-1; 5) d) A(2; -2), B(5; -2)
- 10) C(1; 4), D(-1; 12) nöqtələrindən keçən düz xəttin tənliyini yazın. Bu düz xəttin koordinat oxları ilə kəsişməsindən alınan üçbucağın sahəsini tapın.

İki nöqtədən keçən düz xəttin tənliyi

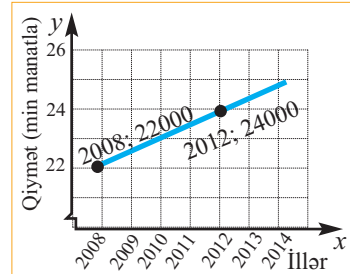
Bucaq əmsallarının qiymətinə görə düz xətlərin paralel və ya perpendikulyar olduğunu söyləmək olar.

1. Əgər iki düz xəttin tənliyində bucaq əmsalları bərabərdirsə, bu düz xətlər paraleldir. Məsələn, $y = 2x - 5$ və $y = 2x + 7$ tənlikləri ilə verilmiş düz xətlər paraleldir.

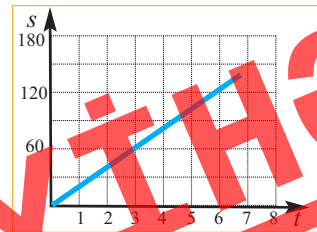
2. Bucaq əmsalları $k_1 = -\frac{1}{k_2}$ münasibətini ödəyən düz xətlər perpendikulyardır. Məsələn, $y = 3x - 1$ və $y = -\frac{1}{3}x + 6$ düz xətləri perpendikulyardır

- 11** a) $y = -3x + 5$ düz xəttinə paralel olan və ordinat oxunu 4 nöqtəsində kəsən düz xəttin tənliyini yazın.
b) $y = -\frac{1}{3}x - 2$ düz xəttinə perpendikulyar olan və absis oxunu -3 nöqtəsində kəsən düz xəttin tənliyini yazın.
- 12** l düz xətti koordinat başlanğıcından keçir və $(-2;3)$, $(4;5)$ nöqtələrindən keçən düz xəttə paraleldir. l düz xəttinin bucaq əmsalını tapın.
- 13** Təpə nöqtələri $A(-6;1)$, $B(-2;-1)$, $C(0;3)$, $D(4;1)$ olan ABCD dördbucaqlısının paraleloqram olduğunu əsaslandırın.
- 14** Üçbucağın təpələri $A(5;0)$, $B(0;5)$ və $C(3;6)$ nöqtələrindədir. Bu üçbucağın düzbucaqlı üçbucaq olub-olmadığını yoxlayın.

- 15** Zavod D markalı avtomobilin satış qiymətini 2008-ci ildə 22000 manat, 2012-ci ildə 24000 manat müəyyən etdi. Şəkildəki qrafiki araşdırın, bucaq əmsalını müəyyən edin və 2025-ci ildə bu avtomobilin qiyməti haqqında proqnoz verin.

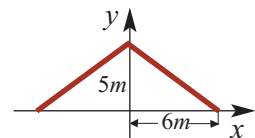


- 16** Velosipedçinin getdiyi yolun (s), zamandan (t) asılılığı qrafikdə verilmişdir. a) Düz xəttin bucaq əmsalını tapın. b) Bu halda bucaq əmsalı hansı kəmiyyəti ifadə edir?
c) Velosipedçinin 30 dəqiqədə; 2 saatda qət etdiyi yolu tapın.



- 17** Elşən işlədiyi hər saat üçün 3,5 manat, üstəlik hər həftə 20 manat əlavə alır. Elşənin həftəlik məaaşını işlədiyi saatların miqdarından asılı olaraq hansı düstur ilə hesablamaq olar?

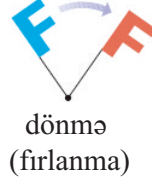
- 18** Şəkildə evin simmetrik formada olan damının öndən görünüşü verilmişdir. a) Görünüşün rəngli hissəsinə uyğun düz xətlərin tənliklərini yazın.
b) Damın hündürlüyü 6 m olarsa, düz xətlərin tənliyi necə dəyişər?



Fiqurların çevrilməsi. Dönmə

Müstəvinin özünə çevrilməsində ixtiyari iki nöqtə arasındakı məsafə saxlanarsa, belə çevirməyə hərəkət deyilir. Mərkəzi simmetriya, ox simmetriyası, dönmə (fırlanma), sürüşmə kimi çevrilmələr hərəkətə aid nümunələrdir.

Praktik məşğələ. Karton kağızdan müxtəlif hərflər kəsin. Bu hərflər üzərində nümunədə verildiyi kimi hərəkətləri icra edin.



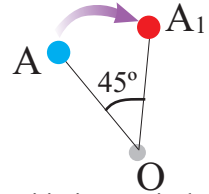
Dönmə

Fərz edək ki, O nöqtəsi və α bucağı verilmişdir. Müstəvinin hərəkəti zamanı O nöqtəsindən çıxan ixtiyari şüa eyni istiqamətdə α bucağı qədər dönərsə, bu hərəkətə müstəvinin O nöqtəsi ətrafında α bucağı qədər dönməsi, O nöqtəsinə isə dönmə mərkəzi deyilir. Dönmə saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində və ya saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində ola bilər. Hər hansı O mərkəzinə görə dönmə zamanı A nöqtəsi A_1 nöqtəsinə çevrilmişsə, bu halda aşağıdakılar doğrudur.

1. A nöqtəsi ilə O nöqtəsi üst-üstə düşmürsə, $AO \cong A_1O$.

2. A nöqtəsi ilə O nöqtəsi üst-üstə düşərsə, A və A_1 üst-üstə düşər.

Nümunə 1. $\angle AOA_1 = 45^\circ$ dönmə bucağıdır. A nöqtəsi O nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 45° dönmüşdür.

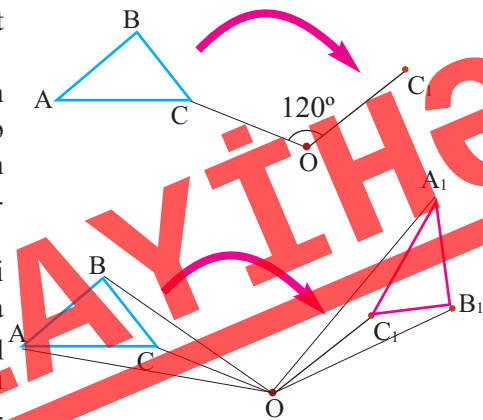


Nümunə 2. $\triangle ABC$ -nin O nöqtəsinə nəzərən saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 120° dönmə hərəkəti nəticəsində alınan yeni üçbucağı qurma addımlarını araşdırın və bu addımları dəftərinizdə təkrar edin.

1. O nöqtəsi ilə C nöqtəsini düz xətt parçası ilə birləşdirin.

2. Transportirin köməyiylə saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində olmaqla OC ilə 120° -li bucaq əmələ gətirən düz xətti çəkin və pərgarın köməyiylə OC parçasına konqruent olan OC_1 parçasını ayırın.

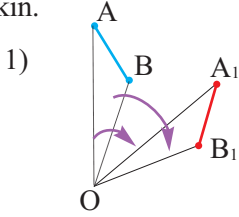
3. Eyni qayda ilə O nöqtəsi ilə A nöqtəsini və B nöqtəsini birləşdirin. Alınan parçalara konqruent olan və onunla 120° -li bucaq əmələ gətirən OA_1 və OB_1 parçalarını çəkin. C_1 , A_1 və B_1 nöqtələri yeni üçbucağın təpələridir. Bu təpələri birləşdirin.



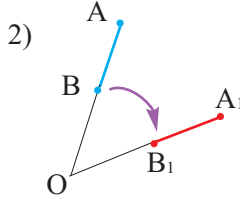
Qeyd. Mərkəzi simmetriya, müstəvinin simmetriya mərkəzi ətrafında 180° dönməsidir.

Fiqurların çevrilməsi. Dönmə

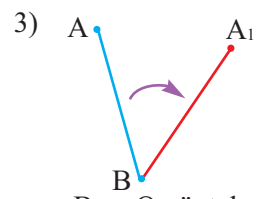
- 1) Aşağıdakı şəkillərdə A və B nöqtələrinin O nöqtəsinə nəzərən müxtəlif vəziyyətlərinə görə AB parçasının saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində dönməsi təsvir edilmişdir. Siz də dəftərinizdə hər bir hala uyğun iki nümunə çəkin.



A, B və O nöqtələri bir düz xətt üzərində deyil

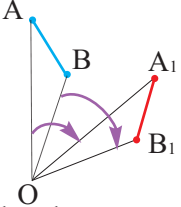


A, B və O nöqtələri bir düz xətt üzərindədir



B və O nöqtələri üst-üstə düşür

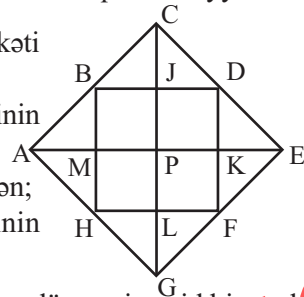
- 2) O nöqtəsi ətrafında dönmə zamanı A nöqtəsi A_1 nöqtəsinə, B nöqtəsi isə B_1 nöqtəsinə çevrilmişdir. $AB \cong A_1B_1$ olduğunu isbat edin.



İsbat üçün plan: 1. Dönmənin tərifinə görə konqruyent parçaları, konqruyent bucaqları müəyyən edin. 2. Bucaqların toplanması aksiomundan istifadə edin. 3. Üçbucaqların konqruyentlik əlamətlərindən istifadə edin.

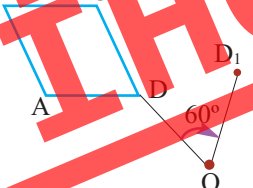
- 3) Şəkli dəftərinizdə çəkin. B, D, F, H, nöqtələri ACEG kvadratının tərəflərinin orta nöqtələridir. 1) Verilən şərtlərlə dönmədən alınan fiquru müəyyən edin:

- a) AB-nin P nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° dönməsindən;
b) CE-nin E nöqtəsi ətrafında saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində 90° dönməsindən;
c) $\triangle KEF$ -in P nöqtəsi ətrafında 180° dönməsindən;
d) $\triangle APG$ -nin P nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° dönməsindən.



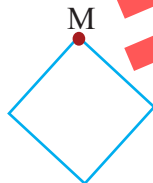
2) Şəklə görə hər hansı bir parçanın və üçbucağın dönməsinə aid bir sual da siz fikirləşin və yazılı olaraq parta yoldaşınıza verin.

- 4) ABCD paraleloqramının O nöqtəsinə görə saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 60° dönməsini yeni paraleloqramı çəkməklə göstərin. Şəkilə D nöqtəsinin 60° dönmüş vəziyyəti qeyd edilmişdir.



- 5) Aşağıdakı fiqurların qeyd olunmuş M nöqtəsi ətrafında verilən bucaq qədər dönməsindən alınan şəklini çəkin.

- 1) Saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətində 100°



- 2) Saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 75°

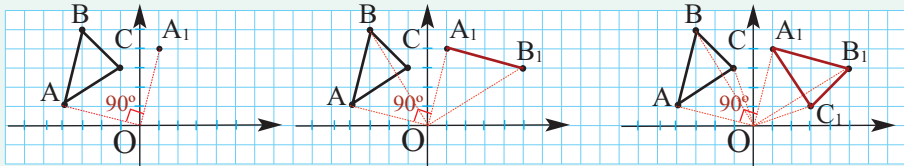


M

Fiqurların çevrilməsi. Dönmə

Araşdırın, dəftərinizdə çəkin.

Təpə nöqtələri $A(-4; 1)$, $B(-3; 5)$, $C(-1; 3)$ olan ABC üçbucağının koordinat başlanğıcına nəzərən saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° dönməsi addım-addım aşağıdakı şəkil üzərində göstərilmişdir.



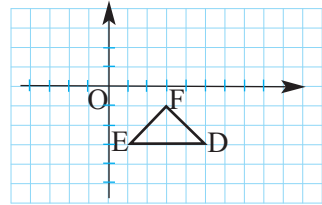
Saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° döndükdə üçbucağın təpələrinin koordinatları aşağıdakı kimi dəyişir:

$\triangle ABC \rightarrow \triangle A_1B_1C_1$
 $A(-4; 1) \rightarrow A_1(1; 4)$
 $B(-3; 5) \rightarrow B_1(5; 3)$
 $C(-1; 3) \rightarrow C_1(3; 1)$

Koordinatlar $(x; y) \rightarrow (y; -x)$ kimi dəyişir.

Diqqət! $|OA| = |OA_1|$, $|OB| = |OB_1|$, $|OC| = |OC_1|$
 $|AB| = |A_1B_1|$, $|BC| = |B_1C_1|$, $|AC| = |A_1C_1|$

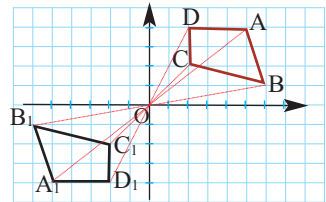
- 6» Təpələri $E(1; -3)$, $F(3; -1)$, $D(5; -3)$ nöqtələrində olan üçbucağın O nöqtəsi ətrafında saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində 90° dönməyini əks etdirən şəkli çəkin. Təpə nöqtələrinin koordinatlarının dəyişməsinə ümumi şəkildə göstərin.



- 7» Şəkilə dördbucaqlının O koordinat başlanğıcına görə 180° dönməsi göstərilmişdir.

1) Yeni fiqurun təpə nöqtələrinin koordinatlarını əsas fiqura görə araşdırın və fikirlərinizi ümumiləşdirin.

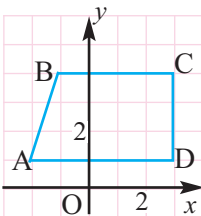
2) Şəklə görə mümkün konqruent parçaları yazın.



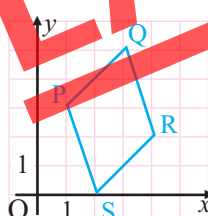
- 8» Koordinat müstəvisində hər hansı üçbucağın saat əqrəbi hərəkətinin əksi istiqamətdə koordinat başlanğıcına nəzərən 90° , 180° , 270° , 360° dönməsini göstərən şəkilləri çəkin.

- 9» Fiqurların koordinat başlanğıcına görə verilən bucaq qədər saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətdə dönməsindən sonrakı vəziyyətinə görə təpə nöqtələrinin koordinatlarını yazın.

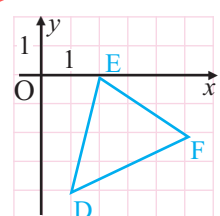
1) 90°



2) 180°



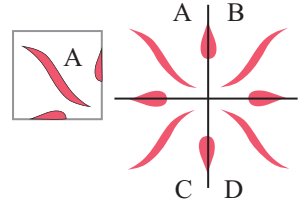
3) 360°



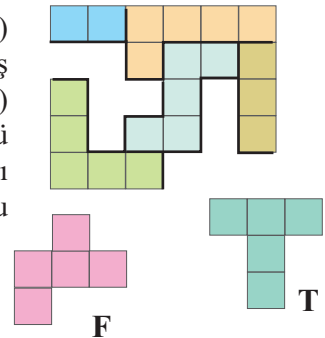
Fiqurların çevrilməsi. Dönmə

- 10** $\Delta A_1B_1C_1$ koordinat müstəvisi üzərində ΔABC -nin absis oxuna nəzərən simmetriya çevrilməsindən, $\Delta M_1N_1K_1$ isə ΔMNK -nin koordinat başlanğıcına nəzərən saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətdə 90° dönməsindən alınmışdır. Bu şərtlərə uyğun şəkil çəkin.

- 11** Şəkilə göstəriləyi kimi bəzəklər - naxışlar almaq üçün kağızı 4 bərabər hissəyə qatlamaqla və bir hissə üzərində naxışları kəsməklə 4 hissədə simmetrik naxışlar alınar. Hər bir naxış hissəsinin birinin digərinə nəzərən vəziyyətini hərəkətlərə görə izah edin.



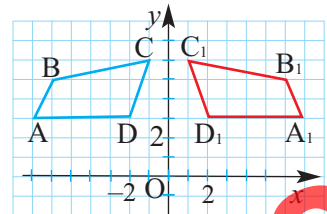
- 12** Düzbucaqlı sahəni tamamlama (mozaikaqurma) kompüter oyunları kvadratlardan təşkil olunmuş domino (ikili), trimino(üçlü), pentamino (beşli) kimi fiqurlar üzərində qurulmuşdur. 6×5 ölçülü mozaikanı tamamlamaq üçün F və T pentaminoları üzərində hansı hərəkətləri icra etmək lazımdır? Bu hərəkətləri şəkil üzərində göstərin.



- 13** $A_1B_1C_1D_1$ dördbucaqlısı ABCD-nin ordinat oxuna nəzərən simmetriyası ilə (əksetməsi ilə) alınmışdır. 1) Dördbucaqlının təpə nöqtələrinin koordinatlarının dəyişməsinə nümunəyə uyğun yazın.

$$A(-7;3) \rightarrow A_1(7;3)$$

- 2) Ordinat oxuna nəzərən simmetriya üçün nöqtənin koordinatlarının dəyişməsinin ümumi şəklini yazın.



- 14** Təpə nöqtələrinin koordinatları verilmiş fiqurların simmetriya çevrilməsini göstərən şəkilləri çəkin.

- 1) $E(-3; 2)$, $F(0; 2)$, $G(-2; 5)$; absis oxuna nəzərən;
- 2) $J(2; -1)$, $K(4; -2)$, $L(4; -3)$, $M(2; -3)$; ordinat oxuna nəzərən;
- 3) $P(2; -2)$, $Q(4; -2)$, $R(3; -4)$; $y = x$ düz xəttinə nəzərən;
- 4) $A(2; 2)$, $B(-2; 2)$, $C(-1; 4)$; $y = -x$ düz xəttinə nəzərən.

- 15** Təpə nöqtələrinin koordinatları verilmiş fiqurların koordinat başlanğıcına nəzərən saat əqrəbinin hərəkəti istiqamətində verilən bucaq qədər dönməsini göstərən şəkilləri çəkin.

- 1) $A(1; 3)$, $B(4; 1)$, $C(4; 4)$; 90°
- 2) $A(1; 3)$, $B(4; 1)$, $C(4; 4)$; 180°
- 3) $M(2; 2)$, $N(5; 2)$, $P(3; -2)$, $Q(0; -2)$; 90°
- 4) $G(-2; 1)$, $H(-3; -2)$, $J(-1; -4)$; 180°

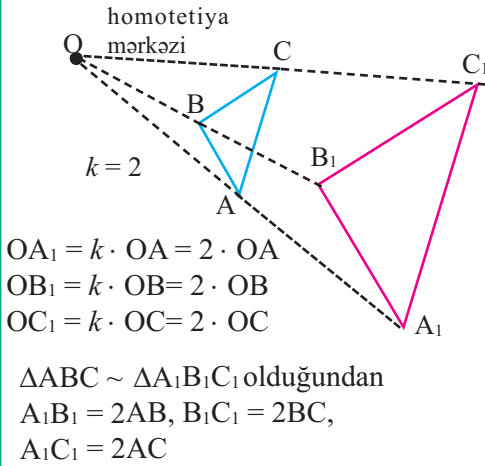
Oxşarlıq çevrilməsi. Homotetiya

Homotetiya

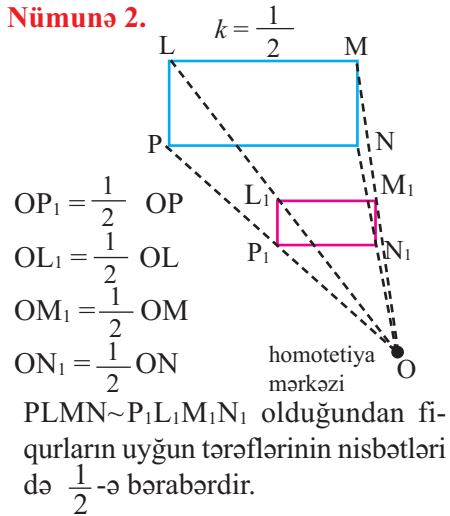
Müstəvinin özünə çevrilməsində istənilən iki nöqtə arasındakı məsafə eyni ədəd dəfə dəyişərsə, belə çevrilməyə oxşarlıq çevrilməsi deyilir. Oxşarlıq çevirməsi ilə biri digərinə çevrilən fiqurlara oxşar fiqurlar deyilir. Oxşarlıq çevirməsi ilə müstəvinin A və B nöqtələri uyğun olaraq A_1 və B_1 nöqtələrinə çevrilirsə, onda $A_1B_1 = k \cdot AB$ münasibəti ödənilir. $k > 0$ ədədi oxşarlıq əmsalıdır.

Tutaq ki, O verilmiş nöqtə, $k > 0$ verilmiş ədəddir. Müstəvinin özünə çevrilməsində ixtiyari A nöqtəsi və onun çevrildiyi A_1 nöqtəsi üçün $OA_1 = k \cdot OA$ olarsa, bu çevrilməyə homotetiya deyilir. Burada O , A və A_1 nöqtələri bir düz xətt üzərindədir. O nöqtəsinə homotetiya mərkəzi, k ədədinə homotetiya əmsalı, A_1 nöqtəsinə isə A ilə homotetik nöqtə deyilir. Homotetiya oxşarlıq çevrilməsidir.

Nümunə 1.



Nümunə 2.



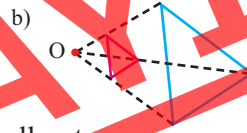
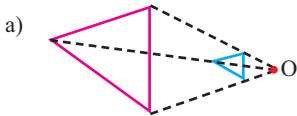
$k > 1$ olarsa, fiqur ilkin fiqura nəzərən böyüyür.

$0 < k < 1$ olarsa, fiqur ilkin fiqura nəzərən kiçilir.

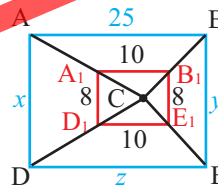
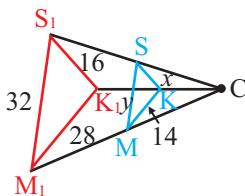
$k = 1$ olduqda fiqur ilkin fiqura konqruent olur.

Qeyd: $k < 0$ olduqda da homotetiyaya baxmaq olar. Bu halda A və A_1 nöqtələri homotetiya mərkəzindən müxtəlif tərəflərdə yerləşirlər.

1 Şəkilə mavi rəngli fiqurun qırmızı rəngli fiqura verilmiş mərkəzə görə k əmsallı homotetiyası göstərilmişdir. Hansı halda $k > 1$, hansı halda $k < 1$ olduğunu göstərin.

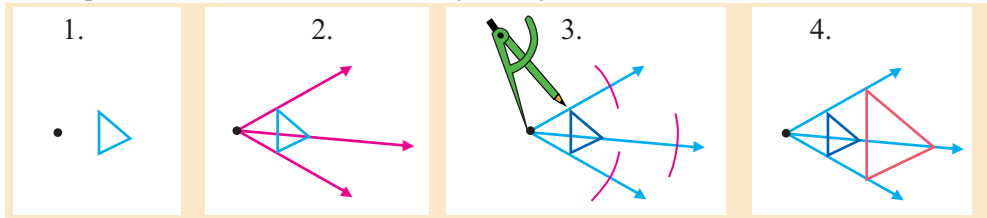


2 Şəklə görə k homotetiya əmsalını və məchulları tapın.

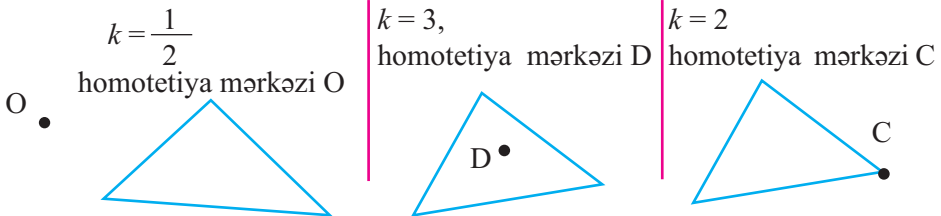


Oxşarlıq çevrilməsi. Homotetiya

- 3» Homotetiya əmsalı $k = 2$ olmaqla verilmiş mərkəzə görə homotetik fiquru qurma addımlarını dəftərinizdə yerinə yetirin.



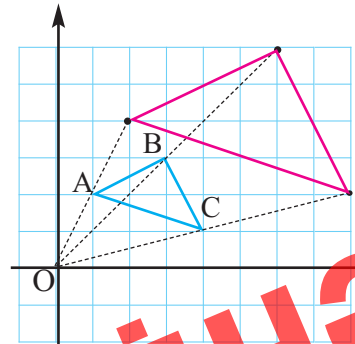
- 4» Verilmiş mərkəzə və k əmsalına görə üçbucaqların homotetik çevrilməsini xətkəş və pərgardan istifadə etməklə yerinə yetirin.



- 5» 1) Koordinat başlanğıcına görə $k = 3$ əmsallı homotetiyada: a) A (2;0), b) B (0;3), c) C (2;3) nöqtəsi hansı nöqəyə çevrilir?
2) Göstərin ki, koordinat başlanğıcına görə k əmsallı homotetiyada A(x;y) nöqtəsi, $A_1(kx; ky)$ nöqtəsinə çevrilir. **Göstəriş:** üçbucaqların oxşarlığından istifadə edin.

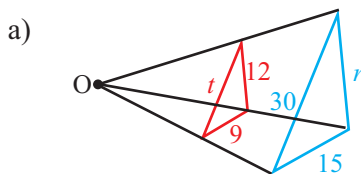
- 6» 1) Təpə nöqtələri A(1;2), B(3;3), C(4;1) olan üçbucaq verilir. Mərkəzi koordinat başlanğıcında, əmsalı $k = 2$ olan homotetiyada $\triangle ABC$ -nin çevrildiyi fiquru siz də qurun.

$$\begin{aligned} A(1; 2) &\longrightarrow A_1(2; 4) \\ B(3; 3) &\longrightarrow B_1(6; 6) \\ C(4; 1) &\longrightarrow C_1(8; 2) \end{aligned}$$

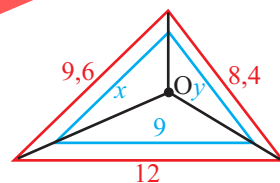


- 2) Təpə nöqtələrinin koordinatları A(2; 2), B(6; 2), C(6; 4) və D(2; 4) olan düzbucaqlının O (0; 0) mərkəzli, $k = \frac{1}{2}$ əmsallı homotetiya çevirməsini yerinə yetirin.

- 7» Şəkildə qırmızı rəngli fiqur mavi rəngli fiqura homotetikdir. Verilməyən tərəfləri və oxşarlıq əmsalını tapın.

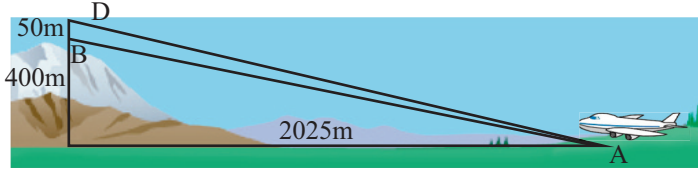


b)



Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1) Təyyarənin dağın üzərindən 50 m yüksəklikdə uçması üçün yüksəliş bucağı neçə dərəcə olmalıdır?



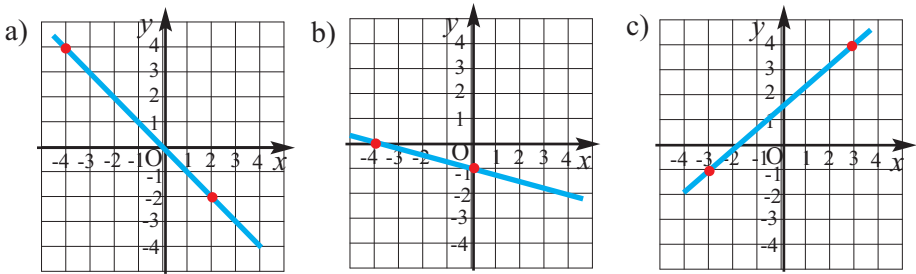
- 2) Diametri 45 sm olan tiri şəkildə göstəriləndiyi kimi ön və arxa üzü kvadrat olan düzbucaqlı prizma şəklində formaya salmaq istəsələr, bu taxtaların eni ən çoxu neçə santimetr olacaqdır?



- 3) 1) 45° ; 45° ; 90° dərəcəli bucaqları olan üçbucaq çəkin. Çəkmə üsulunuzu addım-addım şifahi və yazılı olaraq təqdim edin.

2) 30° ; 60° ; 90° dərəcəli bucaqları olan üçbucaq çəkin. Çəkmə üsulunuzu addım-addım şifahi və yazılı olaraq təqdim edin.

- 4) Qrafiklərə görə düz xətlərin bucaq əmsallarını müəyyən edin və uyğun tənlikləri yazın.



- 5) a) Təpələri $(-4;4)$, $(-1;-2)$, $(0;6)$, $(3;0)$ nöqtələrində olan paraleloqramın düzbucaqlı olduğunu yoxlayın.

b) Təpə nöqtələri $N(1;0)$, $K(3;4)$, $L(5;2)$ olan paraleloqramın dördüncü təpə nöqtəsinin koordinatlarını tapın. Bütün halları araşdırın.

- 6) Verilmiş iki nöqtədən keçən düz xətlərin bucaq əmsallarını tapın və hansı düz xətlərin paralel, hansıların perpendikulyar olduğunu müəyyən edin.

a) $A(-3, 3)$ və $B(3;-1)$

b) $M(-2, -3)$ və $N(2, 3)$

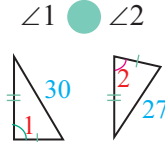
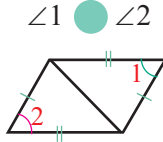
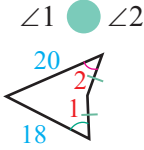
$C(-3, 1)$ və $D(3, 4)$

$E(-4, -3)$ və $F(4, 1)$

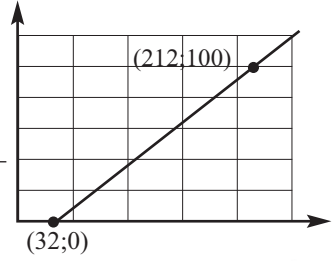
- 7) Təsəvvür edin ki, siz həftə sonu gəzintiyə çıxmısınız. Riyaziyyat müəlliminiz burada sizin bucaq əmsalını düzgün başa düşdüyünüzü yoxlamaq istəyir və sizə belə bir tapşırıq verir. İndi siz $(3;2)$ nöqtəsindəsiniz, 2 vahid sağa, 4 vahid aşağı, 3 vahid sola, 6 vahid yuxarı, 7 vahid sağa getsəniz, kanat yolunun kassasına çıxarsınız. a) Kassa hansı koordinatlara uyğun nöqtədə yerləşir? b) Sizin indi olduğunuz yer və kassa bucaq əmsalı neçə olan düz xəttin üzərindədir?

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

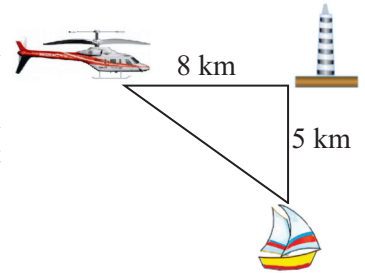
- 8» Şəkilə verilənlərə görə rəngli xanaların yerinə $<$, $>$, $=$ işarələrindən uyğun gələnini yazın. Fikirlərinizi əsaslandırın.



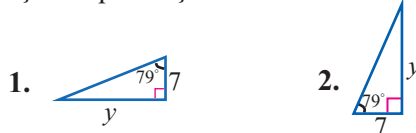
- 9» Su 32°F və ya 0°C -də donur, 212°F və ya 100°C -də qaynayır. Bu məlumatlara görə temperaturun farenqeyt və Selsi ölçüləri arasındakı əlaqəni göstərən xətti tənliyi yazın. **Göstəriş:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ və $y - y_1 = k(x - x_1)$ düsturlarından istifadə edin.



- 10» Dəniz fənəri qülləsindən 5 km cənubda olan gəmi köməyə ehtiyacı olduğu haqda qülləyə SOS siqnalları göndərdi. Siqnal qüllədən 8 km qərbdə olan vertolyota ötürüldü. Vertolyot gəmiyə çatmaq üçün hərəkət istiqamətini neçə dərəcə bucaq altında dəyişməlidir?



- 11» 2-ci şəkiləki üçbucaq 1-ci şəkiləkindən hansı hərəkətlərin nəticəsində alınmışdır?



- 12» a) $k = 2$ əmsallı homotetiya ilə $\triangle DEF$, $\triangle D_1E_1F_1$ -ə çevrilmişdir. $\triangle DEF$ -in perimetri 60 sm-dir. $\triangle D_1E_1F_1$ -in perimetrini tapın.

b) $\triangle A_1B_1C_1$ $\triangle ABC$ -dən oxşarlıq çevrilməsi ilə alınmışdır. $AB = 6$, $BC = 9$ və $AC = 12$, $\triangle A_1B_1C_1$ -də isə $A_1B_1 = 2$ olarsa, B_1C_1 -i, A_1C_1 -i və oxşarlıq əmsalını tapın.

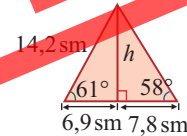
- 13» Hansı bərabərlikdən şəkiləki üçbucağın hündürlüyünü tapmaq üçün istifadə etmək olar?

a) $\cos 58^{\circ} = \frac{h}{7,8}$

b) $\tan 58^{\circ} = \frac{h}{7,8}$

c) $\tan 61^{\circ} = \frac{h}{14,2}$

d) $\tan 61^{\circ} = \frac{h}{6,9}$



- 14» Aşağıdakı məlumata uyğun şəkil çəkin. Nərdivanın ayaqları divardan 2,5 m aralı olmaqla 55° -li bucaq altında divara söykədilmişdir. Nərdivanın ən yüksək nöqtəsi evin pəncərəsinin bərabərindədir. Pəncərə yerdən neçə metr hündürlükdədir? Nərdivanın uzunluğu neçə metrdir?

Siz bu bölmədə öyrənəcəksiniz:

- məlumatı sistemləşdirməyi və müxtəlif formalarda təqdim etməyi;
- mərkəzə meyilli ölçülərdən istifadə etməklə məlumatı qiymətləndirməyi və proqnozlar verməyi;
- araşdırma üçün külliyyatı (populyasiyanı) və seçimi müəyyən etməyi;
- asılı və asılı olmayan hadisələri və onların ehtimalını hesablamağı.

Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi

Külliyyat, seçim

Tədqiq olunan obyektə geniş diapazonda dəyişən məlumat xas olduqda tədqiqat bu obyektə aid kiçik qruplar üzərində aparılır. Biz geniş diapazonda dəyişən məlumata **külliyyat** (və ya populyasiya), külliyyatdan seçilmiş kiçik qrupa isə **seçim** deyəcəyik. Seçim nümunələrə görə aparılmış tədqiqatın nəticələri külliyyata (populyasiyaya) tətbiq edilir, nəticə çıxarılır və proqnoz verilir.



Kiçik qrupdan - seçimdən məlumatlar toplanır.

Külliyyata tətbiq edilir və nəticə çıxarılır.

Seçim nümunələrinin külliyyatı düzgün təmsil etməsi aparılan tədqiqatın keyfiyyətini müəyyən edir. Məsələn, aşağıda verilən hallardan hansında seçim nümunəsinin külliyyatı həqiqətən təmsil etdiyini araşdırmaq.

1) Fabrikdə istehsal edilən yaddaş çiplərinin keyfiyyətini yoxlamaq üçün hər 100 çipdən biri seçilmişdir.

Külliyyat: fabrikdə istehsal edilən bütün çiplər. **Seçim:** hər 100 çipdən biri, Seçim külliyyatı təmsil edir.

2) Müəllim ev tapşırıqlarının hansı səviyyədə yerinə yetirildiyini yoxlamaq üçün birinci partalarda oturan 3 şagirdin dəftərini yoxladı.

Külliyyat: sinifdəki bütün şagirdlər. **Seçim:** birinci partalarda oturan 3 şagird. Bu halda seçim külliyyatı təmsil etmir.

Seçimlər **sadə təsadüfi seçim** və ya **sistemli təsadüfi seçim** ola bilər.

1) Yeni ətir haqqında fikir toplamaq üçün mağaza işçiləri müştərilərə kiçik qabda ətir verir və fikirlərini soruşur (sadə təsadüfi seçim).

2) Nahar zamanı yeməxanaya daxil olan hər 5 nəfərdən birindən xahiş olunur ki, xidmət keyfiyyətini yoxlamaq üçün tərtib edilmiş sorğu vərəqini doldursun (sistemli təsadüfi seçim).

Öyrənmə tapşırıqları.

- 1» Düzgün hesab etdiyiniz cavabı seçin. Fikrinizi əsaslandırın.
Məktəb yeməxanasının müdiri şagirdlərin ən çox hansı yeməyi sevdiyini araşdırmağı planlaşdırır. Hansı qrupdan seçim edilsə, sorğunun nəticələrinə görə düzgün qərar vermək olar:
a) müəllimlərin; b) yeməxanada nahar edən şagirdlərin;
c) yeməyini evdən gətirən şagirdlərin; d) məktəb rəhbərliyinin?
- 2» Seçim nümunəsi tədqiqat aparılan obyekt haqqında daha düzgün proqnoz verməyə imkan verirmi? Seçimin növünü müəyyən edin.
1) Müştərilərin nahar zamanı yeməxanada neçə dəqiqə oturduqlarını yoxlamaq üçün hər 10 müştəridən birinin sifariş qəbzinə işarə qoyuldu.
2) İnşa ediləcək yeni futbol meydançasının yerini müəyyən etmək üçün bir futbol komandasının oyunçularının fikri soruşulmuşdur.
3) Şəhər bələdiyyəsi itlərin gəzinti üçün parklara çıxarılmasının əhəlinin xoşuna gəlib-gəlmədiyini öyrənmək istəyir. Bunun üçün evində it saxlayan 50 nəfərin fikri soruşulmuşdur.
- 3» Aşağıdakı məsələlərdə külliyyat və seçimi göstərin. Seçimin külliyyatı təmsil edib-etmədiyini müəyyən edin və sualları cavablandırın.
1) Rayon əhalisi arasında hər 10 evdən birinə telefonla zəng edilərək “evinizdə neçə televizor var” sualı ilə aparılmış sorğunun nəticələrinə görə məlum olmuşdur ki, bu rayonda hər 10 evdən 2-də iki televizor var. Bu nəticəyə görə rayon üzrə hər 100 evdən neçəsində iki televizor olduğunu düşünmək olar?
2) Telefon kitabçasından seçmə ilə müəyyənləşdirilmiş 100 nəfərdən rabitə qovşağının internet xidmətinin keyfiyyəti haqqında fikir soruşulmuşdur. Hər 4 nəfərdən 3-ü bu xidmətdən razı olmadığını bildirmişdir. Müştərilərin neçə faizi xidmətdən narazıdır? Bu rabitə qovşağının 155000 istifadəçisi varsa, onların neçə nəfərinin narazı olduğunu düşünmək olar?
- 4» Tədqiqatın nəticələrinə görə məsələləri həll edin.
İnstitutda oxuyan bütün tələbələrin fikri soruşulsaydı, neçə nəfərin “Bəli” cavabını verəcəyini düşünmək olar? Məsələni tənasüb qurmaqla həll edin.

Külliyyat: 2000 tələbə
Təsadüfi seçim: 40 tələbə
Sual: İnstitutda bədən tərbiyəsi dərsinə ehtiyac varmı?
Nəticələr: 12 Bəli; 28 Yox
Qərar: Tələbələrin çoxu bədən tərbiyəsi dərsinə ehtiyac olmadığını fikirləşir.

Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi

- 5) Meşənin müxtəlif hissələrində təsadüfi seçmə ilə ağacların gövdəsinin çevrə uzunluğu ölçülmüşdür. Nəticələr aşağıdakı cədvəldə verilmişdir. Cədvələ görə histqram qurun və tapşırıqları yerinə yetirin.

“Ceyrankeçməz” meşəsindən seçim nümunələri		
Gövdəsinin çevrə uzunluğu (sm)	Tel	Sayı
21 - 30		8
31 - 40		28
41 - 50		35
51 - 60		16
61 - 70		8
71 - 80		5

- 1) Təsadüfi seçim yolu ilə müəyyənləşdirilmiş ağacların neçə faizinin çevrəsinin uzunluğu 41-50 sm arasındadır?
- 2) Meşənin ümumi sahəsi 550 ha olarsa və təxminən hər 10 m² sahədə 3 ağac varsa, meşədə çevrəsinin uzunluğu 71-80 sm olan neçə ağac olduğunu düşünmək doğru olardı?
- 3) Bu cür araşdırma aparmalı olsanız, məlumatı necə toplayar və qeyd edərdiniz? Burada nə üçün tellə qeyddən istifadə olunduğunu düşünürsünüz?

- 6) Bir ailənin aylıq xərcləri cədvəldə göstərildiyi kimidir. Cədvələ görə dairəvi diaqramı verilən qayda ilə qurun.

Xərclərin adı	Büdcədə %-i
Yemək	42%
Geyim	13%
Nəqliyyat	6%
Xidmət	17%
Digər	22%

1. Hər bir məlumata uyğun dairə hissəsini müəyyən edin.

Məsələn, 42% 360°-nin 0,42 hissəsini təşkil edir:
 $0,42 \cdot 360^\circ = 151,2^\circ \approx 151^\circ$

2. Dairəni və onun radiusunu çəkin.

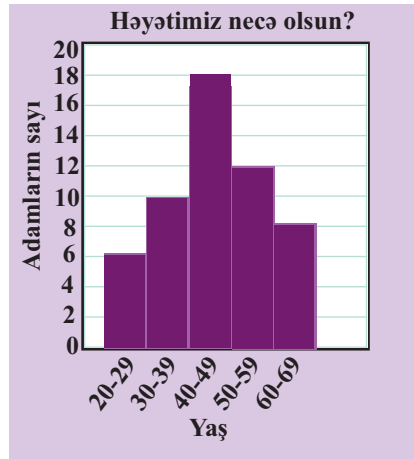
Transportirlə uyğun bucaqları qurun.

3. Hissələrə uyğun sözlü və ədədi məlumatları qeyd edin.

- 1) Ailənin aylıq büdcəsi 850 manatdır. Hansı iki xərc ümumi büdcənin təxminən $\frac{2}{3}$ hissəsini təşkil edir? Bu, neçə manata uyğundur?

- 2) Ailə bu ay yeməyə nəzərdə tutulduğundan 15% çox pul xərcləmişdir. Bu pulun 10%-i digər xərclərdən, 5%-i isə geyimdən qənaət edilmişdir. Verilən cədvəli dəftərinizə köçürün və ona məbləğləri manatla ifadə edən sütun əlavə edin.

7» Binaın həyatında avtomobil dayanacağı-
nın ləğv edilməsi barədə qərar vermək
üçün bina sakinləri müzakirələrə yığış-
dılar. Sakinlərin yaşı və sayı haqqında
məlumat histoqramla verilmişdir. Histo-
qrama görə aşağıdakı addımlarla dairəvi
diaqram qurun.



1. Müzakirədə iştirak edənlərin ümumi
sayını tapın. $6 + 10 + 18 + 12 + 8 = 54$

2. Hər bir yaş qrupunun bütün
iştirakçıların sayına olan nisbətini
tapın. 20-29 yaşlılar: $6 : 54 \approx 0,11$

3. Bu nisbətdən uyğun dairə hissəsinin tapılması üçün istifadə edin.
 $0,11 \cdot 360^\circ = 39,6^\circ \approx 40^\circ$

4. Məlumatı dairəvi diaqramla təqdim edin. Hissələrə uyğun sözlü və ədədi
məlumatları qeyd edin.

5. Müzakirənin nəticələri cədvəldə
göstəriləndiyi kimidir:
Cədvəldə verilmiş məlumatları hansı
qrafik formada təqdim etmək əlveriş-
lidir? Məlumatı əlverişli hesab et-
diyiniz qrafik formada təqdim edin.

Yaş	Qalsın	Sökülsün
20-29	35%	65%
30-39	55%	45%
40-49	60%	40%
50-59	52%	48%
60-69	50%	50%

8» Nazimin kitabxanasında 250 bədii, 125 elmi-kütləvi ədəbiyyat, 25 ensiklo-
pediya və lüğət var. 1) Bu məlumata uyğun dairəvi diaqram qurun.

2) Həyatı situasiyaya uyğun bir məsələ yazın və dairəvi diaqramla təqdim
edin.

9» Bir araşdırma mövzusu fikirləşin. Külliyyat və seçimi müəyyənəndir. Seçi-
minizin külliyyatı həqiqətən təmsil etdiyini əsaslandırın.

Külliyyatı müəyyən
edin

Seçimi edin

Seçimə görə
nəticə çıxarın

Seçimdəki nəticəyə
görə külliyyat haq-
qında nəticə çıxarın.



İki parametrlə görə məlumatın təhlili

Bir çox hallarda bir obyektə aid iki məlumatın araşdırılması tələb edilir. Bu halda məlumatı cədvəllə təqdim etmək əlverişlidir.

İki dəyişən məlumata görə cədvəlin qurulması qaydasını aşağıdakı nümunə üzərində göstərək:

Nümunə 1. Araşdırma qrupu 100 nəfər arasında yayın hansı ayında və hara istirahət etdikləri haqqında sorğu aparmışdır. Nəticələr aşağıdakı kimi ikiparametrlə cədvəllə təqdim edilmişdir.

1. Parametrlər: Ölkə və aylar
2. Parametrlərdən biri - aylar sətirlər boyu, digəri - ölkələrin adları isə sütunlarla yazılır.
3. Uyğun sətir və sütunların kəsişdiyi xanada hər iki parametərə görə ədədi məlumat yerləşdirilir. Məsələn, cədvəldəki 18 ədədi iyun ayında Türkiyədə məzuniyyətini keçirən şəxslərin sayını göstərir.
4. Hər bir ay və hər bir ölkə üzrə ümumi məlumat - ədədi məlumatlar toplanmaqla uyğun "cəmi" xanasında yazılır.

		Ölkələr			Aylar üzrə istirahət edənlərin sayı:
		Türkiyə	Avropa ölkələri	Rusiya	
Ay	İyun	18	6	5	29
	İyul	10	2	19	31
	Avqust	15	15	10	40
	Cəmi	43	23	34	100

3 ay ərzində istirahət edənlərin sayı
 ↑ Türkiyə ↑ Avropa ölkələri ↑ Rusiya

10 Nümunə tapşırığında verilənlərə görə sualları cavablandırın.

- 1) Rəyi soruşulanların neçə faizi öz məzuniyyətini iyun ayında götürür?
- 2) Rəyi soruşulanların neçə faizi öz məzuniyyətini Türkiyədə keçirir?
- 3) Bu sorğuya görə 1250 nəfərdən təxminən neçəsinin öz məzuniyyətini Avropada keçirəcəyini düşünmək doğru olardı?

11 Sürücülük vəsiqəsi almaq üçün imtahan verən qadın və kişilər arasında ilk imtahanda topladıqları balların vəsiqə almaq üçün yetərli olub-olmadığı haqqında sorğu aparılmışdır. Sorğu 22-si qadın olmaqla ümumilikdə 50 nəfər arasında keçirilmişdir. Qadınlardan 16 nəfəri ilk imtahanda vəsiqə ala bilmədiklərini, kişilərin isə 18 nəfəri elə ilk cəhddən imtahanı uğurla verdiyini bildirmişdir. Bu məlumatlara görə iki parametrlə cədvəl qurun.

Parametrlər:

1. Gender - kişilər, qadınlar.
2. İlk imtahan - vəsiqə almışdır, vəsiqə almamışdır.

Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi

İki parametrinə görə məlumatı təqdim etmək üçün hissələrə bölünmüş barqrafdan da istifadə edilir.

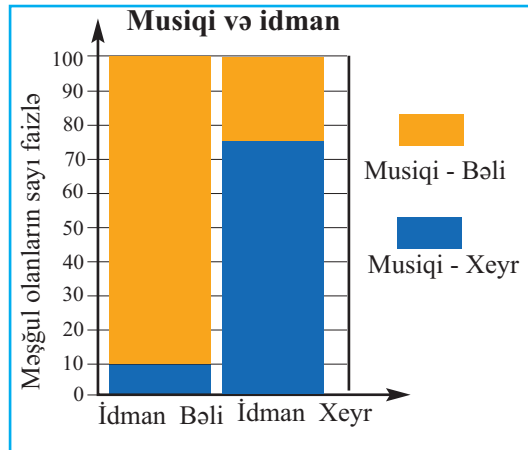
Nümunə 2. 54 nəfər şagird arasında idmanla, yoxsa musiqi ilə məşğul olduqları haqqında araşdırma aparılmışdır. Araşdırmanın nəticələri cədvəllə təqdim edilmişdir.

Şagirdlərin musiqi və idmanla məşğul olmaları				
		Musiqi		
İdman		Bəli	Xeyr	Cəmi
	Bəli	27	3	30
	Xeyr	6	18	24
	Cəmi	33	21	54

1) Rəyi soruşulanların neçə faizi həm idmanla, həm də musiqi ilə məşğul olur.

2) Neçə faiz şagird musiqi ilə məşğul olur, idmanla məşğul olmur.

3) Uyğun məlumatı barqrafla (faizlə) şəkildəki kimi təqdim etmək olar. Barqrafda verilmiş məlumatla cədvəldə verilmiş məlumatın eyni olduğunu barqrafın rəngli hissələrinə görə təqdim edin.



12» İbtidai siniflərdə şagirdlərin ev tapşırıqlarını yerinə yetirmək üçün kimdən - valideynlərindən, yoxsa xüsusi müəllimlərdən kömək aldıkları haqqında araşdırma aparılmışdır.

	Valideyn - bəli	Valideyn - xeyr	Cəmi
Xüsusi müəllim - bəli	24	16	40
Xüsusi müəllim - xeyr	48	12	60
Cəmi	72	28	100

1) Ev tapşırıqlarını xüsusi müəllimlə məşğul olan şagirdlərdən neçə faizinin valideynləri övladlarının dərsi ilə məşğul olmur?

2) Neçə faiz şagird ev tapşırığını valideynlərin köməyi ilə yerinə yetirir, xüsusi müəllimə ehtiyacı yoxdur?

3) Cədvəli tamamlayın və nümunə 2-də olduğu kimi hissəli barqraf qurun.

Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi

Səpələnmə diaqramı

Səpələnmə diaqramı iki kəmiyyətin bir-birindən necə asılı olduğunu təqdim etmək üçün istifadə olunur. Kəmiyyətlərdən birinin qiymətlərinin dəyişməsi ilə digərinin də qiymətlərinin qanunauyğun dəyişməsi baş verirsə, onlar arasındakı qarşılıqlı əlaqə **korrelyasiya** adlanır.

Müsbət korrelyasiya - kəmiyyətlərdən birinin qiymətlərinin artması digərinin də artması ilə müşayiət olunur.

Mənfi korrelyasiya - kəmiyyətlərdən birinin qiymətlərinin artması digərinin azalması baş verdikdə olur.

Həmçinin, korrelyasiyanın olmadığı hal da mümkündür.

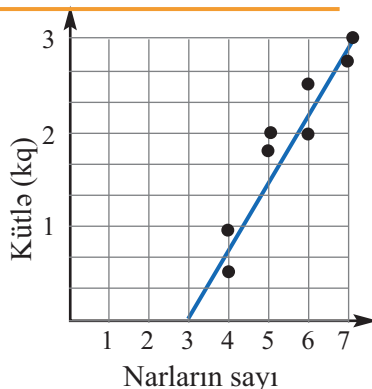
Nümunə 1

Bağlamanın kütləsinin bağlamadakı narların sayından asılılığı səpələnmə diaqramında verilmişdir.

Absis oxu üzərində narların sayını, ordinat oxu üzərində bağlamaların kütlələrini qeyd etməklə cədvələ görə səpələnmə diaqramı qurulmuşdur. Diaqramdan görünür ki, eyni sayda narların müxtəlif kütlələri ola bilər. Başqa sözlə desək, bu dəyişənlər arasında birqiymətli asılılıq yoxdur. Lakin diaqramda narların sayı artdıqca bağlamanın kütləsinin artdığı görünür.

Müsbət korrelyasiya

Narların sayı	Kütləsi (kq)
4	0,5
4	1
5	1,8
5	2
6	2
6	2,5
7	2,8
7	3



Nümunə 2

Cədvəl və diaqramda avtomobillərin istifadə müddəti ilə qiymətləri arasındakı əlaqə verilmişdir.

Mənfi korrelyasiya

İstifadə müddəti	Qiyməti (min manatla)
1	10
3	9
5	6
6	6
6	5
7	5
7	4
8	3



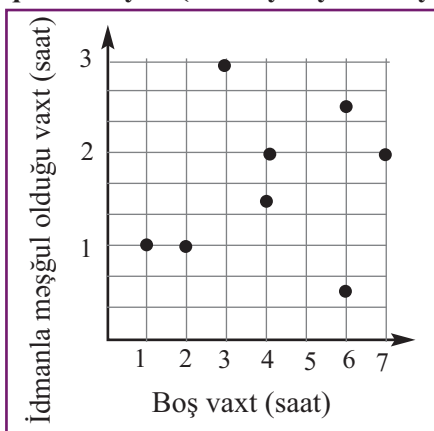
Avtomobillərin istifadə müddəti artdıqca onların qiyməti azalır. Bu iki dəyişən arasındakı əlaqə mənfi korrelyasiyadır.

Məlumatın toplanması və təqdim edilməsi

Nümunə 3

Cədvəl və səpələnmə diaqramı Nəsinin boş vaxtını və idmanla məşğul olduğu vaxtı göstərir.

Əlaqəsi olmayan (korrelyasiya olmayan)



Boş vaxtı	İdmanla məşğul olduğu vaxt
1	1
2	1
3	3
4	2
4	1,5
6	0,5
6	2,5
7	2

Nümunə 1, 2 və 3-də verilmiş cədvəllərdəki məlumatları dəyişdirin və uyğun səpələnmə diaqramlarını siz də qurun.

13 Səpələnmə diaqramında qızların yaşları və məşq zamanı üzə bildikləri məsafələr verilmişdir. Diaqrama görə suallara cavab verin.

1) 300 m məsafəyə üzmüş yaşca ən kiçik olan kimdir?

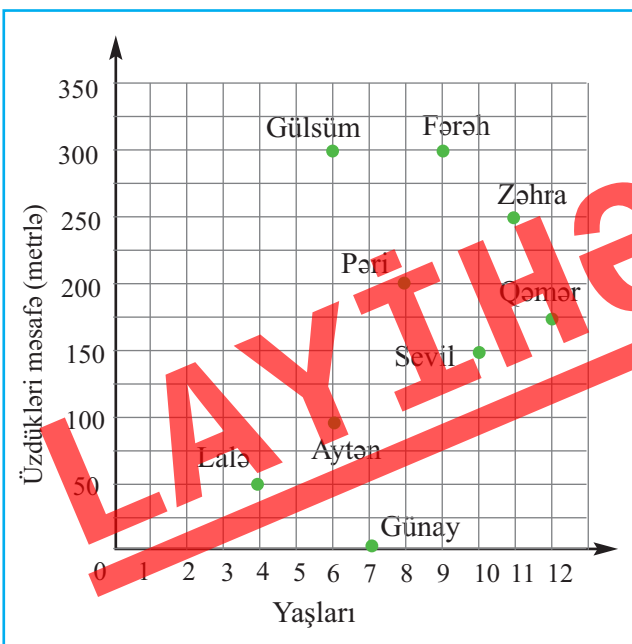
2) Kim üzməyi bacarmır?

3) Qızlardan yaşca ən kiçiyi kimdir?

4) Altıyaşlılardan kim daha yaxşı üzür?

5) Kim daha uzağa üzə bilmişdir: Zəhra, Lalə yoxsa Pəri?

6) Qızların yaşları ilə üzdükləri məsafə arasında əlaqə varmı?



Mərkəzə meyilli ölçülər

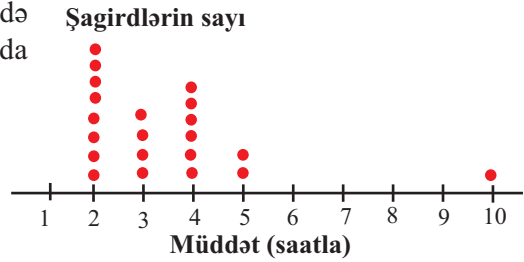
Araşdırma. Diaqram şagirdlərin gündə neçə saat televizora baxdıqları haqqında sorğunun nəticələrini əks etdirir.

1● = 1 şagird

1) Ədədi orta, moda, median və ən böyük fərqi tapın.

2) 10 saata uyğun məlumatı nəzərə almadan ədədi ortanı tapın.

3) Diaqrama görə məlumatın sıx toplandığı intervalı, məlumatın olmadığı intervalı və kənaraçıxan məlumatı müəyyən edin.



Mərkəzə meyilli göstəricilər

Statistik məlumatların təhlilində ədədi orta, moda, median kimi ölçülərdən geniş istifadə edilir. Ədədi orta, moda, median mərkəzə meyilli ölçülərdir. Hansı statistik ölçüdən hansı hallarda istifadə etmək daha əlverişlidir?

Ədədi orta: kəskin kənara çıxma olmadığı halda

Median: kəskin kənaraçıxmalar olduqda

Moda: eyni məlumatların sayı çox olduqda

Müxtəlif situasiyalarda hansı ölçüdən istifadə etməyə aid nümunələrə baxaq.

1) Samirin 5 gün ərzində gündəlik qaçışı (km): 3, 5, 4, 5, 6. **Ədədi orta**

2) Bir qrupdakı 6 nəfərin yaşı: 11, 14, 12, 12, 11, 32. **Median**

3) 6 ay ərzində aylıq gəlir (manatla): 325, 320, 300, 325, 325, 4000. **Moda**

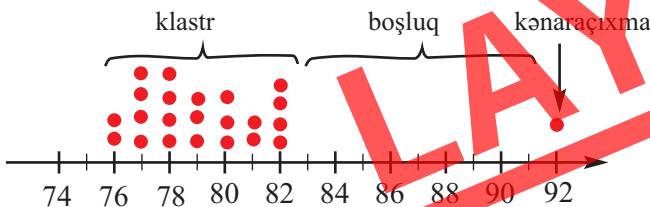
Klastr, boşluq, kənaraçıxma

Məlumatlar bəzən kiçik intervalda toplanır. Bu interval **klastr** adlanır.

Məlumatın olmadığı intervalı **boşluq** adlandıracağıq.

Ədədi qiymətinə görə mövcud məlumatlardan çox böyük və ya çox kiçik olan məlumat **kənaraçıxma** kimi qəbul edilir.

Şagirdlərin topladığı ballar



Məsələn, diaqramdan görünür ki, şagirdlərin çoxunun topladığı bal 76-82 intervalındadır. Bu interval klastrdir. 83-91 intervalı boşluqdur, 92 bal isə kənaraçıxmadır.

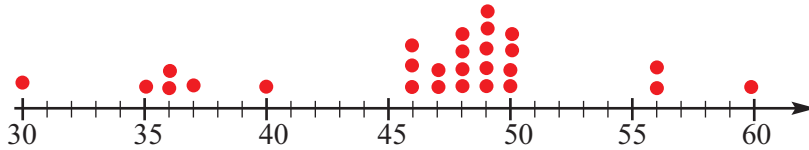
Mərkəzə meyilli ölçülər

- 1) Aşağıda bir sinifdəki şagirdlərin il boyu dərəcə gəlmədikləri günlərin sayı verilmişdir.

4, 3, 2, 5, 4, 6, 3, 5, 7, 5, 18, 4, 3, 6, 3, 6, 2, 5

Məlumatları ədəd oxu üzərində qeyd etməklə araşdırma tapşırığında verilmiş diaqramla oxşar diaqram qurun. Məlumatlara uyğun: a) ədədi orta, moda və medianı tapın. b) Klastır, boşluq intervalını və kənara çıxmanı göstərin.

- 2) Diaqramda şirkətin işçilərinin yaşları verilmişdir. Bu məlumatlara görə işçilərin orta yaşını müəyyən edin. Məlumatın ən sıx olduğu intervala görə orta yaş müəyyən edin. Nəticələri müqayisə edin.



- 3) Aşağıda işçilərin hər birinin həftə ərzində neçə saat işlədiyi verilmişdir.

25, 36, 18, 43, 40, 38, 39, 40, 16, 30, 24, 29, 30, 45, 42, 15, 20, 28

a) Məlumatları 16-20, 21-25, 26-30, 31-35, 36-40, 41-45 intervallarına ayırmaqla cədvəl qurun. b) Median hansı intervala düşür? c) Ədədi orta hansı intervala düşür?

- 4) 1) Median 16-dır və aşağıdakı ədədlər məlumatlar çoxluğuna əlavə edilir. Yazılı hesablamalar aparmadan hər bir hal üçün medianın dəyişib-dəyişmədiyini müəyyənə bilərsiniz.

a) 15 və 17 b) 14 və 18 c) 18 və 21 d) 13 və 12

2) Ədədi orta 16-dır. Aşağıdakı iki məlumat əlavə edildikdə ədədi ortanın dəyişib-dəyişmədiyini müəyyənə bilərsiniz.

a) 15 və 17 b) 14 və 18
c) 18 və 21 d) 13 və 12

- 5) Cədvəldə bəzi quşların yumurtadan bala çıxarma - inkubasiya dövrü verilmişdir.

a) Inkubasiya dövrləri üçün ədədi ortanı, moda, median və ən böyük fərqi tapın.

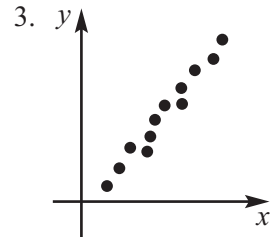
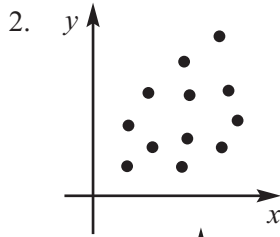
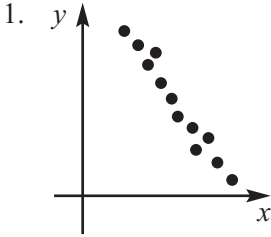
b) Ədədi ortanın hər bir quşun inkubasiya dövrü ilə fərqi müəyyən edin və cədvəli dəftərinizdə tamamlayın.

c) Dəvəquşu və Göyərçinin bala çıxarma dövrünü müqayisə etmək üçün ən böyük fərqdən istifadə edin.

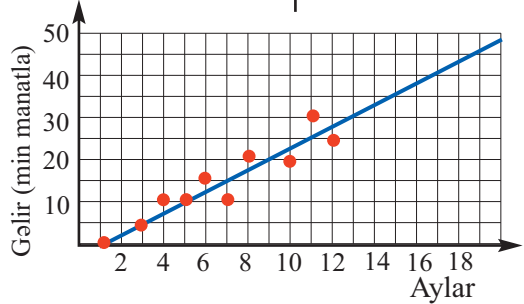
Quşların adı	İnkubasiya müddəti (günlə)	Ədədi orta ilə fərqi
Toyuq	21	
Ördək	28	
Qaz	28	
Dəvəquşu	40	
Tutuquşu	24	
Qırqovul	24	
Göyərçin	15	
Bildirçin	19	
Durna	34	
Hind toyuğu	28	

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1» Hər bir səpələnmə diaqramında korrelyasiyanın növünü müəyyən edin. Uyğun məsələ qurun.



- 2» Səpələnmə diaqramı yeni yaradılmış şirkətin ilk bir il ərzindəki gəlirini əks etdirir. Bu diaqrama görə şirkətin 16-cı ayda gəlirinin ən azı neçə manat olacağını düşünmək daha doğru olardı?



- 3» Fəsil dəyişməsi ilə bağlı mağazadakı qalıq mallar haqqında məlumat cədvəldə verilmişdir. Cədvəli tamamlayın və tapşırıqları yerinə yetirin. 1) Mağazada neçə yaşıl rəngli idman köynəyi qalmışdır?

2) Növbəti fəsil üçün hansı ölçülərdə köynəklərin daha çox sifariş verilməsi doğru olardı?

3) Köynəklər üst-üstə qarışıq olaraq yığılmışdır. Bir köynək çıxarsanız, onun L ölçüdə və mavi rəngdə olması ehtimalı nə qədərdir?

		Ölçü					
Rəng		S	M	L	XL	XXL	Cəmi
	Ağ	3	1	2	1	3	
	Mavi	2	0	2	1	2	
	Yaşıl	3	1	3	0	2	
	Qara	1	0	1	0	1	
	Cəmi						

- 4» 8-ci sinif şagirdləri faiz və nisbət mövzusunda aid 2 dəfə test tapşırıqları yerinə yetirdilər. 10 şagirdin topladığı ballar aşağıdakı cədvəldə göstərilmişdir.

1) 2-ci test tapşırıqlarında 1-ci testə görə ən azı 5% daha yaxşı nəticə göstərən şagirdlərin sayı neçə nəfərdir?

2) Ən çox bal toplayan şagird mümkün ən yüksək balın neçə faizini toplamışdır?

3) Bu nəticələrin ümumilikdə yaxşı və ya pis olduğunu ədədi orta, moda və mediandan istifadə etməklə təqdim edin.

Adı	Mümkün ən yüksək bal: 50	
	1-ci test	2-ci test
Əli	38	35
Lalə	34	38
Aytən	42	46
Ayan	26	30
İsa	30	28
Samir	18	19
Nailə	21	24
Kərim	45	40
Tahir	48	44
Günəl	38	36

Ehtimalın hesablanması

Təcrübi ehtimal

Təcrübi ehtimal təcrübənin təkrarlanan sınaqları əsasında tapılır.

$$P(\text{hadisə}) = \frac{\text{Əlverişli hadisənin baş verdiyi halların sayı}}{\text{Sınaqların sayı}}$$

Nümunə 1. Barqraf zərin 50 dəfə atılmasından alınan nəticələri əks etdirir. Tək ədədin düşməsinin təcrübi ehtimalı nə qədərdir?

Barqrafdan görünür ki, on dəfə 1, beş dəfə 3, doqquz dəfə 5 düşmüşdür.

Əlverişli hadisələrin sayı:

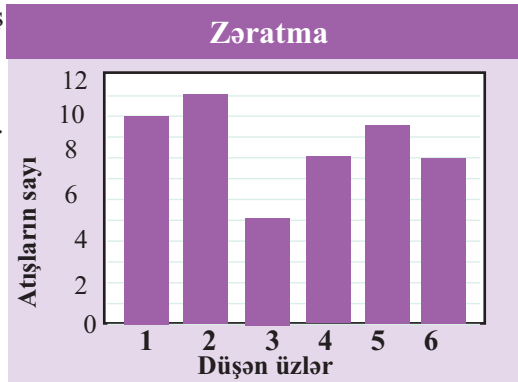
$10 + 5 + 9 = 24$ dəfə tək ədəd düşmüşdür.

Sınaqların sayı: 50

$$P(\text{tək ədəd}) = \frac{24}{50} = \frac{12}{25}$$

Tək ədədin düşmə hadisəsinin təcrübi ehtimalı:

$$\frac{12}{25}, 0,48 \text{ və ya } 48\% \text{-dir.}$$



Təcrübi ehtimaldan proqnoz verilməsində istifadə etmək olar.

Nümunə 2. Mart ayında son 10 günün 2 günü yağışlı olmuşdur. Bu tendensiya davam edərsə, aprel ayında neçə günün yağışlı olacağını ehtimal etmək olar?

Əvvəlcə müşahidə ilə müəyyən edilmiş təcrübi ehtimalı tapaq.

$$P(\text{yağış}) = \frac{\text{Hadisənin baş vermə sayı}}{\text{Sınaqların sayı}} = \frac{\text{Yağışlı günlər}}{\text{Müşahidə günləri}}$$

$$P(\text{yağış}) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \quad \text{Aprel ayında } 30 \cdot \frac{1}{5} = 6 \text{ gün yağış yağacağını gözləmək olar.}$$

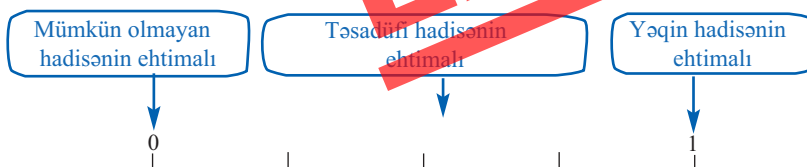
Nəzəri ehtimal

Eyniimkanlı nəticələri olan sınaqda hadisənin ehtimalı aşağıdakı qaydada tapılır.

$$P(\text{hadisə}) = \frac{\text{Əlverişli halların sayı}}{\text{Mümkün halların sayı}}$$

Təsadüfi hadisənin baş vermə ehtimalının ədədi qiyməti 0-dan 1-ə qədər intervalda dəyişir. Ehtimal adi kəsrlə, onluq kəsrlə, faizlə ifadə edilir. Hadisənin baş verməsi ehtimalı ilə baş verməməsi ehtimalının cəmi 1-ə bərabərdir.

$$P(A \text{ baş vermə}) + P(A \text{ baş verməmə}) = 1$$



Ehtimalın hesablanması

Nəzəri ehtimalın istifadəsi

Nümunə 3. Çərxi-fələk taxtasını fırladarkən 1000 manatlıq pul uduşu şansı $\frac{1}{10}$ -dir. Taxtanın üzərindəki 3 bölgədə 1000 manatlıq uduş varsa, taxtanın cəmi neçə bölgüsü var?

Həlli: Bölgülərin ümumi sayını n qəbul edək.

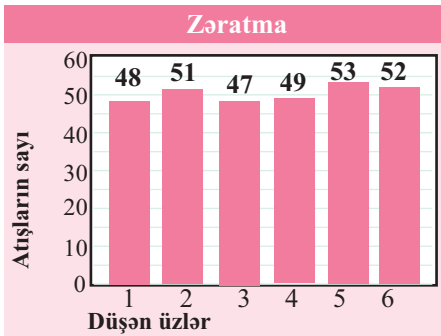
$$P(\text{priz}) = \frac{\text{Uduşların olduğu hissələrin sayı}}{\text{Bütün hissələrin sayı}} = \frac{1}{10} ; \frac{1}{10} = \frac{3}{n} ; n = 30$$

Nəzəri və təcrübi ehtimalın müqayisəsi

Nümunə 4. Barqarf 300 dəfə zər atmanın nəticəsini əks etdirir. Tək ədədin düşmə ehtimalını tapın.

$$P(\text{tək ədəd}) = \frac{148}{300} = \frac{37}{75} \approx 0,49$$

Tək ədədlərin düşmə hallarının sayı
Sınaqların sayı



Təcrübi olaraq tapılmış ehtimalla nəzəri tapılmış ehtimalı müqayisə edək.

Nəzəri ehtimal: $P(\text{tək ədəd}) = 50\%$

Təcrübi ehtimal: $P(\text{tək ədəd}) = 49\%$

Bu təcrübi ehtimalı Nümunə 1-dəki təcrübi ehtimalla müqayisə edək.

Sınaqların sayı artdıqca təcrübi ehtimal nəzəri ehtimalla yaxınlaşır. Sınaqların sayını 50-dən 300-ə çatdırdıqda təcrübi ehtimal da 48%-dən 49%-ə qədər artaraq 50%-lik nəzəri ehtimalla daha çox yaxınlaşmışdır.

Öyrənmə tapşırıqları.

- 1 Nümunə 4-dəki barqrafa görə 4-dən kiçik ədədlərin düşməsinin təcrübi ehtimalını hesablayın. Bu nəticəni nəzəri ehtimalla müqayisə edin.
- 2 Novruz bayramı üçün alınmış 50 dənə açıqcadan Lalə təsadüfi seçimlə 4-nü götürdü. Onlardan 2-nin üzərində gül şəkli var idi. 50 açıqcadan neçəsində gül şəkli olduğunu düşünmək doğru olardı?
- 3 Şirə istehsal edən şirkət keçirdiyi reklam şouda şirə qutularının etikətində pul və ya hədiyyə uduşları yerləşdirmişdir. Pul uduşu ehtimalı $\frac{3}{10}$ -dür. Uduşa 9 ədəd pul uduşlu şirə qutusu qoyulmuşsa, şouya cəmi neçə uduşlu şirə qutusu çıxarılmışdır?
- 4 İki metal pulun atılması sınağını aparın. Xəritə və ya rəqəm üzünün düşməsinə qeyd etməklə nəticələri cədvəldə yazın.

Nəzəri ehtimal	Sınaqların sayı	Gözlənilən nəticə	Həqiqi nəticə	Təcrübi ehtimal
	20			

Ehtimalın hesablanması

Venn diaqramı ilə ehtimala aid məsələ həlli

Bir çox məsələlərdə mümkün hallar sayını və əlverişli hallar sayının tapılmasını Venn diaqramı ilə yerinə yetirmək əlverişli olur. Bu halda çoxluqların birləşməsi və kəsişməsindəki elementlərin sayı haqda aşağıdakı təklif tətbiq olunur.

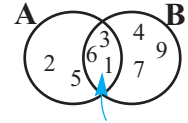
A və B çoxluqlarının birləşməsinə daxil olan elementlərin sayı onların ayrı-ayrılıqda elementləri sayının cəmi ilə ortaql elementlərinin sayı fərqinə bərabərdir.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Xüsusi halda, $A \cap B = \emptyset$ olduqda $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$

Nümunə. $A = \{1, 2, 3, 5, 6\}$, $B = \{1, 3, 4, 6, 7, 9\}$ verilmişdir.

A çoxluğunun elementlərinin sayı $n(A)$, **B** çoxluğunun elementlərinin sayı $n(B)$ olsun. Onda $n(A) = 5$, $n(B) = 6$ və $n(A \cap B) = 3$ olduğundan, $n(A \cup B) = 5 + 6 - 3 = 8$



- 5>> $n(A) = 12$, $n(B) = 7$ olduğuna görə: a) $n(A \cup B)$ ən azı neçə ola bilər?
b) $n(A \cup B)$ ən çoxu neçə ola bilər?

- 6>> Verilənlərə görə tələb olunan çoxluqların elementlərinin sayını tapın.

$$\begin{array}{l|l|l} n(A) = 8, n(B) = 13 & n(A) = 8, n(A \cup B) = 17 & n(A) = 10, n(A \cup B) = 15 \\ n(A \cup B) = 18, & n(A \cap B) = 4, n(B) = ? & A \cap B = \emptyset, n(B) = ? \\ n(A \cap B) = ? & & \end{array}$$

- 7>> Elmi konfransda iştirak edən qonaqlar alman, ingilis və fransız dillərini bilirlər. Alman dilində 12, ingilis dilində 21, fransız dilində isə 8 nəfər danışır. Alman və ingilis dillərini bilənlər 6, alman və fransız dillərində danışanlar 4, ingilis və fransız dillərində danışanlar 3 nəfər, hər üç dildə danışanlar isə 2 nəfər olarsa, elmi konfrasda neçə nəfər iştirak edirdi? Venn diaqramı qurmaqla həll edin.

- 8>> Venn diaqramında şahmat və tennislə məşğul olan şagirdlərin sayı verilmişdir.

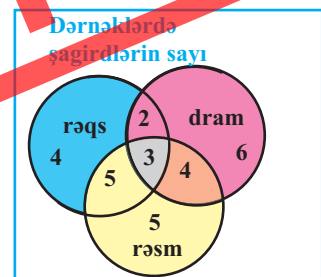
Təsadüfi seçilmiş şagirdin:

- a) Yalnız şahmatla məşğul olması;
b) Yalnız tennislə məşğul olması;
c) Həm şahmat, həm də tennislə məşğul olması ehtimalını tapın.



- 9>> Venn diaqramında rəqs, dram və rəsm dərnlərində məşğul olan şagirdlərin sayı verilmişdir. Təsadüfi seçilmiş şagirdin:

- a) Hər üç dərnlərdə məşğul olması;
b) Yalnız rəslə məşğul olması;
c) Ya dram, ya da rəqlə məşğul olması;
d) Həm rəsm, həm də rəqlə məşğul olması ehtimalını tapın.



Ehtimalın hesablanması

Mümkün halların sayı

Hadisə iki və ya daha çox elementar hadisənin baş verməsi ilə müşayiət edilirsə, bu hadisələr mürəkkəb hadisələr adlanır. Məsələn, iki metal pulun eyni vaxtda atılması mürəkkəb hadisədir. Mürəkkəb hadisələrdə mümkün halların sayını: 1) şaxələnmə diaqramından; 2) siyahı tutmadan; 3) cədvəldən; 4) vurma qaydasından istifadə etməklə tapmaq olar.

Vurma prinsipi: a elementini n üsulla seçmək və hər bir belə seçimə qarşı b elementini m üsulla seçmək mümkündürsə, (a, b) cütünü $n \cdot m$ üsulla seçmək olar.

Nümunə 1. Cədvəl qurmaqla.

Bir zər və bir metal pul birlikdə atıldıqda mümkün hadisələrin sayı: 12 hadisə.

Vurma prinsipinə görə: metal pulla 2 hadisənin ($m = 2$), zərlə 6 hadisənin ($n = 6$) baş verməsi mümkündür.

Mümkün halların sayı: $2 \cdot 6 = 12$

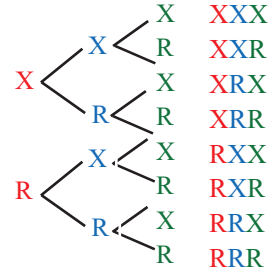
	1	2	3	4	5	6
4 5	1R	2R	3R	4R	5R	6R
	1X	2X	3X	4X	5X	6X

Nümunə 2. Şaxələnmə diaqramı qurmaqla.

Üç metal pulu atdıqda mümkün hadisələrin sayı: 8

Vurma prinsipinə görə: Hər bir metal pulla 2 hadisə mümkündür:

Mümkün halların sayı: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$



- 10** 1) Şəkildəki çarxların hər birini bir dəfə fırlatdıqda mümkün hadisələrin sayını tapın.
2) Oxlardan birinin ulduz şəkli, digərinin isə 5 rəqəmi üzərində dayanması ehtimalını hesablayın.



- 11** Vurma prinsipindən istifadə etməklə musiqi mərkəzinin mümkün seçim sayını hesablayın.

MP3 musiqi mərkəzi	
Yaddaş	8 GB, 12 GB, 16 GB, 24 GB
Rəngi	gümüşü, qızılı, qara, qəhvəyi

- 12** 0,1,2,3,4 rəqəmlərindən istifadə etməklə neçə: a) dörd rəqəmli ədəd; b) rəqəmləri müxtəlif olan dörd rəqəmli ədəd; c) heç olmasa iki rəqəmi eyni olan dörd rəqəmli ədəd yazmaq olar?

- 13** Sınıfdə 15 şagird var. Sınıf nümayəndəsini və onun müavini seçməyin neçə mümkün variantı var?

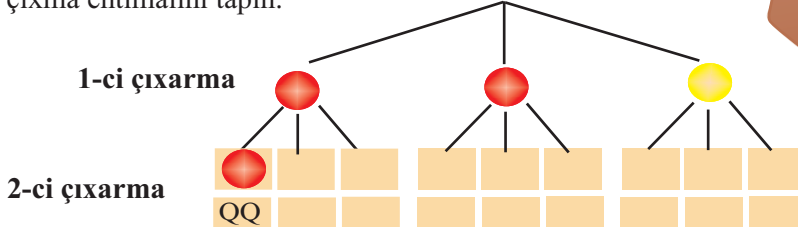
- 14** Zərri bir dəfə atdıqda, çərxi-fələk taxtasını bir dəfə fırlatdıqda zərin 5 rəqəmi olan üçün, oxun isə qırmızı rəngli hissə üzərində dayanması hadisəsinin ehtimalını tapın. Bu hadisənin baş verməməsi ehtimalını da tapın.



Asılı olmayan və asılı hadisələr

Təcrübə 1.

Torbada 2 qırmızı, 1 sarı kürə var. Təsəvvür edin ki, siz torbadan ardıcıl iki kürə çıxarmalısınız. Hər dəfə çıxarılan kürənin rəngini qeyd edin və kürəni yenidən torbaya qaytarın. Rənglərin baş hərfi ilə qeyd etməklə mümkün hadisələrin sayını tapmaq üçün şaxələnmə diaqramını tamamlayın. Ardıcıl qırmızı kürənin çıxma ehtimalını tapın.



İkinci çəkimdə çıxan kürənin rəngi birinci çəkimdə çıxan kürənin rəngindən asılıdır mı?

Asılı olmayan hadisələr

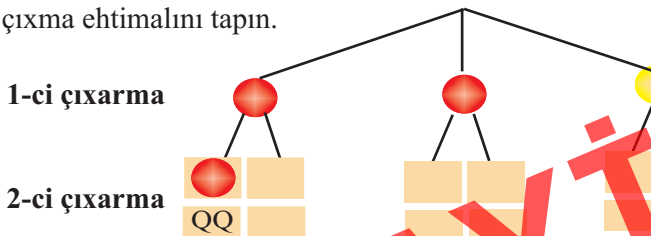
Bir hadisənin baş verməsi digər hadisənin baş verməsi imkanlarına təsir etmirsə, belə hadisələrə **asılı olmayan hadisələr** deyilir. Məsələn, zər və qəpik pul eyni zamanda atıldıqda zərdə hansı üzün düşməsi qəpik pulun xəritə və ya rəqəm üzünün düşməsi hadisəsindən asılı deyil.

Asılı olmayan iki və daha çox hadisənin ehtimalı bu hadisələrin ehtimalları hasilinə bərabərdir: $P(A \text{ və } B) = P(A) \cdot P(B)$ düsturunu $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ kimi də yazılır. Oxşar qayda ilə üç asılı olmayan hadisə üçün:

$$P(A, B \text{ və } C) = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C)$$

Təcrübə 2.

Təsəvvür edin ki, torbada yenə də 2 qırmızı və 1 sarı kürə var. Siz hər dəfə torbadan bir kürə çıxarıb rəngini qeyd edirsiniz, lakin kürəni torbaya qaytarmırsınız. Rənglərin baş hərfi ilə qeyd etməklə mümkün elementar hadisələrin sayını tapmaq üçün şaxələnmə diaqramını tamamlayın. Ardıcıl qırmızı kürə çıxma ehtimalını tapın.



İkinci çəkimdə çıxan kürənin rəngi birinci çəkimdə çıxan kürənin rəngindən asılıdır mı?

Asılı hadisələr

Bir hadisənin baş verməsi digər hadisənin baş verməsi imkanlarına təsir edirsə, bu hadisələrə **asılı hadisələr** deyilir. Məsələn, torbadakı 100 kartdan 10 kart hədiyyəlidir, 1-ci çəkiddən bir nəfərin hədiyyəli kartı çıxarması, digər şəxsin hədiyyəli kartı çıxarma hadisəsinə təsir edir.

İki asılı A və B hadisəsinin ehtimalı A hadisəsinin ehtimalı ilə A hadisəsi baş verdikdən sonra B hadisəsinin baş verməsi ehtimalı hasilinə bərabərdir.

$$P(A \text{ və } B) = P(A) \cdot P(A \text{ hadisəsindən sonra } B\text{-nin baş verməsi})$$

Asılı olmayan və asılı hadisələr

Nümunə 1. Asılı olmayan hadisə. Metal pul və zər birlikdə atılır. Metal pulun xəritə üzünün, zərin isə sadə ədəd yazılan üzünün düşməsi hadisəsinin ehtimalını hesablayın.



Həlli: Metal pulun xəritə üzünün düşməsi hadisəsinin ehtimalı:

$$P(\text{xəritə}) = \frac{1}{2}; \text{ zəri atdıqda sadə (2, 3, 5) ədədin düşməsi ehtimalı:}$$

$$P(\text{sadə}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}; \quad P(\text{xəritə və sadə}) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4};$$

Xəritə və sadə ədədin düşməsi ehtimalı $\frac{1}{4}$, 0,25 və ya 25% -dir.

Nümunə 2. Asılı hadisə. Teleşou üçün oyunçular 100 nəfər tamaşaçı arasından təsadüfi seçilir. Teymurun 5 qohumu və 9 nəfər sinif yoldaşı verilişi studiyada seyr edir. İlk seçimdə Teymurun qohumlarından birinin, ikinci seçimdə isə sinif yoldaşlarından birinin seçilmə ehtimalı neçədir?

Həlli: İlk seçimdə qohumların seçim ehtimalı: $P(\text{qohum}) = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

İkinci seçimdə dostlarının seçim ehtimalı: $P(\text{qohumdan sonra dost}) = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$

İki asılı hadisənin ehtimalını hesablama düsturundan istifadə etməklə Teymurun qohumunun və sinif yoldaşının seçilənlər arasında ilk olaraq ardıcıl çağırılma hadisəsinin ehtimalını hesablaya bilərik.

$$P(\text{qohum və dost}) = P(\text{qohum}) \cdot P(\text{qohumdan sonra dost})$$

$$P(\text{qohum və dost}) = \frac{1}{20} \cdot \frac{1}{11} = \frac{1}{220}$$

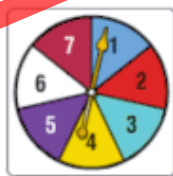
1 Aşağıdakı hadisələrdən hansılar asılı olmayan, hansılar asılı hadisələrdir?

- Metall pulu iki dəfə ardıcıl atdıqda hər dəfə xəritə üzünün düşməsi;
- Qutudakı kartlardan geriye qaytarmamaq şərtlə ardıcıl iki kart çıxardıqda bu kartların eyni rəngdə olması.

2 Torbada 4 qırmızı, 3 yaşıl, 2 sarı və 1 mavi kürə var. Siz dalbadal iki kürə çıxardınız. Aşağıdakı şərtlərə görə ehtimalı hesablayın. Hansı halda hadisələr asılı, hansı halda asılı olmayandır?

- Yerinə qaytarmadan P (qırmızı və yaşıl)
- Yerinə qaytarmaqla P (sarı, sarı)
- Yerinə qaytarmadan P (qırmızı və mavi)
- Yerinə qaytarmaqla P (yaşıl və qırmızı)
- Yerinə qaytarmadan P (mavi və yaşıl)
- Yerinə qaytarmaqla P (qırmızı, qırmızı)

3 Hər iki çərxi-fələk taxtası fırladıldı. Hər iki oxun cüt ədəd göstərməsi ehtimalını tapın.



Asılı olmayan və asılı hadisələr

- 4» Uduş qazanmaq üçün birinci Fidan cəhd etdi. Onun kinoya bilet qazanması ehtimalını tapın. Sonra Ülkər cəhd etdi. Həm Fidanın həm də Ülkərin kinoya bilet qazanması ehtimalını tapın.

Prizlər	Sayı
Kinoya bilet	4
İdman köynəyi	8
Musiqi CD-ləri	5

- 5» Üzərində müxtəlif ədədlər yazılmış kartlar masa üzərində üzüəşağı yığılmışdır. Kartlardan əvvəlcə birini, sonra isə digərini götürsəniz:
a) hər iki kartda cüt ədədin olması ehtimalını;
b) kartlardan birində 6-dan böyük, digərində isə 6-dan kiçik ədədin olması ehtimalını tapın.



- 6» Üzərində A, B, C, D, E hərfləri yazılmış çərxi-fələk taxtasını 50 dəfə fırlatmanın nəticələri (oxun hər bir hərfin üzərində neçə dəfə dayandığı) verilmişdir.
a) Hər bir hadisə üçün təcrübi ehtimalı tapın.
1) P(E); 2) P(A və ya B); 3) P(D-də dayanmama)
4) P(samit) 5) P(A və ya C-də dayanmama)
b) Oxun E hərfinin üzərində dayanmasının nəzəri ehtimalı neçədir? Təcrübi və nəzəri ehtimalı müqayisə edin.

Hərflər	Tezlik
A	8
B	12
C	10
D	9
E	11

- 7» Leyla, Günel, Ülkər və Günay zər atmaqla öz aralarından kimin kitab rəfini qaydaya salacağını müəyyən etməyi şərtləşdilər. Kimdə ən böyük xal düşərsə, kitab rəfini o yığışdıracaq, ən böyük xallar eyni olduqda isə işi birlikdə görəcəklər. Günel, Ülkər və Günay uyğun olaraq 5, 3 və 4 atmışlar.
1) Rəfi: a) qaydaya salan; b) qaydaya salmayan şəxsin və ya şəxslərdən birinin Leyla olması ehtimalı nə qədərdir? 2) Leyla və Günelin birlikdə bu işi görməsi ehtimalı nə qədərdir?

- 8» Müəllim sinfi iki qrupa ayıraraq təsadüfi seçimlə şagirdlər arasından hər qrupa bir lider seçməlidir. Leylanın qrup lideri olması şansı $\frac{1}{15}$ -dir. Həm Leylanın, həm də onun ən yaxın rəfiqəsinin seçilməsi ehtimalı isə $\frac{1}{165}$ -dir.
1) Leylanın rəfiqəsinin lider seçilməsi ehtimalını tapın.
2) Leylagilin sinfində neçə şagird var?

- 9» Bir dayanacaqda 200 avtomobildən 120-nin işıqlandırma sistemində, digərində isə 150 avtomobilin 80-nin mühərrikində nasazlıq var. Dayanacaqların hərəsindən bir avtomobil seçilir. Seçilmiş avtomobillərdən birinin mühərrikində, digərinin isə işıqlandırma sistemində nasazlıq olma ehtimalı nə qədərdir?

- 10» **Açıq tipli sual.** Torbada 3 müxtəlif rəngdə olmaqla 9 kürə var. Təsadüfi olaraq yerinə qaytarılmadan dalbadal 2 kürə götürülməsi hadisəsinə aid elə məsələ yazın ki, bu hadisənin baş verməsi ehtimalı $\frac{1}{6}$ olsun.

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1» Cədvələ görə bir şorba, bir xörək və bir desertdən ibarət nahar yeməyi seçimi üçün mümkün variantların sayını müəyyən edin.

Şorbalar	Xörəklər	Desert
Toyuq şorbası Ət şorbası	Kotlet Qızarmış balıq Dolma	Kəmə Paxlava

- 2» Cədvəldə məktəb kitabxanasındakı kitablar haqqında məlumat verilmişdir. Aşağıdakı hadisələrin ehtimalını tapın.

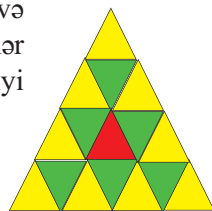
- 1) Təsədüfən seçilmiş kitabın bərk cildə, rəngli, hekayə kitabı olması;
- 2) Təsədüfən seçilmiş kitabın ağ-qara, şeir kitabı olması;
- 3) Təsədüfən seçilmiş kitabın yumşaq cildə olması.

		Rəngli	Ağ-qara
Bərk cild	Hekayə	120	350
	Şeir	90	230
Yumşaq cild	Hekayə	450	500
	Şeir	220	280

- 3» Üçbucaqşəkilli hədəf konqruyent üçbucaqlara bölünmüş və şəkillərdəki kimi rənglənmişdir. Atıcı dalbadal iki atəş açdı və hər ikisində hədəfi vurdu. 1-ci və 2-ci atəşdə güllənin dəydiyi üçbucağın rənginə görə mümkün halları sadalayın.

Ehtimalı hesablayın:

- a) P (sarı, sarı); b) P (sarı, qırmızı); c) P (sarı, yaşıl).



- 4» Anar aşağıdakı test suallarının cavabını bilmir və təsadüfi seçmə ilə cavablardan birini işarələdi. Hər sualın 4 cavab variantı vardır. Anarın:
- a) hər üç suala düzgün cavab verməsi ehtimalı;
 - b) hər üç suala səhv cavab verməsi ehtimalı;
 - c) bir suala doğru, digər ikisinə isə səhv cavab verməsi ehtimalı;
 - d) iki suala doğru, birinə isə səhv cavab verməsi ehtimalı nə qədərdir?

Bu suallara siz də cavab verin.

1) Azərbaycan Respublikası müstəqilliyini ilk dəfə neçənci ildə qazanmışdır?

- a) 1928 b) 1905 c) 1918 d) 1920

2) Fətəli xan Xoyskiyə aid olmayan hansıdır?

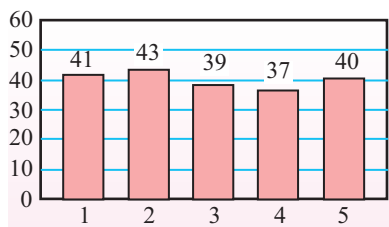
- a) Azərbaycan Demokratik Respublikasının maliyyə naziri
- b) Azərbaycan Demokratik Respublikasının xarici işlər naziri
- c) Azərbaycan Demokratik Respublikasının daxili işlər naziri
- d) Rus Dövlət Duması deputatı

3) "Ölkəm" romansının bəstəkarı kimdir?

- a) Cahangir Cahangirov b) Asəf Zeynallı c) Niyazi d) Fikrət Əmirov

Ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 5) 1) Şəkiləki çərxi-fələk taxtası 200 dəfə fırladılmış, nəticələr barqrafda verildiyi kimi olmuşdur. Bu nəticələrə görə aşağıdakı hadisələrin nəzəri və təcrübi ehtimalını müqayisə edin.



- 1) 5-in üzərində dayanma;
 2) 2-nin üzərində dayanma;
 3) 3-dən böyük ədəd üzərində dayanma



Təcrübi və ya nəzəri ehtimaldan istifadə etməklə 20 000 dəfə aparılmış sınaq üçün 3-ün üzərində dayanma sayları haqqında proqnoz verə bilərsinizmi?

- 6) Verilənlərə görə tələb olunan çoxluqların elementlərinin sayını tapın.
 a) $n(A \setminus B) = 6$, $n(B \setminus A) = 7$, $n(A \cup B) = 17$ olarsa, $n(A \cap B) = ?$
 b) $n(A) = 10$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cup B) = 18$, $n(B \setminus A) = ?$

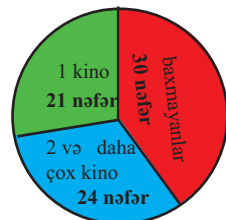
- 7) Hansı ədədlər cütü bir hadisənin baş verməsi və verməməsi ehtimalını əks etdirmir?

- 1) $\frac{5}{8}$ və $\frac{3}{8}$ 2) $\frac{4}{6}$ və $\frac{1}{3}$ 3) 0,875 və $\frac{1}{8}$ 4) 0,65 və 0,55

- 8) Məktəbdə təsadüfi seçilmiş şagirdlər arasında “Həftədə neçə kinoya baxırsan?” sualı ilə araşdırma aparıldı. Nəticə dairəvi diaqramda verildiyi kimi oldu.

a) Bu məktəbdə 1500 şagird oxuyursa, həftədə 1 kinoya baxmış şagirdlərin sayı neçə nəfər ola bilər?

b) 75 şagirddən təsadüfi seçilmiş iki nəfərdən birinin 1 kinoya, digərinin isə 2 və daha çox kinoya baxmış olmasının ehtimalını tapın.



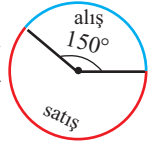
- 9) Qutuya baxmadan Aslan bir qələm götürdü. Aslan-dan sonra Emin də bir qələm götürdü. Hər ikisinin göy rəngli qələm götürməsi ehtimallarını hesablayın.

- 10) Ədədi orta 14-ə bərabərdir. Elə iki ədədi məlumat əlavə edin ki, ədədi orta dəyişməsin.

- 11) Bir dükanda çalışanların maaşı aşağıdakı kimidir: 250 ₼; 200 ₼; 240 ₼; 2500 ₼. Aylıq orta maaş neçə manatdır? Bu göstərici bütün işçilərin maaşı haqqında düzgün məlumat verirmi?

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 1) Dairəvi diaqram çantanın mağaza üçün alış və satış qiyməti arasındakı (münasibəti) fərqi göstərir. Diaqrama görə 80 manata alınmış bir çantadan neçə manat gəlir əldə edilmişdir.



- 2) Tam kvadrat ayırmaqla tənlikləri həll edin.

$$1) x^2 + 17x - 200 = 13x - 60$$

$$5) 2x^2 - 12x + 14 = 0$$

$$2) x^2 + 1,8x - 0,4 = 0$$

$$6) -4x^2 + 21x = x + 11$$

$$3) x^2 + 1\frac{1}{3}x = 2x + 1\frac{7}{9}$$

$$7) 0,4x^2 + 0,7x = 0,3x - 0,2$$

$$4) x^2 + 1,2x - 0,13 = 0$$

$$8) \frac{x^2}{24} - \frac{x}{2} + \frac{3}{2} = 0$$

- 3) Əvvəlcə tənlikləri nəzərdən keçirin. Seçdiyiniz həll üsuluna görə aşağıdakı qruplara ayırın və həll edin.

1) vuruqlarına ayırmaqla 2) tam kvadrat ayırmaqla

$$x^2 + 12x + 35 = 0$$

$$0,01x^2 - 0,22x + 0,9 = 0$$

$$x^2 - 6x - 15 = 0$$

$$4x^2 - 36 = 0$$

$$4(x + 8)^2 = 144$$

$$3x^2 - 2x = 6 - x$$

$$2x^2 + 9x + 7 = 0$$

$$\frac{x^2}{4} - \frac{4x^2}{20} = 5$$

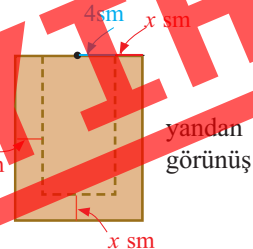
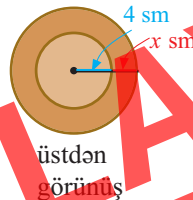
$$3x^2 + 10x + 3 = 0$$

$$9(x - 3)^2 = 225$$

$$7x^2 - 10x - 55 = 100 + 2x^2$$

- 4) Turistlər bazalarından 8 km şimala, 9 km şərqə, 4 km yenidən şimala doğru hərəkət etdikdən sonra yeni düşərgə saldılar. Turistlərin bazası ilə yeni düşərgə arasındakı birbaşa yol neçə kilometrdir?

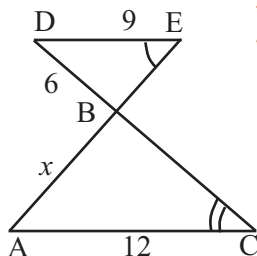
- 5) Texnologiya dərində qələmdən düzəltmək üçün hər bir şagirdə həcmi 300 cm^3 olan bir topa gil verildi. Şagirdlər bütün gildən istifadə etməklə hündürlüyü 10 sm, daxili radiusu 4 sm olan silindr formalı qələmdən düzəltmək istəsələr, onun divarının qalınlığı təxminən neçə santimetr olacaq? Göstəriş: Əvvəlcə şəkilləri dəftərinizdə çəkin, gilin həcmnin hansı iki silindrin həcmələri fərqi ilə bərabər olduğunu müəyyən edin.



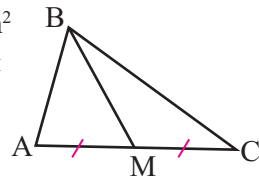
- 6) Fermada A cinsindən 120, B cinsindən 180 inək var. Fermer inəklərin südünün yağlılığını yoxlamaq üçün 50 inək seçməlidir. O, hər cinsdən neçə inək seçsə, daha düzgün nəticəyə gələr?

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 7» Verilir:**
 $\angle C \cong \angle E$
 $AC = 12$
 $DE = 9$,
 $DB = 6$
Tapın: AB



- 8» Verilir:** $\triangle ABC$
 BM medianıdır.
 $S_{\triangle ABC} = 48 \text{ sm}^2$
Tapın: $S_{\triangle ABM}$



- 9» İfadələrin qiymətini tapın.**

a) $\frac{4^2 \cdot 4^{-1} \cdot 5^{-2}}{4^3 \cdot 5^{-3} \cdot 5^0}$ b) $\frac{8^{-3} \cdot 9^{-2} \cdot 4^0}{3^{-4} \cdot 8^{-5} \cdot 4^{-1}}$ c) $\frac{0,1^{-3} \cdot 0,01^{-2}}{0,1^{-6} \cdot 0,01^3}$ d) $\frac{0,2^{-3} \cdot 0,3^{-2}}{0,04^{-1} \cdot 0,09^3}$

- 10»** 1) $a = \sqrt{b} = 2$, olarsa, $\left(\frac{b\sqrt{b}}{a^4}\right)^{-a}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

- 2) $a = \frac{2}{3}$ və $b = 9$ olarsa, $(a\sqrt{b})^{-ab}$ ifadəsinin qiymətini tapın.

- 11»** Trapesiya yalnız iki qarşı tərəfi paralel olan dördbucaqlıdır. Təpələri koordinat müstəvisi üzərində $A(1;-3)$, $B(2;7)$, $C(3;9)$, $D(5;5)$ nöqtələrində yerləşən ABCD dördbucaqlısının trapesiya olduğunu yoxlayın.

- 12»** Verilmiş nöqtələrdən keçən iki düz xətdən hansılarının paralel, hansılarının perpendikulyar olduğunu müəyyən edin.

- a) Düz xətt 1. $A(-1, 9)$ və $B(-6, -6)$ b) Düz xətt 1. $A(4, -3)$ və $B(-8, 1)$
 Düz xətt 2. $C(-7, -23)$ və $D(0, -2)$ Düz xətt 2. $C(5, 11)$ və $D(8, 20)$
 c) Düz xətt 1. $A(3, -10)$ və $B(2, -10)$ d) Düz xətt 1. $A(0, 3)$ və $B(0, -7)$
 Düz xətt 2. $C(-6, 8)$ və $D(2, 12)$ Düz xətt 2. $C(-6, -4)$ və $D(12, -4)$

- 13»** Mağazada eyni ərzaq üçün aşağıdakı kimi 4 müxtəlif təklif var. Bu təkliflərdən hansında qiymət ən bahadır?

1) İkisini al, birini ödə

2) Birini al, ikincisinə 25% endirim qazan

3) İkisini al, üçüncü havayı olsun

4) İkisini alan, üçüncüsünü 50% endirimlə ödəyəcək

- 14»** Bərabərliyin doğruluğunu göstərin.

$$\sqrt{10 + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60}} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

15» Verilir: $\triangle ABC$

$EF \parallel AC$

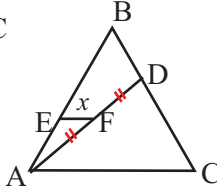
$AF \cong FD$

$BD = \frac{2}{3}DC$

$AC = 10 \text{ sm}$

Tapın: $EF = ?$

Həll üçün plan: $\triangle ADC$ -nin orta xəttini çəkin və üçbucaqların oxşarlığından istifadə edin.



16» Verilir: $\triangle ABC$

$DEFH$ düzbucaqlı

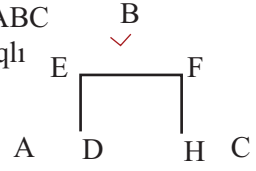
$DH = 2 \cdot HF$

$AB = 3 \text{ sm}$

$BC = 4 \text{ sm}$

Tapın: $EF = ?$

Həll üçün plan: $\triangle ABC \sim \triangle EBH \sim \triangle ADE \sim \triangle FHC$ olduğundan istifadə edin.



17» A nöqtəsi ədəd oxu üzərində $\sqrt{205}$ -dən kiçik ən böyük tam ədədə, B nöqtəsi $\sqrt{45}$ -dən böyük ən kiçik tam ədədə uyğundur. A və B nöqtələri arasındakı məsafəni tapın.

18» Lalə siniflərində 10 nəfər arasında kimin pişiyi, kimin iti olduğu haqqında sorğu aparmışdır. Sorğuda iştirak edənlərin 40%-nin pişiyi, 30%-nin iti, 10%-nin həm pişiyi, həm də iti var. Bu məlumatlara görə cədvəli doldurun.

	İti var	İti yoxdur	Cəmi
Pişiyi var	☐	☐	☐
Pişiyi yoxdur	☐	☐	☐
Cəmi	☐	☐	☐

19» Detalın 1:25 miqyası ilə çəkilməmiş şəkildəki ölçüsü 18 sm-dir. Detalın həqiqi ölçüsünü tapın.

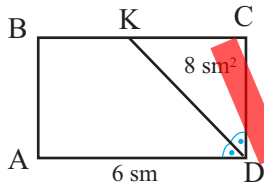
20» 480 kq çiyələyi eyni sürətlə işləyən 20 işçi 8 saata yığır. 360 kq çiyələyi 5 saatda yığmaq üçün həmin sürətlə işləyən neçə işçi lazımdır?

21» Verilir: ABCD düzbucaqlıdır.
DK tənböləndir ($\angle D$ -nin)

$AD = 6 \text{ sm}$

$S_{\triangle DCK} = 8 \text{ sm}^2$

Tapın: S_{ABCD}



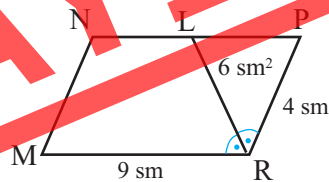
22» Verilir: MNPR paraleloqram.

RL tənböləndir ($\angle R$ -in)

$MR = 9 \text{ sm}$, $RP = 4 \text{ sm}$

$S_{\triangle LPR} = 6 \text{ sm}^2$

Tapın: S_{MNPR}

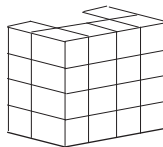


23» Torbada eyni ölçülü 18 sarı, 8 qırmızı kürə var. Torbadan təsadüfən 1 kürə çıxarıldı və yerinə qaytarılmadı. Daha bir kürə çıxarılsa, kürələrin hər ikisinin: a) sarı; b) qırmızı rəngdə olması ehtimalını tapın.

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

- 24»** Şəkildəki fiqurun üstdən görünüşünün mümkün 4 variantını çəkin. Mümkün bir görünüş nümunə üçün verilmişdir. Fiquru təşkil edən hər bir kiçik kubun həcmi 1 kub vahiddir. a) Fiqurun ən böyük və ən kiçik həcmi kub vahidlərlə yazın. b) Fiqurun tam səthinin ən böyük və ən kiçik qiymətlərini kvadrat vahidlərlə ifadə edin.

Yuxarıdan görünüş -1



- 25»** Gülarə Yeni il şənliyində iştirak edəcək 80 nəfər iştirakçı üçün ilin rəmzi olan heyvanın fiqurunu almalıdır. Fiqurlar hər birində 18 ədəd olmaqla qutularda satılır. Gülarənin alacağı qutuların sayını n ilə işarə edin və uyğun bərabərsizliyi yazın.

- 26»** Tənlikləri həll edin.

a) $\frac{3}{x+5} = \frac{2x}{x^2-x}$

b) $\frac{x}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 2\frac{1}{2}$

c) $x^2 + x + 1 = \frac{5}{x^2 + x + 1}$

- 27»** Aşağıdakı ifadələrdən hansı çoxhədlidir?

$\frac{5}{x-1} - \frac{1}{x^2} - 3$

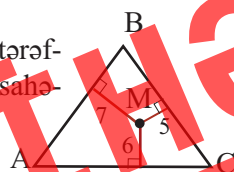
$\frac{\sqrt{x-1}}{5} - \frac{1}{x^2} - 3$

$\frac{x-1}{5} - x^2 - 3$

$\frac{x-1}{5} - \sqrt{x} - 3$

- 28»** İnternet provayderinin verdiyi məlumata görə il ərzində $1,2 \cdot 10^8$ sayda e-mail ötürülmüşdür. Bu 5 il əvvəlki e-maillərin sayı ilə müqayisədə 100 dəfə çoxdur. 5 il əvvəl neçə e-mail ötürülmüşdür? Artım bu sürətlə davam edərsə, 2 il sonra şirkət neçə e-mail ötürər?

- 29»** Bərabərtərəfli üçbucağın daxilində götürülmüş nöqtədən tərəflərinə qədər məsafələr 5 m, 6 m, 7 m-dir. Bu üçbucağın sahəsini tapın.



- 30»** Verilən ədədlər arasından ən kiçiyini seçin.

a) $0,02 \cdot 10^4$

b) $0,2 \cdot 10^3$

c) $2,0 \cdot 10^{-2}$

d) $20,0 \cdot 10^2$

e) $0,002 \cdot 10^5$

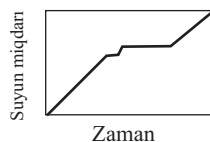
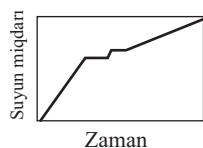
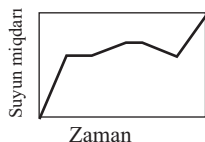
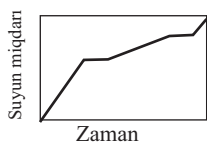
- 31»** Uzunluğu 2000 m olan dairəvi qaçış yolunda iki idmançı eyni istiqamətdə hərəkət edərlərsə, 20 dəqiqədən bir, əks istiqamətlərdə hərəkət edərlərsə, 6 dəqiqədən bir görüşürlər. Bu idmançıların hər birinin sürəti dəqiqədə neçə metrdir?

Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

32» Qaçış yolunun kənarında hər 20 metrədən bir dirəklər basdırılmışdır. Qaçışa 1-ci dirəyin yanından başlayan idmançı 4-cü dirəyin yanına 9 saniyəyə çatarsa, 6-cı dirəyə qədər məsafəni neçə saniyəyə qət edər?

33» Cəmil həyətlərindəki hovuzu su ilə doldurdu. Verilən məlumatlara görə hansı qrafik hovuzda tökülən suyun həcmi ilə hovuzun dolması müddəti arasındakı asılılığı düzgün ifadə edir?

- əvvəlcə vahid zamanda eyni miqdarda olmaqla müəyyən müddət su axıtdı;
- bir müddət kranı bağladı;
- kranı açdı, lakin əvvəlkindən daha az miqdarda olmaqla su axıtdı;
- yenidən kranı müəyyən müddətə bağladı;
- kranı açdı və müəyyən müddətdə krandan ilk dəfə olduğu kimi su axıtdı.



34» a) Zürafənin kütləsi təxminən 10^3 kq, mavi balinanın kütləsi isə $2 \cdot 10^5$ kq-dır. Balina zürafədən neçə dəfə ağırdır?

b) Arının kütləsi təxminən $3 \cdot 10^{-4}$ kq, filin kütləsi $6,5 \cdot 10^3$ kq-dır. Arı fildən neçə dəfə yüngüldür?

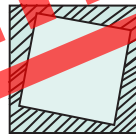
c) Qarışqanın kütləsi təxminən $3 \cdot 10^{-6}$ kq-dır. Qarışqa öz kütləsindən 20 dəfə ağır olan kütləni qaldıra bilər. Bu kütləni göstərən ədədi standart şəkildə yazın.



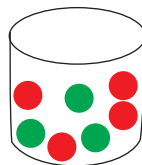
35» Tili $\sqrt{12}$ vahid olan kubun həcmi tili $\sqrt{3}$ olan kubun həcmindən neçə dəfə böyükdür?

36» $x = 2$ və $y = -2$ olduqda $(x^{-y}) \cdot (2x^y) \cdot (3y^x)$ ifadəsinin qiymətini hesablayın.

37» Kiçik kvadratin perimetri 72 sm, ştrixlənmiş hissənin sahəsi isə 252 sm^2 -dir. Böyük kvadratin perimetri neçə santimetrdir?

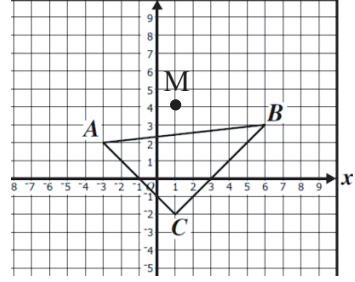


38» 1) Qutudan təsadüfən bir kürə çıxarılır. Onun:
a) yaşıl rəngdə; b) qırmızı rəngdə; c) yaşıl və ya qırmızı rəngdə olması ehtimalını tapın.
2) Qutudan təsadüfən iki kürə çıxarılır. Onların:
a) hər ikisinin qırmızı olması;
b) müxtəlif rəngli olması ehtimalını tapın.

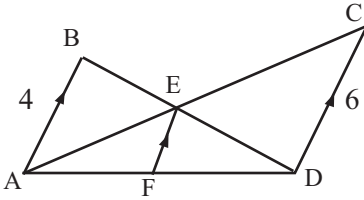


Bölmələr üzrə ümumiləşdirici tapşırıqlar

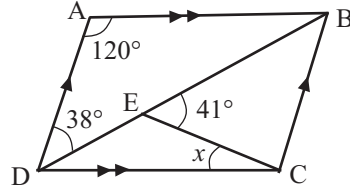
- 39»** M nöqtəsinə nəzərən ABC üçbucağı ilə simmetrik olan üçbucağı qurun və onun təpə nöqtələrinin koordinatlarını yazın.



- 40»** Şəkilə verilənlərə görə EF parçasının uzunluğunu tapın.



- 41»** Şəkilə verilənlərə görə x bucağını tapın.

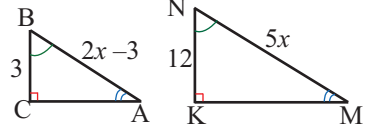


- 42»** Bərabərsizlikləri həlli edin.

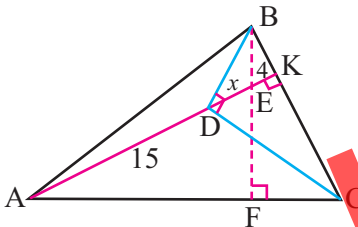
a) $(1 - \sqrt{2})(x - 2) < 2 - \sqrt{8}$

b) $|2 + |x - 3|| < 5$

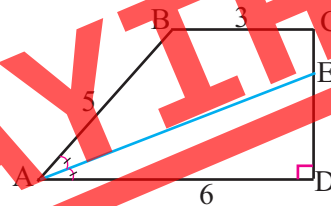
- 43»** Şəkilə verilənlərə görə üçbucaqların perimetrlərini və sahələrini tapın.



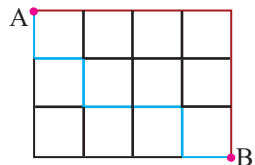
- 44»** E nöqtəsi $\triangle ABC$ -nin hündürlüklərinin kəsişmə nöqtəsidir. $AD=15$, $EK=4$, $\angle BDC=90^\circ$ olarsa, DE parçasının uzunluğunu tapın.



- 45»** ABCD düzbucaqlı trapesiyasında $\angle A$ -nın tənböləni CD tərəfini E nöqtəsində kəsir. Şəkilə verilənlərə görə ABCE dördbucaqlısının sahəsini tapın

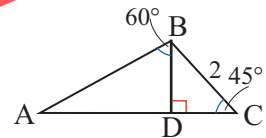


- 46»** Şəkilə verilmiş şəbəkə xətləri üzrə A nöqtəsindən B-yə ən qısa yolla hərəkət edilir (bu yollardan ikisi rəngli xətlərlə göstərilmişdir). Bunu neçə müxtəlif üsulla etmək mümkündür?



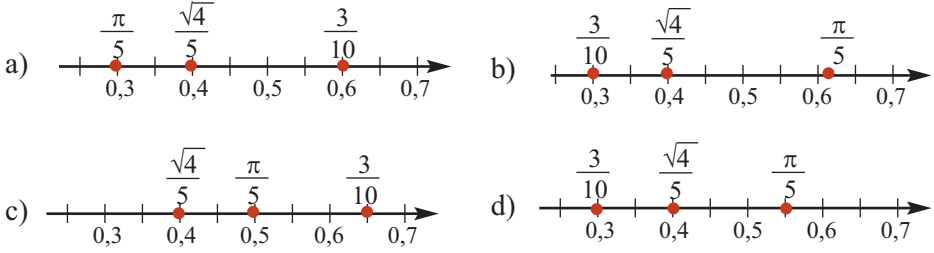
Özünüzü yoxlayın

- 1) $13 < a < 18$, $c = \frac{a+18}{a}$ və $d = \frac{a+13}{13}$ olduğuna görə hansı təklif doğrudur?
 a) d -nin qiyməti c -nin qiymətindən böyükdür
 b) c -nin qiyməti d -nin qiymətindən böyükdür
 c) c və d -nin qiymətləri bərabərdir
 d) verilən məlumatlara görə onları müqayisə etmək mümkün deyil
- 2) Əgər $x = 3^2$ olarsa, x^x ifadəsinin qiyməti neçəyə bərabər olar?
 a) 3^2 b) 3^{18} c) 3^8 d) 3^9
- 3) 1. $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ və 2. $\sqrt{x+2\sqrt{xy}+y}$ ifadələrində $x > 0$ və $y > 0$. Aşağıdakı təkliflərdən hansı doğrudur?
 a) 1-cinin qiyməti kiçikdir b) 2-cinin qiyməti kiçikdir
 c) qiymətləri bərabərdir d) müqayisə etmək mümkün deyil
- 4) Hansı ifadə çevrəsinin uzunluğu l olan dairənin sahəsini ifadə edir?
 a) $\frac{l}{4\pi}$ b) $\frac{l^2}{4\pi}$ c) $\frac{l^2}{2\pi}$ d) $\frac{l}{2\pi}$
- 5) $\frac{ab}{x} = \sqrt{a}$ olarsa, $\frac{x}{\sqrt{b}}$ nisbətinə hansı uyğundur?
 a) $\sqrt{2ab}$ b) $\sqrt{\frac{a}{b}}$ c) $\sqrt{b}$ d) $\sqrt{ab}$
- 6) Fərəh və İlqar müəyyən məsafəyə qaçış üzrə yarışirlar. Fərəh qaçış yolunun $\frac{3}{4}$ hissəsini 30 dəqiqədə tamamladı. İlqarın qaçış yolunun $\frac{2}{3}$ hissəsinə sərf etdiyi vaxt Fərəhin qaçış yolunun $\frac{5}{8}$ hissəsinə sərf etdiyi vaxtın $\frac{4}{5}$ hissəsi qədərdir. Bu məlumatlara görə hansılar doğrudur?
 a) Fərəh daha sürətlə qaçır. b) İlqar daha sürətlə qaçır.
 c) Onların sürətləri bərabərdir. d) İlqar məsafəni 30 dəqiqəyə qaçır.
- 7) Avtomobil 11 dəqiqədə 15 km yol qət etdi. Avtomobilin bir saatdakı orta sürətini (x km/saat) hansı bərabərsizlik düzgün ifadə edir?
 a) $50 \leq x < 60$ b) $60 \leq x < 70$ c) $80 \leq x < 90$ d) $90 \leq x < 100$
- 8) Birrəqəmli sadə ədədlərdən təsadüfən ikisi seçilir. Onların cəminin sadə ədəd olması ehtimalını tapın.
 a) 0 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{5}{6}$ d) 1
- 9) Şəkilə verilənlərə görə AC-nin uzunluğu ilə $\sqrt{10}$ -nün müqayisəsi haqqında deyilmiş hansı fikir doğrudur?
 a) AC-nin uzunluğu $\sqrt{10}$ -dan böyükdür.
 b) AC-nin uzunluğu $\sqrt{10}$ -dan kiçikdir.
 c) AC-nin uzunluğu $\sqrt{10}$ -a bərabərdir.
 d) verilən məlumatlara görə müqayisə etmək mümkün deyil



Özünüzü yoxlayın

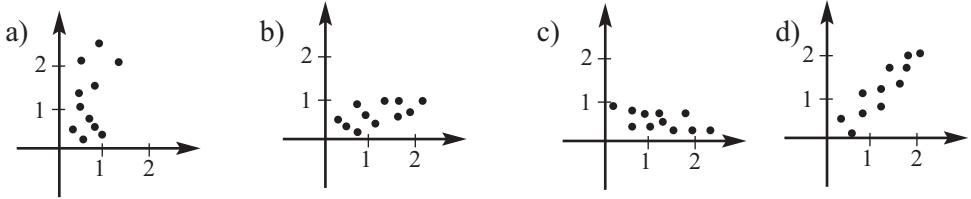
10» Hansı ədəd oxunda ədədlərin düzülüşü doğru verilmişdir?



11» $\sqrt{17}$ ilə $\sqrt{97}$ arasında yerləşən tam ədədlərin cəmi haqqında deyilmiş hansı fikir doğru deyil?

- a) İki sadə ədədin hasilidir.
- b) Tam kvadratı olan ədəddən bir vahid kiçikdir.
- c) Vuruqlarından biri $\sqrt{169}$ -a bərabərdir.
- d) 8π -dən böyükdür.

12» Hansı səpələnmə diaqramındakı məlumatları $y = \frac{1}{2}x$ funksiyasının qrafikinə uyğunlaşdıraraq təqdim etmək daha doğru olardı?



13» 6, x, 10, 2, 7, 13, və 15 ədədlərinin medianı 10-dur. Aşağıdakı ədədlərdən hansı x-in qiyməti ola bilməz?

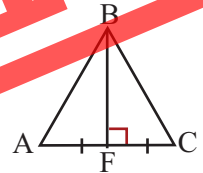
- a) 9
- b) 11
- c) 13
- d) 16

14» Düzbucaqlı üçbucağın tərəflərindən biri $\sqrt{8}$, digəri $\sqrt{10}$ -dur. Üçüncü tərəfin ən böyük qiyməti neçə ola bilər?

- a) $3\sqrt{2}$
- b) $2\sqrt{3}$
- c) $\sqrt{2}$
- d) $\sqrt{3}$

15» $\tan \angle C = \frac{3}{4}$ olarsa, $\cos \angle A$ -nın qiymətini tapın.

- a) 0,8
- b) 0,6
- c) 0,5
- d) 0,2



16» Torbada eyniölçülü 1096 kürə var. Təsadüfən çıxarılan bir kürənin qırmızı rəngli olması ehtimalı $\frac{5}{8}$ olarsa, bu torbadakı kürələrin neçəsi qırmızı deyil?

- a) 352
- b) 411
- c) 685
- d) 524

Cavablar

Kvadrat kök. İrrasional ədədlər

- səh 8-10.** №6 a) 13; b) 17; c) 4. №7 b) 6; c) 0,8 d) 0,4. №9 c) $x=25$; d) heç bir qiymətdə. №10 b) 16; d) 12. №12 c) 13; d) 17.
 №15. $a=16$ sm; $b=1,5$ km; $r=25$ m. №16. 8 sm. №18. 6 sm.
- səh 12-13.** №9 $\approx 16,7$ sm. №10 2) doğrudur; 3) yanlışdır.
- səh 14-17.** №14 ≈ 2 san. №17 $\approx 19,6$ m/san. №19 a) $\approx 178,5$ km.
- səh 19-20.** №15 a) $1,4 < \sqrt{2} < \sqrt{3} < 1,8 < \sqrt{5}$. №17 a) $r = \sqrt{\frac{8}{\pi}}$; b) $d = \sqrt{\frac{48}{\pi}}$.
- səh 21-23.** №1 b) 1,2; d) 0,3. №2 c) $2\frac{1}{4}$; d) $2\frac{1}{3}$. №3 c) $5\frac{5}{6}$. №4 d) 0,4. №5 b) 120.
 №6 c) 18; d) 6; e) 2,6. №8 c) 21; d) 42; g) 5; h) 5. №10 c) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{7}}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a}}$.
 №13 b) $\frac{7}{96}$; c) $\frac{15}{29}$. №14 24 sm². №15 24 kub vahid. №18 a) 27; c) 135.
 №20 b) $-5c$; c) $-15c$; d) $1,2c$. №21 a) $7x^3$; b) $-6x^3$. №22 a) 4; b) 3. №23 b) 2.
- səh 24-27.** №1 e) $\sqrt{6}$; f) $-6\sqrt{3}$. №2 a) $5xy\sqrt{2x}$; b) $-3xy^2\sqrt{2}$. №3 b) $-\sqrt{48}$; f) $-\sqrt{2}$.
 №4 b) $-\sqrt{3c^2}$; c) $\sqrt{2x}$; d) $-\sqrt{-2x}$. №7 a) müsbət; c) mənfi. №9 c) 0; f) $-0,8\sqrt{13}$.
 №10 d) 18; e) 3. №11 a) $-\sqrt{3}$; d) $12\sqrt{3a}$. №12 a) $4\sqrt{2x+3\sqrt{y}}$; b) $6\sqrt{3}+6\sqrt{3x}$.
 №13 d) 12; №15 b) $30\sqrt{2}$, 108. №16 c) $60\sqrt{2}$; d) $42\sqrt{2}$. №17 a) 11; b) 8; c) 6.
 №19 a) $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})$; d) $(2-\sqrt{a})(2+\sqrt{a})$. №20 b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; c) $\sqrt{5}$; d) $\sqrt{2}$.
 №21 3) $3\sqrt{2}-1$; 5) $\frac{5\sqrt{2}-1}{7}$. №22 b və c-nin. №23 3) $a < b$. №24 b) 4.
- səh 28-31.** №4 f) $-\frac{1}{9}$ g) 32; h) $-\frac{8}{27}$. №8 c) ab^3 . №9 c) $\frac{7}{12}$; d) 9. №10 $(\frac{1}{3})^{-4} > 0,8^{-2} > 1 > 2^{-5}$
 №11 f) 4. №13 c) 2; d) 3. №14 c) 8. №16 a) $2\frac{1}{4}$; d) $-\frac{125}{729}$.
 №21 b) $2,87 \cdot 10^5$; c) $6,3 \cdot 10^{-6}$. №25 c) $6,12 \cdot 10^{-8}$. №26 780 kq.
 №27 13 rəqəmli. №31 elektron. №34 b) $1,35 \cdot 10^{12}$.
- səh 32-33.** №3 a) 3. №8 $\frac{225\pi}{16}$ m². №11 a) -17; b) 4. №12 $\approx 30,6$ m/san.
 №15 $4,94 \cdot 10^{13}$. №16 a) 2,5. №17 5ab. №19 c) 2; d) $2\sqrt{3}$. №21 50 dəfə.
 №22 a) c; b) 5c. №23 a) -1; b) 5. №24 $\frac{3+\sqrt{5}}{4}$.

Pifaqor teoremi

- səh 35-37.** №7 12. №11 $\sqrt{51}$ və ya $\sqrt{149}$.
- səh 38-43.** №1 2) $\sqrt{3}$. №2 26 sm². №3 6,5. №4 2) kvadratşəkilli deyil. №5 a) 17; c) 17;
 d) $2\sqrt{2}$. №6 c) 20 m. №7 olar. №8 6; 8; 10. №10 1) $h=6$, $P=30$;
 2) $h=15$ sm; $P=70$ sm. №16 a) $r=16$, $q=16\sqrt{2}$; d) 6; f) $p=8$, $m=10$.
 №17 1) $h=2,5\sqrt{3} \approx 4,3$ (sm) №19 2) düzbucaqlı üçbucaq; 3) itibucaqlı üçbucaq.
 №21 1) 6; 3) 12; 4) 50. №22 $P=60$. №25 $\approx 2,2$ m. №27 131, 25 san.
 №28 130 km. №34 hər sonrakı addımda katet əvvəlki düzbucaqlı üçbucagın katetindən $\sqrt{2}$ dəfə kiçilir.
- səh 45.** №2 1) $y=15$ CE= $5\sqrt{3}$. №3 2) $x=6\sqrt{2}$; 3) $y=12$, $x=12\sqrt{3}$; 4) $x=20$.
 №5 a) $h=-\frac{a\sqrt{3}}{2}$. №6 16,9 sm. №7 88 mm. №9 R=10 sm.

Kvadrat tənliklər

- səh 47-49.** №5 3) ± 5 , 7) 0; $\frac{1}{6}$. №6 a) $\pm \sqrt{2}$, b) ± 15 , f) -2; 0.
 №10 b) $\pm \frac{1}{2}$ d) ± 1 . №11 6sm. №12 2) 50m; 3) $R=4$ sm №13 2) $a=R\sqrt{\pi}$
- səh 50-54.** №3 2) $-\frac{1}{2}$, -2; 3) -1, $-\frac{1}{3}$. №10 2) -12; 3. №12 3 sm. №13 1m. №16 1) -1; $\frac{1}{6}$,

Cavablar

5) $-1; 2\frac{3}{4}, 8; \frac{1}{2}; -3$. №18 $400\text{m} \times 900\text{m}$. №19 $0,5\text{m}$. №20 80 sm . №22 1sm .

№23 $8\text{ch}^{\text{'}}h \approx 2\text{ m } 40\text{ sm}$, $6\text{ch}^{\text{'}}h \approx 1\text{ m } 80\text{ sm}$.

səh 55-56. №3 g) 2; 18, i) -3 ; 4. №4 e) -2 ; 8, f) $0,5$; 1. №5 5% .

səh 60-62. №2 d) 1; 3,5. №3 a) 3; 5, b) -4 ; -10 . №5 a) 5 və 6, c) $\frac{1}{2}$ və 2. №8 1) 7 və 12, 2) -1 və ya 5. №9 9sm . №12 $6\text{m} \times 7\text{m}$. №15 a) $1\frac{2}{3}$; 3, c) $\frac{1}{5}$; 3, e) -4 ; $-6\frac{2}{3}$.

№18 a) -5 ; -1 , f) 6; -2 . №20 50 kitab. №23 7-yə.

№24 a) $6\text{sm} \times 5\text{sm} \times 4\text{sm}$, b) 148sm^2 . №25 $b=10\text{m}$, $a=30\text{ m}$, $c=10\text{ m}$

səh 63-65. №3 1) $x_2=-5$, $p=-2$; 3) $b=-12$, $x_2=2$; 4) $q=35$. №4 a) $-0,6$; b) 19; c) $-3,8$.

№8 1) 52; 2) 2,5. №11 $m=3$. №12 $n=15$. №13 a) $n=\pm 6$.

№14 1) a) $n=2$; b) $n=\frac{1}{4}$, 2) $n=5,75$.

səh 66. №1 1) -11 ; 4, 3) -2 ; -1 ; 2; 3. 6) ± 1 ; ± 2 . №2 b) 9. №3 a) ± 1 ; ± 2 , b) ± 1 . №8 72m .

səh 67-68. №1 32 sm . №3 13sm . №4 10 nəfər. №5 24 km/saat və 32km/saat . №6 10m .

№7 15 km/saat və 20 km/ saat . №8 $9\text{m} \times 12\text{m}$. №11 20%

səh 69-70. №5 $\approx 30\text{sm}^2$. №7 26 sıra. №9 $m = 2\frac{1}{4}$. №11 $\approx 2,4\text{san}$. №12 $6\text{m} \times 8\text{m}$.
№14 $\approx 14,8\text{ m/san}$.

Dördbucaqlılar

səh 72-74. №6 a) $100^\circ, 95^\circ, 75^\circ, 90^\circ$ və $80^\circ, 85^\circ, 105^\circ, 90^\circ$. b) $75^\circ, 125^\circ, 55^\circ, 105^\circ$ və $105^\circ, 55^\circ, 125^\circ, 75^\circ$. №8 1) 120° ; 2) 99° . №10 1) 103° ; 2) 100° ; 3) 76° .

səh 75-77. №5 d) 70° və 110° . №6 70° və 110° . №13 1) 7sm və 5sm . 2) 9 sm və 14 sm .
№16 1) 8; 2) 16; 3) 15

səh 79-82. №1 1) 6° və 14° . №2 1) 25. №7 1) 30° ; 4) 12.

səh 83-85. №7 2 sm, 3 sm, 4 sm. №8 a) 10 sm, 15 sm, 15 sm. №9 b) 40.

səh 86-89. №2 2) $60^\circ, 120^\circ, 120^\circ, 60^\circ$. №7 a) 5. №8 4 sm və 6 sm. №9 $R=6(\text{sm})$.

№10 $x=7$; $y=10$. №11 6 və 10. №12 4 sm. №16 32 sm.

səh 90-91. №3 6 sm və 8 sm. №6 c) 15 sm. №8 2) 40 sm, 3) 64 sm. №9 7 sm №12 a) 7,5 sm.

Rasional ifadələr

səh 94. №4 a) 0; b) 3; c) 1; d) $-0,5$. №5 a) 2; b) 0; c) 1; d) -2 . №7 a) 0; c) 1,5.

№10 $t = \frac{3v+6}{v-2}$ a) 4 saat; b) 4,5 saat. №11 $\frac{12a+8b}{a+b}$. №12 $\frac{5}{n+5}; \frac{5}{n+9}$

səh 95-99. №1 c) $14x$; d) $4x-12$. №6 c) $\frac{3a}{2b}$. №7 a) $\frac{y-4}{3}$; c) $\frac{x+5}{x-5}$; d) $\frac{3x}{x+3y}$.

№8 d) $\frac{5x}{6}$; e) $-\frac{2}{3}$. №9 a) 10; b) 1. №13 a) $\frac{c+2}{4}$; b) $\frac{x+a}{a-c}$. №14 b) $x-2$.

№15 b) $\frac{5-x}{3}$; c) $\frac{2}{1-x}$. №16 a) $4x-12$; b) $9a+18$; c) $\frac{x+1}{x-1}$. №17 c) $-y^2$.

№18 a) $\frac{x-4}{4x}$; b) $\frac{x+2}{2}$; c) $\frac{x+1}{x+4}$; d) $\frac{x+3}{2}$; f) $\frac{4x-3}{x-4}$. №19 a) $\frac{x-3}{x+1}$; c) $\frac{x-y-3}{x}$.

№20 a) $\frac{x+2}{x-2}$ $x \neq \pm 2$; b) $\frac{x-2}{x-4}$ $x \neq \pm 4$. №22 c) $\frac{8a^3}{12a^2b}$. №23 c) $\frac{a^2+a}{a^2-1}$.

№24 a) $\frac{2}{x+10}$; b) $\frac{y-4}{y+5}$; c) $\frac{x-2}{2x}$; d) $\frac{3}{2x+5}$. №27 $4x+10$.

№28 a) $\frac{4}{\pi}$; b) $78,5\%$. №29 a) $\frac{m}{3n+3m}$; c) $\frac{2}{3}$. №31 3) $l = \frac{\pi(R^2-r^2)}{d}$.

Cavablar

səh 100-102. №1 c) $\frac{2x}{3b}$. №2 b) $-\frac{5x}{14y}$. №3 b) $\frac{8}{7pn^2}$. №5 c) $\frac{y^2}{4x^2}$. №6 c) $-\frac{2}{9x^2}$. №7 c) $\frac{12}{x+5y}$;
f) $\frac{x^2+5x+6}{6}$. №9 d) $\frac{a+2}{a+3}$; f) $\frac{3x+3}{2x-2}$. №10 a) 10; b) $-1,5$. №11 b) $\frac{x-1}{x+1}$.
№12 a) $\frac{1}{3a+6}$; b) $\frac{2}{x-5}$. №14 $\frac{x+2}{x+1}$. №15 $\frac{2n-1}{n+2}$. №16 a) $\frac{2x+4}{3x+3}$ $x \neq -1$; $x \neq 5$.
№17 a) daha sərfəlidir. №18 $\frac{4}{\pi}$. №19 1) $x\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right)$;
2) $\frac{390x^2}{(2x-1)(3x-2)}$. №20 1) $x+3$ 2) $\frac{a}{a+6}$.

səh 103-108 №1 c) 2. №2 a) $-\frac{a}{2}$; b) $\frac{7}{2}$. №3 b) $5-b$. f) $a-3$. №4 a) 100 b) -10 .
№5 b) $a-4$. №7 i) $\frac{(a+b)^2}{a}$; k) $\frac{2ab}{a+b}$. №8 b) $\frac{2a^2}{a^2-1}$. №9 a) 96; b) 24. №11 b) $\frac{1}{6}$.
№13 e) $\frac{x}{6x+6}$; f) $\frac{8x}{15(x-2)}$. №14 a) $\frac{x}{5(x+5)}$; c) $\frac{2-b}{2b+b^2}$. №15 b) 2; c) $\frac{8y}{y^2-4}$.
№16 a) $\frac{1}{xy}$; c) $\frac{a+2}{a^2-2a}$. №17 a) 0,5; b) 0,8. №18 b) $\frac{1}{a-2}$; c) 1; d) $-\frac{1}{x}$.
№19 a) $\frac{1}{a-3}$. №20 e) $\frac{a+2}{2-a}$; f) $\frac{2}{(x+1)^2}$. №24 2) $\frac{40}{m(m+2)}$. №27 a) $x+2$; b) $4x$.
№28 a) 15 b) 1,5. №29 a) 8; b) 5. №33 1) $\approx 5,1m^3$; 2) 8 reys.

səh 109-110. №1 a) $b+c$; b) $\frac{3}{a+5}$; f) $\frac{1}{y}$. №2 d) $a+b$. №4 b) $\frac{n^2+9}{2n}$; c) $\frac{4}{x-2}$. №5 b) $\frac{x+1}{x-1}$.
№6 c) $\frac{3m}{m+3}$; d) $\frac{x}{x-2}$. №8 a) x ; b) $\frac{12x+5}{5x+2}$. №9 $y = \frac{2\pi r}{x}$. №10 b) Əli ilə Ramiz.

səh 112-113. №3 a) 32; c) $\frac{1}{4}$. №9 1,25m. №10 a) $y = \frac{200}{x}$. №11 1) 2 işçi; 2) 12 saata.
№12 1) a) 1000 man. b) 500 man; 2) a) 25 ailə. №13 a) 12 gün; b) doğru deyil.
№15 $b = \frac{2}{a}$

səh 114-115. №1 b) $d \neq -1$, $d \neq 4$; c) $a \neq b$, $a \neq -b$. №2 $t = \frac{S}{v+5} + \frac{S}{v-5}$. a) 5 saat; b) 7 saat.
№5 $x+2$. №7 5. №8 5, məsələdə $b = 0,5$ veriləni artıqdır. №9 a) $\frac{x+2}{4(x-3)}$;
b) $\frac{2(d-2)}{d+3}$; c) $\frac{x-1}{x-5}$. №10 b) $\frac{-5}{a+3}$. №11 a) $\frac{4}{k}$; c) $\frac{2a}{a^2-4}$. №12 a) $\frac{4(x+1)}{4-x^2}$; b) $\frac{3}{x-4}$.
№13 $a=1$, $b=-1$. №15 b) x^6 ; c) $\frac{x}{x-2}$. №16 c) $\frac{k+2}{k}$. №18 a) $k=2$, $b=-3$.

Fiqurların sahəsi

səh 117-119. №3 2) 144. №4 tərəfləri 12 sm və 8 sm, perimetri 40 sm-dir. №6 288 sm².
№10 $P = 6x + 10$. №12 560. №14 a) 6; 4. №18 126 sm²

səh 120-122. №2 $\approx 8,7$ sm. №5 1) $S_{\triangle ABC} : S_{\triangle DEF} = 1:4$. №6 a) $225\sqrt{3}$ m², b) $25\sqrt{3}$ m², c) $100\sqrt{3}$ m²
№7 180 sm² 2) 30 sm² 3) 210 sm². №8 a) 336 sm² b) 60 sm². №9 6 sm, 9,6 sm.
№10 $S = 48$ sm²; $h_1 = 6$ sm; $h_2 = h_3 = 4,8$ sm. №11 2) $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. №12 a) 28 m².
№16 26.

səh 123-125. №3 $P = 24 + 8\sqrt{2}$, $S = 48$. №5 100 sm². №9 2) 30 gün, 3) $\approx 8,57\%$.
№9 1) 32 kv.vahid. 2) 8 kv.vahid. №11 b) 37,5 dm². №12 2) 16; 105.
№13 36 sm².

Cavablar

səh 126-127. №2 1) 24 sm^2 , 2) 468 sm^2 . №3 1) 336 sm^2 . №4 1) 168 №5 60 sm^2 .

№7 1) 30 sm^2 , 2) 384 sm^2

səh 128-129. №6 32 sm^2 . №7 9,5. №8 1) 54 sm^2 2) 30 sm^2 . №13 2) 5 və 12 sm .№14 $\sqrt{13}$ sm
№15 27 kv.vahid.

Rasional tənliklər

səh 132. №1 e) -8 ; 0, №2 a) 3, b) 1. №3 b) -1 ; 4, d) $\emptyset$. №5 a) $\frac{1}{2}$; c) $\frac{2}{5}$. №6 b) 5.

səh 133-135. №1 28 oyun. №2 4oyun . №3 1. №4 6 l ekstrakt. №5 5 kq. №6 1,5 l.
№7 1) 16 sm, 30 sm; 2) 15 sm; 3) 34 sm. №8 3,5 sm. №9 $4 \text{ m} \times 6 \text{ m}$. №10 26 sm.
№12 10 gün, 15 gün. №13 6saat, 12 saat. №17 3 saat, 6 saat. №18 25 saat.
№19 70 km/saat. №20 10 km/saat, 12 km/saat. №25 1) 16 km/saat,
2) 6 saat 24 dəq. №26 3 km/saat.

səh 137-138. №1 a) 3, c) kökü yoxdur. №2 $\frac{10+0,5n}{n}$, 100 dəq. №4 6 saat №9 $t = \frac{26}{3v}$.
№10 1) kökü yoxdur, 2) kökü yoxdur. №11 $\frac{nm}{n+m}$ saat. №12 1) $\frac{3}{r}$;
2) $r=12 \text{ sm}$ olduqda. №13 $\frac{\pi}{4}$. №14 2) $\frac{96}{(x+3)}$; 3) 6 sm; 8 sm; 10 sm; 4,8 sm.

Fiqurların oxşarlığı

səh 139-141. №7 40° . №8 24 dəq. №9 1) 12 nəfər, 2) 3: 4 , 3) a) Muradın 8 kitabı var.
№10 370 manat. №12 275 nəfər. №18 1) 139,2 km; 2) 15,64 m.

səh 142-145. №1 1) $x = 6$; 2) $z = 15$. №2 a) 40 sm. №8 $y = 4$; $z = 4,8$. №9 1) 24; 2) 18
№11 $x = 6,75$. №12 24 sm, 16 sm.

səh 146-147. №2 a) $x = 15$; $y = 3$, b) $x = 1,5$; $y = 4$. №4 1) 0,8. №6 1) 60 sm, 2) 0,8 m.

səh 148-152. №5 2) 10 sm. №9 1) TK=8, 2) ST=5, 3) AB=30, DC=18, 4) HT=15, HK=10,
5) DB= 5, CB= 15. №7 CE =1,5sm, ED =4,5 sm. №13 9. №14 BE=2.

səh 153-155. №4 1) 9, 2) 20, 3) 10. №5 4 sm. №6 108 m. №7 $h=6$, $b=10$. №9 180m.
№10 a) $x=1,5$; b) $x=4$.

səh 156-158. №2 1) $x=6$, 2) $x=15$. №5 $\approx 24,6 \text{ mm}$. №6 45m. №8 1) 25,5; 2) 63; 3) 18; 4) 21.
№9 3,51m.

səh 159-160. №1 1) $k = \frac{5}{6}$, $x = 7,5$; 3) $k = 2$; $x = 1,2$. №3 2) 162 sm^2 . №4 75 sm^2 .
№5 180 man. №6 $P_1=15 \text{ sm}$, $P_2=20 \text{ sm}$. №7 24 m^2 . №8 2:1. №9 16 km.
№10 1) 375 sm^2 ; 2) 48 m^2 .

səh 161-162. №3. 3) 44. №4. 10 sm, 15 sm. №5. 4,2 m. №7. $h = 0,9$, $m = 4$. №9. a) $P_1 = \frac{1}{2}$,
b) $P_2 = \frac{1}{4}$, c) $P_3 = \frac{1}{8}$. №10. 1) 8m; 2) 6m; 3) 5m 4) 10m.
№12. $B_1C_1=3$, $A_1C_1=4$, $k = \frac{1}{3}$.

Cavablar

Bərabərsizliklər

- səh 164-165.** №9 a) $m > n$, b) $m < n$, c) $m = n$. №11 a) doğru; d) doğru deyil. №14 a) 11; d) -3; №15 b) 8, c) -5.
- səh 168-170.** №14 a) müsbət, b) mənfi, d) müsbət. №16 50 saatdan az olmayaraq. №19 ən azı 30 dəq. №23 a) 64, b) 100 sm². №24 a) 24sm, b) 8. №25 2) ən azı 10 kompüter. №26 a) $0,8 < P < 1,2$
- səh 171-172.** №3 c) $23 < 2a + 3b < 33$. №4 1) a) $-5 < x - y < -2$; 2) a) $5 < \frac{x}{y} < 10$. №5 b) $0,2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0,4$. №6 $64 \leq P \leq 70$. №8 $38^\circ \leq \gamma \leq 40^\circ$.
- səh 173-174.** №7 a) -11 və 7; b) -3 və 5, c) -4 və 2. №8 a) (-1; 5), b) (5; 7), d) (3; +∞). №9 b) [-6; 3], d) (2; +∞). №10 a) [-2; 3], b) (0; 1), c) [-2; 2), e) [-2; 0], f) [2; 3).
- səh 176-178.** №4 a) $x > 3,5$; b) $y > 5$. №5 a) $(-\frac{7}{8}; +\infty)$, d) $(-\infty; 2\frac{2}{3}]$. №6 b) $(-\infty; -15]$, f) $(-\infty; 3]$. №7 b) $(-\infty; 4]$, d) $(-\infty; \frac{1}{8})$. №8 11,5 dəqiqədən çox. №9 13 eynək. №10 a) $y < \frac{8}{11}$. №11 a) (1,5; +∞). №12 b) $x < 1,25$. №13 a) 3; b) -1. №15 35. №16 6 sm-dən kiçik. №17 ən çoxu $26\frac{2}{3}$ km. №18 10,5 km/saat-dan böyük sürətlə. №19 14 kq-dan az. №21 ən azı 8 tərəf. №22 saatda 6 km-dən böyük sürətlə. №23 6-dan çox olmayaraq. №27 a) x -in 5-dən böyük qiymətlərində, b) x -in 5-dən kiçik qiymətlərində.
- səh 180-181.** №6 $t < 0$ və ya $t \geq 100$. №8 19 aydan sonra. №9 a) [-5; 6], d) $(-\infty; -3) \cup (8; +\infty)$. №10 b) 4 və 5. №11 c) (-12; 6). №12 ən azı 96 bal. №14 3) (15; 20) və ya (20000; 50000)
- səh 182-183.** №2 a) (-4; 4), c) həlli yoxdur, e) $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$, f) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$, g) $(-\infty; +\infty)$, h) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. №3 c) [-3; 4]. №4 a) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$. №7 $|x - 25| \leq 5$. №8 2) həlli yoxdur, 6) (-1,5; 4,5). №9 a) $a \leq 2$ olduqda. №11 $|v - 55| \leq 3$.
- səh 184-185.** №2 Nüsxələrin sayı 3250-dən çox olduqda. №3 b) təxminən 165,5 sm-dən hündür, 174,5 sm-dən qısa. №7 0. №11 $\frac{5}{6}$ dəqiqə = 50 saniyə. №13 f) [-2; 4].

Triqonometrik nisbətlər. Koordinatlar üsulu. Fiqurların çevrilməsi

- səh 188-189.** №2 a) $\frac{5}{13}; \frac{12}{13}; \frac{5}{12}$. b) $\frac{12}{13}; \frac{5}{13}; \frac{12}{5}$. №3 $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45^\circ = 1$. №4 $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.
- səh 190-193.** №1 ≈ 173 m. №3 $x \approx 6$ m $\theta \approx 36^\circ$ $y \approx 10,2$ m. №5 $DS_1 \approx 39$ km, $DS_2 \approx 64$ km, $DS_3 \approx 80$ km. №7 1) 6 pillə 2) $\approx 65,16$ m. №8 ≈ 29 m. №14 $AB = 480$ m, $AC \approx 927$ m. №15 $h \approx 75,3$ m. №16 $\approx 52,8$ m, $\approx 4,3$ m.
- səh 195.** №2 a) B(4; 3). №4 O(3; 2). №5 M(-1; 2), D(-4; -2).
- səh 197-198.** №1 a) $k=1$ d) $k=1,5$. №2 a) $k=2$ №3 $b=7$. №4 a) $y = \frac{2}{3}x + 2$ c) $x=2$ №6 $k=1$; 45° . №9 a) $x=1$, d) $y=-2$. №10 8. №11 a) $y=-3x+4$, b) $y=3x+9$.
- səh 203-204.** №2 a) $k=2$ $x=8$; $y=16$. №7 a) $k=\frac{3}{5}$; $t=18$; $r=20$, b) $k=\frac{4}{3}$; $x=7,2$; $y=6,3$.
- səh 205-206.** №1 $\approx 12^\circ 32'$. №2 $\approx 31,8$ sm, №3 $r = \sqrt{2}$, $s = \sqrt{3}$, $m = 2$, $n = \sqrt{5}$, $v = \sqrt{6}$, $z = \sqrt{7}$.

Məlumatın toplanması və təqdimi. Ehtimalın hesablanması

- səh 221.** №8 a) 500, b) 96, c) 404. №9 210.
- səh 223-224.** №2 1) $\frac{2}{15}$, 4) $\frac{3}{25}$. №4 $\frac{3}{68}$. №8 1) $\frac{1}{11}$ 2) 26 nəfər.
- səh 225-226.** №3 a) $\frac{81}{256}$, b) $\frac{9}{256}$ c) $\frac{27}{128}$. №8 a) ≈ 420 nəfər, b) $\frac{84}{925}$.
- səh 227-232.** №5 ≈ 1 sm. №7 8 sm. №15 2 sm. №22 27 sm². №29 $108\sqrt{3}$ sm². №35 8 dəfə. №40 2,4 sm. №44 6. №45 9.

Buraxılış məlumatı

RİYAZİYYAT 8

Ümumtəhsil məktəblərinin 8-ci sinfi üçün

Riyaziyyat fənni üzrə

Dərslik

Tərtibçi heyət:

Müəlliflər:

Nayma Mustafa qızı Qəhrəmanova
Məhəmməd Ağahəsən oğlu Kərimov
İlham Heydər oğlu Hüseynov

Məsləhətçi:

Çingiz Qacar

Elmi redaktoru:

Tariyel Talıbov

Dil redaktoru:

Asəf Həsənov

Kompüter tərtibatı:

Mustafa Qəhrəmanov

Bədii tərtibatı:

Leyla Bəşirova

Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyinin qrif nömrəsi:

© Azərbaycan Respublikası Təhsil Nazirliyi - 2019

Müəlliflik hüquqları qorunur. Xüsusi icazə olmadan bu nəşri və yaxud onun hər hansı hissəsini yenidən çap etdirmək, surətini çıxarmaq, elektron informasiya vasitələri ilə yaymaq qanuna ziddir.

Kağız formatı: 70×100 $\frac{1}{16}$.

Fiziki çap vərəqi 14.

Səhifə sayı 240.

Tiraj. Pulsuz

Bakı 2019

Radius nəşriyyatı

Bakı şəhəri, Binəqədi şossesi, 53

PULSUZ

LAYIHƏ